

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática



Dissertação

**Design Construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar utilizando modelagem
numérica e analítica estacionárias e transientes**

Patrick Garcia Machado

Pelotas, 2022

Patrick Garcia Machado

**Design Construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar utilizando modelagem
numérica e analítica estacionárias e transientes**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Ruth da Silva Brum
Coorientadora: Profa. Dra. Daniela Buske

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

M111d Machado, Patrick Garcia

Design construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar utilizando modelagem numérica e analítica estacionárias e transientes / Patrick Garcia Machado ; Ruth da Silva Brum, orientadora ; Daniela Buske, coorientadora. — Pelotas, 2022.

68 f.

Dissertação (Mestrado) — Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Trocador de calor solo-ar (TCSA). 2. Transformada de Laplace. 3. Design construtal. 4. Diferenças finitas. 5. Coeficiente de performance. I. Brum, Ruth da Silva, orient. II. Buske, Daniela, coorient. III. Título.

CDD : 515.723

**DESIGN CONSTRUTAL APPLICADO A TROCADORES DE CALOR SOLO-AR
UTILIZANDO MODELAGEM NUMÉRICA E ANALÍTICA ESTACIONÁRIAS E
TRANSIENTES**

por

Patrick Garcia Machado

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, PPGMMat, do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Modelagem Matemática

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Ruth da Silva Brum – Orientadora (UFPel)

Profa. Dra. Daniela Buske – Co-Orientadora (UFPel)

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha (UFRGS)

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos (FURG)

Prof. Dr. Guilherme Jahnecke Weymar (UFPel)

Pelotas, 17 de agosto de 2022

AGRADECIMENTOS

Neste momento de conclusão de uma etapa tão importante como é o mestrado, quero expressar meus agradecimentos àqueles que me acompanharam e auxiliaram:

À Dra. Ruth da Silva Brum, pela sua orientação, disponibilidade, grande conhecimento científico e por todo o carinho e amizade desenvolvidos durante esse período. Nossos encontros de orientação sempre renovavam meu ânimo e minha dedicação à pesquisa.

À Dra. Daniela Buske pela sua orientação, disponibilidade, solicitude e vasto conhecimento técnico empregados durante essa pesquisa. Desde a graduação trabalhando sob sua orientação, sou feliz por nossa amizade e grato pela oportunidade de trabalhar com uma profissional que é um modelo para mim.

Aos meus pais, Mario e Maria, que sempre estiveram do meu lado, me incentivando a estudar e me aperfeiçoar. Assim, toda conquista que obtenho é estendida a eles, que me apoiam sempre e cada vez mais.

À Alexandre, meu companheiro, por todo amor, afeto, compreensão e disposição desprendidos durante esta etapa. Nos momentos de alegria, festejou comigo; no desânimo, me animou. Tua companhia foi essencial em cada momento dessa experiência.

Aos meus amigos, Bárbara, Rafael, Jonathan, Patrícia, Vinícius, Rangel, Eduardo, Letícia, João, que durante esses dois anos têm festejado resultados comigo e me ajudado a superar dificuldades.

Aos colegas de mestrado, Letiane, Petra, Leandro, Michelle, Níbia e Marco pela disponibilidade pelo companheirismo nos estudos. Nossos encontros online fizeram minha experiência de mestrado mais completa, me ajudando a desenvolver novos vínculos e conhecer pessoas incríveis.

Aos colegas de laboratório, Lucas e Ana, pelas nossas conversas e reflexões, pelo trabalho que desenvolvemos juntos. Nosso trabalho junto se deu praticamente todo durante a pandemia de COVID-19, restritos às videochamadas que fazíamos de nossas casas. Esses momentos foram sempre muito especiais para mim. Compartilhar meu conhecimento e aprender tanto mais dos meus colegas me ajudou no meu crescimento, pessoal e profissional.

Ao GDISPEN e ao LEETC, o grupo e o laboratório de pesquisa dos quais participo. Os encontros que aconteceram por causa dessas conexões foram todos muito importantes para o meu desenvolvimento e para o desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores do PPGMMat, em especial aos professores Dr. Régis Sperotto de Quadros, Dr. Guilherme Jahnecke Weymar, Dr. Gustavo Maia Souza, Dr. Jairo Valões de Alencar Ramalho, Dr. Léslie Darien Pérez Fernández, Dr. Glênio Aguiar Gonçalves, Dra. Camila Pinto da Costa: pelo conhecimento compartilhado nas disciplinas, monitorias e conversas. Todos estes foram indispensáveis à essa pesquisa.

À Universidade Federal de Pelotas, pelo suporte financeiro na forma de auxílio para participação em eventos científicos.

À CAPES, pelo suporte financeiro à essa pesquisa na forma de bolsa de estudos
À FAPERGS, pelo suporte financeiro à essa pesquisa na forma de recursos para implementação de laboratório.

RESUMO

MACHADO, Patrick Garcia. **Design Construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar utilizando modelagem numérica e analítica estacionárias e transientes**. 2023. 67 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

Trocadores de calor solo-ar (TCSA) são um recurso auxiliar aos sistemas de condicionamento de ar na melhoria de condições de conforto térmico de ambientes construídos. Seu baixo consumo de energia elétrica e bom desempenho térmico, além da utilização de uma fonte renovável de energia, o solo, ressaltam a importância e a urgência de seu estudo. Diversas pesquisas têm tratado da aplicação dos TCSA na região sul do Brasil, devido ao seu clima subtropical e às propícias características do solo. Neste trabalho são desenvolvidos três modelos para avaliar a empregabilidade do sistema numa localidade, deduzidos a partir das equações de conservação de energia e massa. As soluções encontradas para os modelos, tanto numéricas quanto analíticas, são verificadas e mostram alta concordância com outros dados da literatura. A solução numérica é encontrada através do Método das Diferenças Finitas. Já a solução analítica, inédita na literatura científica, é determinada através da Técnica da Transformada de Laplace, com inversão analítica. Além disso, desenvolve-se um estudo para o design de TCSA em forma de T baseado nos princípios do Design Construtal. Os resultados apontam a empregabilidade do sistema na cidade de Porto Alegre, destacando que o TCSA tem potencial de aquecimento melhor do que de resfriamento. Para uma profundidade de instalação de $3m$, a melhoria do desempenho do sistema é observada para dutos de até $20m$, mas não para comprimentos maiores. Mostra-se que a umidade relativa do ar é fundamental na avaliação de desempenho do sistema. Além disso, determina-se as relações numéricas para as dimensões de um TCSA em forma de T com 2, 3 e 4 níveis. Esse resultado pode ser empregado para o design de um sistema considerando uma restrição de área de instalação.

Palavras-chave: Trocador de Calor Solo-Ar (TCSA), Transformada de Laplace, Design Construtal, Diferenças Finitas, Coeficiente de performance.

ABSTRACT

MACHADO, Patrick Garcia. **Constructal Design of earth-air heat exchangers using stationary and transient numerical and analytical modeling**. 2023. 67 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

Earth-air heat exchangers (EAHE) are an auxiliary resource to traditional air conditioning systems in improving thermal comfort conditions in built environments. Its low consumption of electrical energy and good thermal performance, in addition to the use of a renewable source of energy, the soil, emphasize the importance and urgency of its study. Several studies have addressed the application of EAHE in southern Brazil, due to its subtropical climate and favorable soil characteristics. In this work, three models are developed to evaluate the system's employability in a locality, deduced from the equations of conservation of energy and mass. The solutions found for the models, both numerical and analytical, are verified and show high agreement with other data in the literature. In addition, a study is developed for the design of T-shaped EAHE based on the principles of Constructal Design. The results point to the system's employability in the city of Porto Alegre, highlighting that the EAHE has a better heating potential than a cooling potential. For an installation depth of $3m$, system performance improvement is observed for ducts up to $20m$, but not for longer lengths. It is shown that the relative humidity of the air is fundamental in the evaluation of the performance of the system. In addition, numerical relationships for the dimensions of a T-shaped TCSA with 2, 3 and 4 levels are determined. This result can be used to design a system considering an installation area constraint.

Keywords: Earth-Air Heat Exchanger (EAHE), Laplace Transform, Constructal Design, Finite Differences, Coefficient of Performance.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1	Esboço de um TCSA simples.	27
Figura 3.2	Elemento infinitesimal da seção transversal de um TCSA simples. . .	27
Figura 3.3	Esquema de diferenças finitas para frente na malha	32
Figura 4.1	TCSA em formato de T com 2 níveis.	39
Figura 4.2	TCSA em formato de T com 3 níveis.	41
Figura 4.3	TCSA em formato de T com 4 níveis.	42
Figura 5.1	Solução analítica do modelo estacionário da entalpia específica (Estrada et al., 2018).	45
Figura 5.2	Solução numérica do modelo estacionário da entalpia específica. . .	45
Figura 5.3	Solução numérica da umidade absoluta do ar úmido.	46
Figura 5.4	Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 10,0m$	47
Figura 5.5	Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 20,0m$	48
Figura 5.6	Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 30,0m$	48
Figura 5.7	Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 40,0m$	49
Figura 5.8	Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 50,0m$	49
Figura 5.9	Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 10,0m$	51
Figura 5.10	Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 20,0m$	51
Figura 5.11	Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 30,0m$	52
Figura 5.12	Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 40,0m$	52
Figura 5.13	Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 50,0m$	53
Figura 5.14	Entalpia específica do ar úmido ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019), calculada por meio da solução numérica do modelo transiente para a entalpia.	54
Figura 5.15	Entalpia específica do ar úmido ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019), calculada por meio da solução analítica do modelo transiente para a entalpia.	55

Figura 5.16	Modelagem numérica para a temperatura do ar ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019)	57
Figura 5.17	Solução analítica para a temperatura do ar ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019)	57
Figura 5.18	Entalpia específica do ar úmido na saída do sistema ($x = 50\text{m}$) na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019).	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Teste de independência de malha para o modelo transiente para a entalpia.	32
Tabela 3.2	Teste de independência de malha para o modelo transiente para a temperatura.	35
Tabela 5.1	Entalpia específica do ar úmido por hora para dutos com diversos comprimentos.	55
Tabela 5.2	Taxa mensal de calor trocado, quantidade de calor trocado mensalmente e coeficiente de performance de um TCSA simples aplicado à cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019).	56

NOMENCLATURA

Letras Gregas

α Difusividade térmica [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]

Δt Intervalo de tempo [s]

Δx Intervalo espacial [m]

ϵ Eficiência do TCSA [%]

ρ Massa específica [kg m^{-3}]

Símbolos

\dot{m} Vazão mássica [kgs^{-1}]

\dot{Q} Taxas mensais de calor trocadas [W]

c Concentração [$\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$]

c_p Calor específico [$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$]

D Diâmetro interno [m]

f Fator de fricção [m^2s^{-1}]

h_m Coeficiente de transferência de massa convectivo [$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$]

h_{cv} Coeficiente de transferência de calor convectivo [$\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$]

k Condutividade térmica do ar úmido [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]

L Comprimento [m]

L_v Calor latente de evaporação [kJkg^{-1}]

Le_D Número de Lewis

m Massa [g]

Nu_D Número de Nusselt

P Pressão [Pa]

p	Perímetro [m]
Pr	Número de Prandtl
r	Raio interno [m]
Re_D	Número de Reynolds
RH	Umidade relativa do ar
T	Temperatura [°C]
t	Tempo [Dias]
u	Velocidade [ms^{-1}]
w	Teor de umidade [$\text{kg}_{\text{vapor}} \text{kg}_{\text{ar úmido}}^{-1}$]

Subscritos

a	Ar seco
ha	Ar úmido
in	Entrada
out	Saída
sat	Saturação
v	Vapor

CFD Computational Fluid Dynamics

COP Coeficiente de Performance do TCSA

INMET Instituto de Meteorologia do Brasil

NUT Número de Unidades Térmicas

PTI Potencial Térmico Instantâneo

RMS Valor Médio Quadrático

TCSA Trocador de Calor Solo-Ar

UFPel Universidade Federal de Pelotas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Justificativa	16
1.2	Objetivos	17
1.2.1	Objetivo geral	17
1.2.2	Objetivos específicos	17
1.3	Organização do trabalho	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Trocadores de calor solo-ar	19
2.2	Teoria Construtal	22
2.3	Design Construtal aplicado à TCSA	24
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	26
3.1	Modelo estacionário	26
3.1.1	Dedução do modelo estacionário	26
3.1.2	Solução numérica do modelo estacionário	30
3.2	Modelo transiente para a entalpia	30
3.2.1	Dedução do modelo transiente para a entalpia	30
3.2.2	Solução numérica do modelo transiente para a entalpia	31
3.2.3	Solução analítica do modelo transiente para a entalpia	32
3.3	Modelo transiente para a temperatura	34
3.3.1	Dedução	34
3.3.2	Solução numérica	35
3.3.3	Solução analítica	35
3.4	Potencial térmico de um TCSA	36
4	DESIGN CONSTRUTAL APLICADO À UM TCSA EM FORMA DE T	38
4.1	TCSA com 2 níveis	38
4.2	TCSA com 3 níveis	41
4.3	TCSA com 4 níveis	42
5	RESULTADOS	44
5.1	Verificação dos modelos	44
5.1.1	Verificação das soluções do modelo estacionário	44
5.1.2	Verificação das soluções do modelo transiente para a entalpia	46
5.1.3	Verificação do modelo transiente (sensível)	50
5.2	Estudo de caso: Porto Alegre	53
5.3	Design Construtal aplicado a TCSA	58

5.3.1	TCSA com 2 níveis	59
5.3.2	TCSA com 3 níveis	59
5.3.3	TCSA com 4 níveis	60
6	CONCLUSÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	61
	REFERÊNCIAS	63

1 INTRODUÇÃO

As mudanças climáticas aceleradas pelas quais o planeta tem passado nas últimas décadas constituem umas das principais preocupações da humanidade à sua sobrevivência. As evidências dessas mudanças são inúmeras: aumento da temperatura global, aquecimento dos oceanos; derretimento das calotas polares; aumento do nível dos mares; aumento da acidez dos oceanos; aumento da frequência de eventos extremos, entre outras (NATIONAL AERONAUTICS AND SPACIAL ADMINISTRATION, 2021).

As causas de tais mudanças são decorrentes da ação humana no meio ambiente, especialmente ligadas à queima de combustíveis fósseis. A liberação de dióxido de carbono, metano e clorofluorcarbonetos na atmosfera contribui para a diminuição da liberação de calor da superfície do planeta, uma das causas do aquecimento global.

Como destacado por Bai et al. (2018), 75% de toda a emissão de dióxido de carbono é oriunda das cidades, uma vez que metade de toda a população global é urbana. 27% do consumo global de CO₂ e por 17% de toda a sua emissão no planeta está ligado aos prédios residenciais urbanos, como apontado por Nejat et al. (2015). Como mostra Agrawal et al. (2018), um terço de toda a energia consumida em prédios residenciais é destinada aos sistemas de condicionamento de ar, utilizados para atender à demanda por conforto térmico.

Como resposta a essa crise, há muitos anos a ciência se ocupa de encontrar maneiras mais sustentáveis para a convivência da humanidade com o planeta. Segundo a International Energy Agency (2021), tem ocorrido um crescimento significativo na adoção de fontes alternativas de energia, como energia solar e energia eólica. Contudo, de acordo com a mesma agência, devido à situação pandêmica do último ano, 2021 já apresentou recorde na utilização de energia produzida a partir de carvão e óleo. Em vista disso, a agência aponta algumas medidas para o cumprimento das metas globais em relação à produção de energia até 2050, sendo uma delas a busca por inovação em relação à energia limpa, com foco na eficiência energética.

Em relação ao Brasil, como apontado por agências internacionais (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2021; U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION, 2021), a produção de energia elétrica no país nos últimos 30 anos quase triplicou, fazendo com que a liberação de dióxido de carbono na atmosfera também aumentasse em cerca de 120%. Do total da produção de energia elétrica no país, 83% é obtida a partir de fontes renováveis, como

energia solar, eólica, hidrelétrica.

Para atender a necessidade por um impacto mais positivo no ambiente, diminuir o consumo residencial de energia elétrica e ainda satisfazer a demanda por conforto térmico, os trocadores de calor solo-ar (TCSA) apontam como um sistema auxiliar para equipamentos tradicionais de condicionamento do ar. Um TCSA é um sistema de dutos enterrados no solo, com uma extremidade no interior e outra no exterior do prédio. O ar que escoam em seus dutos realiza trocas de calor com as paredes do sistema, chegando no interior da edificação mais quente (no inverno) ou mais frio (no verão) (MIHALAKAKOU; LEWIS; SANTAMOURIS, 1996).

Diversas pesquisas têm sido realizadas sobre esse sistema, a fim de lançar luz ao papel desempenhado por cada parâmetro geométrico e construtivo envolvido no seu funcionamento, como a profundidade de instalação, a velocidade de escoamento do ar, o diâmetro e o comprimento dos dutos, bem como sua geometria. O modelo desenvolvido por Estrada et al. (2018) traz dois avanços significativos na pesquisa sobre os TCSA: considera tanto a umidade relativa do ar quanto as trocas latentes de calor no interior do sistema, fatores até então negligenciados na modelagem do sistema.

Contudo, dos resultados apresentados por Estrada et al. (2018), emergem questionamentos sobre o melhor comprimento e/ou o melhor diâmetro para um TCSA simples. Brum, Labat e Lorente (2019) apresentaram um estudo sobre a otimização de um TCSA simples a partir de um modelo estacionário, empregando a técnica dos Multiplicadores de Lagrange e os conceitos do Design Construtal. O Design Construtal é baseado na Lei Construtal, enunciada por Bejan (1997):

Para que um sistema de tamanho finito persistir no tempo, ele deve evoluir livremente de maneira que facilite o acesso das correntes impostas que escoam através dele¹.

Assim, este trabalho apresentará a solução numérica e analítica dos modelos propostos por Estrada et al. (2018) por meio do Método das Diferenças Finitas e da Técnica da Transformada de Laplace, respectivamente. Em seguida, avaliar-se-á as taxas de transferência de calor e o coeficiente de performance do sistema. Além disso, segundo as ideias do Design Construtal, serão apresentadas relações numéricas entre as dimensões do sistema para a construção de um TCSA em forma de T.

1.1 Justificativa

Como já apontado, a busca por soluções inovadoras para a questão do aquecimento global, em especial, da produção e do consumo de energia a partir de fontes renováveis, é uma das principais preocupações globais atualmente. Os trocadores de calor solo-ar, como alternativa

¹For a finite-size system to persist in time (to live), it must evolve freely in such a way that it provides easier access to the imposed (global) currents that flow through it (BEJAN, 1997).

ímpar aos sistemas tradicionais de condicionamento de ar, despontam entre os demais sistemas disponíveis por sua baixa complexidade de instalação e baixa produção de resíduos, como apontado por Rodrigues et al. (2015).

Com este trabalho, apresenta-se duas soluções, uma analítica e outra numérica, para um modelo de TCSA, essas soluções são comparadas com modelos já existentes na literatura. A implementação computacional de ambas as soluções é simples, não requerendo grandes recursos computacionais.

Além disso, pretende-se mostrar a influência da umidade relativa do ar no desempenho térmico de um TCSA simples. Essa análise permite avaliar a importância desse parâmetro físico na modelagem do problema.

Finalmente, relações numéricas para as dimensões de um TCSA apresentadas neste trabalho possibilitam a elaboração de um design fisicamente direcionado à melhoria do desempenho do sistema.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Avaliar a empregabilidade e o design de um TCSA simples a partir dos conceitos do Design Construtal e das soluções analítica e numérica de um modelo transiente para a entalpia específica no interior do sistema.

1.2.2 Objetivos específicos

- Solucionar analítica e numericamente um modelo estacionário para a entalpia específica no interior de um TCSA utilizado para determinar o comprimento máximo do sistema;
- Solucionar analiticamente dois modelos transientes para a entalpia específica no interior de um TCSA;
- Solucionar numericamente dois modelos transientes para a entalpia específica no interior de um TCSA;
- Avaliar o potencial térmico, as taxas de transferência de calor o coeficiente de performance de um TCSA a partir dos modelos solucionados.
- Determinar relações numéricas entre as dimensões de um TCSA em formato de T com 2, 3 e 4 níveis.

1.3 Organização do trabalho

Aqui, é apresentada uma breve descrição de cada capítulo desta dissertação. Este capítulo apresenta uma introdução à pesquisa desenvolvida, suas motivações, justificativas e objetivos

estabelecidos.

O Capítulo 2 compreende uma ampla revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos e avanços sobre trocadores de calor solo-ar.

O Capítulo 3 trata de um modelo estacionário e dois modelos transientes, deduzidos e solucionados analítica e numericamente neste capítulo.

O Capítulo 4 apresenta a dedução de relações numéricas entre as dimensões da área circunscrita a um TCSA em rede, através da minimização da pressão interna do sistema.

O Capítulo 5 é composto dos resultados obtidos nesta pesquisa, a saber: a verificação das soluções analíticas e numéricas dos três modelos deduzidos; a utilização dessas soluções a fim de determinar a empregabilidade de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões finais e as perspectivas futuras a partir deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é apresentada uma ampla revisão de artigos, teses e outros trabalhos encontrados na literatura sobre TCSA e Design Construtal aplicado aos TCSA. Os trabalhos relacionados com TCSA abordam a descrição e a análise de seus parâmetros físicos, mediante o desenvolvimento e a validação de modelos matemáticos. Os trabalhos realizados sobre Design Construtal aplicado aos TCSA tratam sobre as técnicas e métodos empregados para avaliar as condições segundo as quais o potencial térmico do sistema pode ser maximizado.

2.1 Trocadores de calor solo-ar

A partir das equações de balanço de energia e massa, Mihalakakou, Santamouris e Asimakopoulos (1994a) desenvolveram um modelo numérico transiente para avaliar a influência da temperatura do solo em diferentes profundidades de instalação do TCSA, considerando a estratificação natural do solo. Para a determinação da temperatura do solo, os autores propuseram um modelo desenvolvido a partir da equação da difusão do calor, solucionada analiticamente. Esse modelo, programado em TRNSYS 13.1, entrega resultados acurados tanto para a distribuição de temperatura no solo quanto para a performance térmica do TCSA.

Mihalakakou, Santamouris e Asimakopoulos (1994b) apresentaram dois modelos numéricos em seu trabalho para avaliar o potencial térmico e as trocas de calor dentro de um TCSA. O primeiro desses modelos considera um TCSA composto por apenas um duto, enquanto o segundo leva em consideração um TCSA formado por n dutos paralelos. Além disso, os autores investigaram a influência de vários parâmetros do TCSA, sendo eles comprimento e raio interno dos dutos, profundidade de instalação e distância entre dutos adjacentes. Os resultados dessa análise indicam que tanto o comprimento dos dutos quanto a profundidade de instalação do TCSA são diretamente proporcionais ao potencial de resfriamento do TCSA, isto é, quanto maior o comprimento dos dutos e sua profundidade de instalação, maior também será seu potencial de resfriamento. Contudo, considerando as características da cidade de Atenas (solo nu ou coberto com grama curta, clima semiárido, profundidade de amortecimento $\gamma = 0,045$) onde as medições foram realizadas (MIHALAKAKOU; SANTAMOURIS; ASIMAKOPOULOS, 1992), o estudo aponta que profundidades maiores que 4m não influenciam significativamente

no potencial do TCSA. Em se tratando do diâmetro interno dos dutos, a análise aponta que o potencial de resfriamento do TCSA pode ser aumentado se o diâmetro interno for reduzido. Além disso, se a distância entre os dutos for aumentada, os resultados mostram uma pequena melhoria no seu potencial térmico.

Um modelo para avaliar a influência da velocidade e da umidade relativa do ar, entre outros vetores, na variação da temperatura do solo foi apresentado por Mihalakakou et al. (1997). O solo estudado foi o da cidade de Atenas, na sede do *National Observatory of Atenas*, uma cidade com clima semiárido e solo seco. As análises realizadas nesse trabalho apontam que o aumento da velocidade do ar implica na diminuição da temperatura superficial do solo, enquanto o aumento da capacidade de absorção do solo conduz ao aumento da sua temperatura superficial. Ademais, os resultados mostram que o aumento no fator de evaporação do solo – ou de sua cobertura –, levam à diminuição de sua temperatura superficial. Com relação à umidade relativa do ar, os resultados mostram que a temperatura superficial do solo aumenta à medida que a umidade relativa do ar aumenta.

Paepe e Janssens (2003) apresentam um modelo analítico unidimensional para o design de um TCSA, baseado nos seus principais parâmetros geométricos: comprimento e diâmetro interno dos dutos; quantidade de dutos paralelos; e perda de pressão específica no interior do TCSA. A perda de pressão, assim como a performance térmica do TCSA, é diretamente proporcional ao comprimento e à quantidade de dutos, e inversamente proporcional ao diâmetro interno desses dutos. Além disso, os autores introduzem no modelo um fator para a perda de pressão específica, que é a perda de pressão necessária para que o TCSA apresente uma determinada performance térmica. Tal fator auxilia no desenvolvimento do projeto de um TCSA, uma vez que o seu valor máximo pode ser calculado e utilizado para otimizar o sistema.

Cucumo et al. (2008) propuseram um modelo analítico unidimensional para a avaliação da performance de um TCSA, levando em consideração as trocas de calor com o solo, não apenas sensíveis, mas também latentes. O modelo pode ser empregado para obter-se o comprimento e o teor de umidade na saída de um TCSA genérico. Esse modelo foi solucionado analiticamente através do princípio da sobreposição e também por meio das funções de Green.

Vaz (2011) analisou a utilização de TCSA em Viamão (latitude $30^{\circ}04'51''S$ e longitude $51^{\circ}01'24''W$), uma cidade do sul do Brasil, avaliando seu desempenho térmico por meio de um estudo numérico e computacional. Esse trabalho mostrou que, de forma geral, os trocadores apresentam maior eficiência para aquecimento do ar que fluía em seus dutos do que para seu resfriamento. Os resultados indicam que para profundidades de cerca de 3m, o potencial térmico de aquecimento do TCSA pode ser superior a 8K. Em relação ao potencial de resfriamento do ar, os resultados apontam para valores em torno de 2K quando o TCSA é instalado à profundidades de até 1m. Contudo, nessa profundidade de instalação, o potencial de aquecimento do TCSA é de cerca de 4K.

Brum (2013) apresentou três modelos computacionais para o potencial térmico de um TCSA, um bidimensional e outros dois tridimensionais, cujo tempo de processamento foi in-

ferior à metade do tempo de outros modelos da literatura da época. A partir de um estudo analítico e numérico para determinar o comportamento térmico do solo, apresentou-se a modelagem do potencial térmico de TCSA. Os resultados mostraram que o modelo bidimensional entrega resultados altamente acurados quando comparados àqueles obtidos pelos modelos tridimensionais, constituindo-se uma alternativa viável para a avaliação do potencial térmico de um TCSA. Os modelos trabalhados por Brum (2013) apresentaram resultados com desvio inferior a 0,01% comparados com outros modelos analíticos.

Um modelo computacional para descrever o comportamento térmico de um TCSA foi apresentado por Brum et al. (2013), tendo redução de 45% do tempo de processamento quando comparado a outros modelos presentes na literatura. Tal modelo foi desenvolvido levando-se em consideração as condições de contorno do TCSA obtidas numérica ou analiticamente por meio das equações para a temperatura do solo.

Bisoniya (2015) desenvolveu um modelo unidimensional a partir das equações de balanço de energia, a fim de apresentar uma abordagem mais simples e, ainda assim, eficaz quando comparada aos modelos mais complexos para um TCSA. Uma vez determinada a carga de energia que um edifício necessita para resfriamento e/ou aquecimento, esse modelo pode ser aplicado para determinar o diâmetro interno, o comprimento e quantidade de dutos do trocador. Nesse trabalho, ainda verifica-se que o potencial térmico de um TCSA pode ser aumentado se forem aumentados o comprimento de seus dutos e a profundidade de sua instalação e diminuídos seu diâmetro interno e a velocidade de escoamento do ar.

A pesquisa desenvolvida por Estrada et al. (2018) resultou em dois modelos para a determinação da entalpia no interior de um TCSA simples, obtidos a partir das equações de conservação de energia e massa. Tais modelos levaram em consideração não somente as trocas sensíveis de calor, mas também as trocas latentes, sendo um diferencial com relação a outros modelos apresentados na literatura. Além disso, os modelos também levaram em consideração a umidade relativa do ar para avaliação da entalpia, sendo mais um fator diferencial. Esses modelos foram resolvidos numericamente e aplicados em cidades com clima tropical e em cidades com clima continental, com resultados indicando que, ainda que o potencial térmico e o comprimento do duto sejam diretamente proporcionais, as trocas latentes de calor anulam o efeito benéfico de dutos mais longos. Esses resultados apontam que, ao optar-se por dutos mais longos que um comprimento ótimo, o ar que escoar do exterior para o interior da edificação apresentará um teor de umidade alto na saída do TCSA, tornando necessária a instalação de um desumidificador no ambiente. Outro resultado importante é a constatação da equivalência entre o modelo unidimensional e o modelo tridimensional para avaliação da entalpia no trocador.

Agrawal et al. (2018) apresentam uma síntese de diversos trabalhos desenvolvidos sobre TCSA, avaliando o impacto de diferentes parâmetros físicos no potencial térmico do sistema. Dentre os resultados, ressalta-se que a velocidade de escoamento de ar precisa ser otimizada para cada situação particular de instalação de TCSA. Avaliando outros parâmetros, observa-se

que à medida que a velocidade de escoamento do ar diminui, a perda de pressão no interior do TCSA aumenta, como esperado. Contudo, a capacidade térmica do sistema diminui, diminuindo assim também seu potencial.

O trabalho experimental de Agrawal et al. (2018) foi desenvolvido em várias localidades diferentes na Índia, com clima quente e árido com objetivo de avaliar o potencial do sistema para resfriamento do ar no verão. Entre as conclusões, destaca-se que uma possibilidade para aumentar o coeficiente de performance do TCSA está no aumento de teor de umidade do solo nas suas periferias. Os experimentos realizados mostram uma variação entre 12% e 24% no coeficiente de performance do TCSA em relação à variação de 5% à 20% no teor de umidade do solo.

Já com relação ao potencial de aquecimento do ar no inverno, os experimentos desenvolvidos por Agrawal et al. (2019) mostram uma variação de mais de 10% no coeficiente de performance em relação à uma variação similar no teor de umidade do solo vicinal. Além disso, a taxa média diária de transferência de calor é também diretamente proporcional ao teor de umidade do solo, obtendo seu valor máximo para um solo com teor de umidade de 15%.

Minaei e Safikhani (2021) descreveram um modelo analítico simples para determinar a performance de um TCSA, levando em consideração também as condições do solo no entorno do duto. As equações do modelo foram baseadas nas equações de balanço de energia no interior do duto e da temperatura do solo, os resultados do modelo foram obtidos através da técnica da Transformada de Laplace. Uma vez deduzido o modelo, a transformada de Laplace foi aplicada ao modelo e determinou-se a solução do problema no domínio da transformada. A solução no domínio real do tempo foi encontrada através de inversão numérica, segundo o algoritmo de Gaver–Stehfes. O modelo apresentou resultados consistentes com os dados experimentais, além de verificar que ocorre superestimação do potencial térmico do TCSA se a saturação térmica do solo não for levada em consideração na modelagem do sistema.

2.2 Teoria Construtal

A Teoria Construtal teve seu início com a publicação do trabalho de Bejan (1997), tratando da otimização do escoamento de calor com o objetivo de resfriamento de componentes eletrônicos. Esse problema pode ser generalizado como a facilitação do fluxo de um ponto para uma área, através da construção de canais de alta condutividade no dispositivo eletrônico. Tais canais são instalados a fim de aumentar a taxa de dissipação do calor no componente. Dois conceitos são essenciais no desenvolvimento dessa teoria: objetivo e restrição. Em se tratando do problema apresentado, o objetivo é o resfriamento do eletrônico, enquanto a restrição é uma quantidade fixa de material de alta condutividade utilizado para alcançar o objetivo.

Para determinar a solução desse problema, o autor seguiu uma metodologia de otimização e organização, separado em etapas. Essa metodologia foi iniciada pela utilização do menor bloco construtivo, também chamado sistema elementar, e prosseguiu para os blocos maiores,

originando um caminho em rede, em formato de árvore.

Além disso, Bejan (1997) mostrou que, assim como no problema de resfriamento de dispositivos eletrônicos, outras diversas situações comuns na natureza seguem o mesmo padrão: o desenvolvimento interno de um design a fim de atender a um objetivo e à certas restrições visa diminuir a resistência ao fluxo de calor e ao escoamento de fluido. É nesse sentido que o autor enunciou a Lei Construtal:

Para que um sistema de tamanho finito persistir no tempo, ele deve evoluir livremente de maneira que facilite o acesso das correntes impostas que escoam através dele. (BEJAN, 1997).

Design Construtal é um método desenvolvido a partir da Lei Construtal, baseado nos princípios de objetivos e restrições (BEJAN; LORENTE, 2008). A partir desse método, diversos trabalhos foram realizados a fim de investigar o papel do design de um TCSA na sua influência, com diversos tipos de restrições geométricas e construtivas.

O trabalho desenvolvido por Bejan, Lorente e Rocha (2000) é uma otimização termodinâmica de sistemas de escoamento de fluidos organizados em formato de T, Y ou cruz. Os sistemas estão sujeitos às restrições de área de ocupação e volume de fluido constantes. O objetivo é a minimização da resistência global à qual o sistema está submetido. Os autores obtiveram relações de proporcionalidade para diâmetro interno e comprimento de canais consecutivos. Destaca-se que para sistema em formato de T sob regime turbulento de escoamento, a resistência global é mínima quando a proporção entre o diâmetro do segundo e do primeiro ramo do sistema é $2^{-3/7}$. Já a razão entre o comprimento de um ramo e o comprimento do ramo anterior é $2^{-1/7}$ para que o objetivo seja atingido.

Biserni, Rocha e Bejan (2004) investigaram a otimização da cavidade em um parede condutora sólida. A cavidade tem formato retangular, seu volume é considerado constante e, com o objetivo de minimizar a resistência global da parede, consideram-se diversas proporções entre os lados da cavidade. Os principais resultados deste trabalho mostram que a melhor configuração da cavidade é aquela que praticamente atravessa a parede e que a performance das cavidades em formato de T é superior às com formato retangular.

Rocha et al. (2007) realizaram a otimização de 4 formatos de cavidades penetrantes em uma parede condutora sólida. Considerando constante o volume de fluido que escoar e variando a razão entre a largura e o comprimento das cavidades, a resistência global do sistema é minimizada. Os resultados mostram que a cavidade retangular apresenta melhor performance que as de formato elíptico ou triangular, além de confirmar outro resultado obtido por Biserni, Rocha e Bejan (2004): as cavidades em formato de T tem performance melhor que as cavidade com formato retangular.

O estudo da otimização termodinâmica de cavidades em paredes condutoras é o ponto de partida para o emprego do Design Construtal à modelagem de trocadores de calor. Nesse sentido, considerando o trocador como uma cavidade enquanto o solo desempenha o papel da

parede condutora, diversos trabalhos foram desenvolvidos e uma parte deles será comentada na próxima seção.

2.3 Design Construtal aplicado à TCSA

Um dos primeiros trabalhos sobre TCSA utilizando os conceitos do Design Construtal foi desenvolvido por Rocha et al. (2012). Com o objetivo de definir a melhor geometria para o sistema, investigando a profundidade de instalação do TCSA e a distância entre os seus dutos, a fim de maximizar a taxa de transferência de calor. Os resultados desse estudo mostraram que, ainda que a profundidade de instalação não tenha influência na geometria ótima do TCSA, ela influencia na taxa de transferência de calor entre o solo e o sistema. Além disso, este estudo mostrou que quanto mais estreita for a distância entre os dutos, melhor será a taxa de transferência de calor.

Lorenzini et al. (2012b) desenvolveram a otimização de dois conjuntos de cavidades em um sólido, em forma de T-Y, com duas cavidades laterais. Entre os principais resultados desse estudo, destaca-se que nem todos os graus de liberdade desempenham a mesma importância na performance do design do conjunto de cavidades.

Lorenzini et al. (2012a) apresentaram a minimização da temperatura em excesso adimensional em uma cavidade, em formato de T. A partir da variação da distribuição da cavidade no sólido, os autores concluíram que a melhor geometria é encontrada quando se tem a menor razão entre a largura e comprimento da cavidade. Além disso, a cavidade em formato de T apresentou um desempenho 45% melhor que uma cavidade em formato de C.

Rodrigues et al. (2015) realizaram a otimização geométrica de uma cavidade em formato de T, através da ferramenta PDETOOL (*Partial Differential Equations Tool*) do MATLAB. Este estudo objetivava minimizar a resistência térmica de um sistema gerador de calor através da inserção de canais com material de alta condutividade. A restrição adotada para o problema foi a condição de volume de material constante. Os resultados desse trabalho mostraram que a geometria ótima apresenta uma temperatura máxima mais de 33% menor que a temperatura máxima de uma geometria não otimizada. Além disso, os resultados obtidos indicam que a melhor geometria é aquela que apresenta a melhor distribuição de imperfeições (pontos de temperatura máxima) ao longo do sistema.

Brum et al. (2019) desenvolveram sua pesquisa focada na geometria do arranjo dos dutos de um TCSA composto, segundo também os conceitos do Design Construtal. Seus resultados indicaram que o simples acréscimo de dutos em um TCSA não implica na melhora relevante de sua performance, principalmente se levados em consideração os custos de instalação. Além disso, entre as oito possibilidades de geometria para o TCSA, encontrou-se que quatro dutos em um arranjo na forma losangular e cinco dutos em um arranjo retangular com um duto no centro da área seccional apresentaram os melhores coeficientes de performance.

Brum, Labat e Lorente (2019), a partir do modelo estacionário apresentado por Estrada et

al. (2018), realizaram a otimização do diâmetro de um TCSA simples, submetido à restrição de um volume constante de ar no interior do sistema. Assim, obteve-se que enquanto uma pequena variação do diâmetro influencia significativamente na performance do TCSA, a variação do comprimento não implica num aumento tão significativo na performance do sistema. Dessa forma, os autores propõem a substituição de uma TCSA simples por um sistema de bifurcações. Utilizando a técnica dos Multiplicadores de Lagrange, sob a mesma restrição de um volume constante, os resultados indicam que o coeficiente de performance aumenta significativamente com o aumento do número de bifurcações no sistema.

Nunes et al. (2021) desenvolveram uma pesquisa avaliando a disposição geométrica de um TCSA, partindo de um sistema com apenas um duto e investigando também sistemas que utilizam serpentinas, diminuindo o espaçamento entre os dutos. Sob condição de volume constante, obtida a partir do TCSA com um único duto, os autores empregaram os conceitos do Design Construtal para otimizar o volume de solo ocupado pelo sistema. Em relação a perda de pressão, o TCSA simples apresentou o melhor desempenho. Contudo, devido a necessidade de uma grande área para instalação, os autores propuseram o estudo de TCSA composto por serpentinas. Assim, as melhores geometrias apresentaram resultados quase 40% melhores que as piores geometrias em se tratando de volume de solo ocupado. Em relação à perda de pressão, as melhores geometria de TCSA utilizando serpentinas apresentaram resultados 30% melhores que as piores geometrias.

Dessa forma, pretende-se contribuir com pesquisas que envolvem TCSA e Design Construtal apresentando um estudo sobre a facilitação do escoamento do ar num TCSA em rede. Para isso, determinar-se-á a razão entre o comprimento de duas seções consecutivas de um TCSA em rede sob a restrição de um volume constante, tendo por base um TCSA simples. Neste trabalho apresenta-se tanto a solução analítica quanto a solução numérica do problema de Estrada et al (2018). Ambas abordagens são de fácil implementação algorítmica, requerendo baixos recursos computacionais, além de apresentarem alta concordância com os resultados obtidos por outros modelos da literatura.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

O conforto térmico é um estado físico e mental que expressa satisfação com o ambiente térmico à volta de um indivíduo (HOOF; MAZEJ; HENSEN, 2010). A temperatura, a umidade e a velocidade do ar são fatores físicos que influenciam diretamente nas condições de conforto térmico. A manutenção desses fatores dentro de condições estipuladas é a finalidade de um TCSA.

Para modelar o comportamento desses fatores ao longo de um TCSA simples e avaliar a eficácia do sistema, são deduzidos dois modelos matemáticos para a entalpia específica em seu interior. Esses modelos, um estacionário e outro transiente, são obtidos a partir das equações de conservação de energia e massa e solucionados numérica e analiticamente.

A solução numérica é obtida utilizando-se o Método das Diferenças Finitas avançado, dada a configuração física das condições inicial e de contorno do modelo diferencial. Em seguida, a solução analítica do problema é encontrada por meio da técnica da Transformada de Laplace, também com inversão analítica. Entre as vantagens dessa solução, destaca-se a necessidade por baixo recurso computacional para implementação do modelo.

A dedução dos modelos diferenciais, sua implementação numérica e analítica são apresentadas nesta seção.

3.1 Modelo estacionário

3.1.1 Dedução do modelo estacionário

Considere um TCSA simples, com uma extremidade no interior e outra no exterior da residência, como esquematizado na Figura 3.1. O duto é equipado com um ventilador, cuja posição de instalação não será considerada, desde que o motor desse ventilador não esteja na periferia do sistema. Caso o motor do ventilador estiver nas proximidades do TCSA, é necessário considerar o calor dissipado por ele e isso influenciaria no balanço de energia do sistema (ESTRADA et al.,2018).

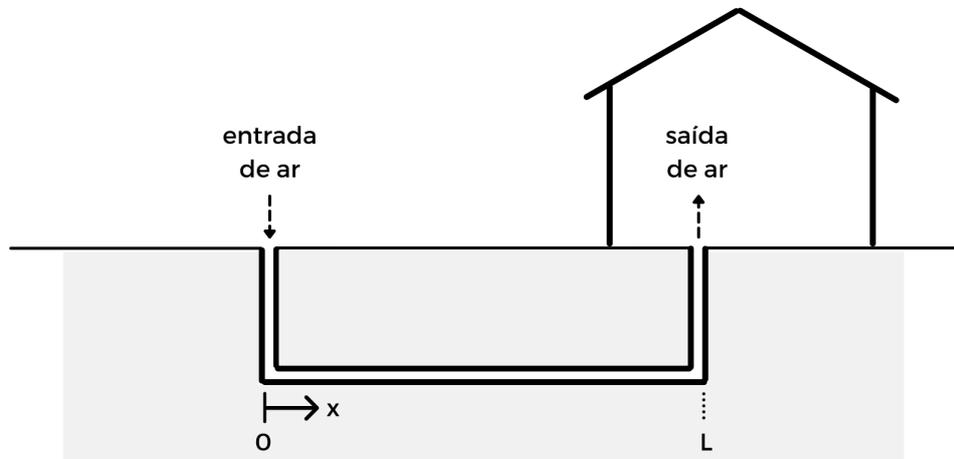


Figura 3.1: Esboço de um TCSA simples.

Na Figura 3.2 está representado o elemento infinitesimal da seção transversal de TCSA simples, com as forças que atuam no sistema indicadas.

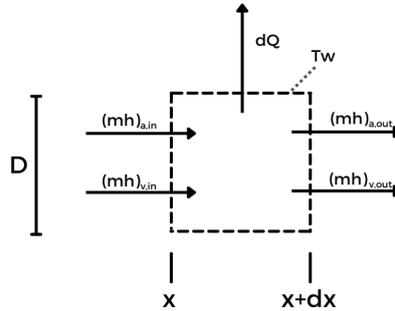


Figura 3.2: Elemento infinitesimal da seção transversal de um TCSA simples.

A vazão mássica de ar úmido \dot{m}_{ha} é a soma entre a vazão mássica de ar seco \dot{m}_a e a vazão mássica de vapor \dot{m}_v . A equação de conservação de massa estabelece que a massa de vapor na entrada do duto é equivalente a massa de vapor na sua saída somada à massa de vapor condensado ao longo do sistema, representada na equação:

$$d\dot{m}_{v,x} = d\dot{m}_{v,dx} + d\dot{m}_{cond,dx}, \quad (3.1)$$

onde $d\dot{m}_{cond,dx}$ corresponde ao fluido condensado ao longo de dx .

A quantidade de calor $d\dot{Q}$ necessária para realizar uma mudança de temperatura no fluido é equivalente à variação da energia interna. Assim, o balanço de energia do sistema pode ser

escrito em termos da vazão mássica e da entalpia específica:

$$(\dot{m}h)_{a,in} + (\dot{m}h)_{v,in} - (\dot{m}h)_{a,out} - (\dot{m}h)_{v,out} = d\dot{Q}$$

ou, ainda,

$$d[(\dot{m}h)_a + (\dot{m}h)_v] = -d\dot{Q}. \quad (3.2)$$

A vazão mássica de vapor pode ser expressa como o produto entre a vazão mássica de ar seco e o teor de umidade do ar w , onde $w = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a}$. Pondo a vazão mássica de vapor em termos

da vazão mássica e da umidade específica do ar seco, tem-se que $\dot{m}_v = \dot{m}_a \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a} = \dot{m}_a \cdot w$, a equação (3.2) pode ser reescrita como:

$$d[\dot{m}_a h_a + \dot{m}_a w h_v] = \dot{m}_a d[h_a + w h_v] = \dot{m}_a d[h_{ha}] = -d\dot{Q}$$

ou, explicitando a expressão para a entalpia específica do ar úmido:

$$\dot{m}_a d[c_{p,a}T + w(c_{p,v}T + L_v)] = -d\dot{Q}, \quad (3.3)$$

onde $c_{p,a}$ e $c_{p,v}$ representam a capacidade térmica do ar seco e do ar úmido, respectivamente, e L_v representa o calor latente de evaporação do ar úmido.

A troca de calor $d\dot{Q}$ pode ocorrer através de trocas de calor sensíveis (\dot{Q}_S) ou latentes (\dot{Q}_L). As trocas latentes de calor acontecem na forma de condensação no interior do duto, $\dot{Q}_L = d\dot{m}_{cond} \cdot L_v$. Assim, obtém-se outra expressão para $d\dot{Q}$:

$$d\dot{Q} = h_m \cdot p \cdot dx \cdot \rho_{ha} (c_{vsp} - c_{vwsp}) \cdot L_v + h_{cv} \cdot p \cdot dx \cdot (T - T_w) \quad (3.4)$$

onde h_{cv} é coeficiente de transferência convectiva de calor, T_w é a temperatura da parede interna do sistema, $c_{vsp} = w\rho_{ha}^{-1}$ é a concentração de vapor saturado do ar úmido e $c_{vwsp} = w_w\rho_{ha}^{-1}$ é a concentração de vapor saturado na parede interna do duto.

Além disso, considerando a relação de Chilton-Colburn para os coeficientes convectivos de massa e calor (INCROPERA et al., 2007), onde o número de Lewis (Le) pode ser expresso como a razão entre o número de Schmidt (Sc) e o número de Prandtl (Pr), obtém-se:

$$\frac{h_m}{h_{cv}} = \frac{Sh}{Nu \cdot Le} \cdot \frac{1}{\rho_{ha} c_{p,ha}} \approx \frac{1}{\rho_{ha} c_{p,ha}}, \quad (3.5)$$

onde Sh é o número de Sherwood.

Utilizando a relação (3.5), reescreve-se a equação (3.4) como:

$$d\dot{Q} = \frac{h_{cv} \cdot p \cdot dx}{c_{P,ha}} (w_w - w) \cdot L_v + h_{cv} \cdot p \cdot dx (T_w - T). \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.6) em (3.3), tem-se:

$$\dot{m}_a d[c_{P,a} \cdot T + w(c_{P,v} \cdot T + L_v)] = \frac{h_{cv} \cdot p \cdot dx}{c_{P,ha}} (w_w - w) \cdot L_v + h_{cv} \cdot p \cdot dx (T_w - T) \quad (3.7)$$

Escrevendo a equação anterior em termos da entalpia específica do ar úmido (h_{ha}) e da entalpia específica da parede do duto (h_w), obtém-se:

$$\frac{dh_{ha}}{dx} = \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha} \dot{m}_a} (h_w - h_{ha}), \quad 0 < x \leq L, \quad (3.8)$$

onde $h_{ha} = c_{P,a} \cdot T + w(c_{P,v} \cdot T + L_v)$ e $h_w = c_{P,a} \cdot T + w_w(c_{P,v} \cdot T_w + L_v)$.

A condição inicial desse problema é a entalpia específica do ar úmido na entrada do duto:

$$h_{ha}(0) = h_{in}, \quad (3.9)$$

onde $h_{in} = c_{P,a} T_{in} + w(c_{P,v} T_{in} + L_v)$. As equações (3.8) – (3.9) são o modelo para a entalpia específica do ar úmido no interior de um TCSA simples.

A solução analítica de (3.8) é encontrada integrando-se da entrada à saída do duto ($\int_0^L (\cdot) dx$):

$$h_{ha}(x) = (h_{in} - h_w) \cdot \exp\left(-\frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha} \dot{m}_a} x\right) + h_w, \quad 0 < x \leq L. \quad (3.10)$$

Essa é a solução analítica para a entalpia específica do ar úmido no interior dos dutos de TCSA simples, levando em consideração as trocas de calor latente e sensível, determinada em Estrada et al. (2018).

Em seguida, considerando-se apenas os termos do calor latente da equação (3.7), obtém-se uma relação diferencial para a umidade absoluta ao longo do sistema:

$$\frac{d}{dx}[wL_v] = \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha} \cdot \dot{m}_a} (w_w - w) \cdot L_v,$$

que pode ser reescrita como:

$$\frac{dw}{w_w - w} = \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha} \cdot \dot{m}_a} \cdot dx \quad (3.11)$$

Além disso, considera-se a umidade absoluta na entrada do duto como condição inicial:

$$w(0) = w_{in}. \quad (3.12)$$

As equações (3.11) – (3.12) são o modelo para a umidade absoluta do ar úmido ao longo de um TCSA simples.

Ademais, a temperatura na saída do sistema pode ser obtida através da definição da entalpia específica, de onde segue que:

$$T(x) = \frac{h_{ha}(x) - wL_v}{c_{P,ha}}. \quad (3.13)$$

A seguir, apresenta-se a modelagem numérica do PVI para a entalpia específica do ar úmido.

3.1.2 Solução numérica do modelo estacionário

A modelagem numérica do PVI (3.8) – (3.9) será realizada através do Método de Euler (ASCHER; GREIF, 2011), um método numérico de passo simples. Esse é o método numérico mais simples para a solução de equações diferenciais ou, como pontua Iserles (2009), é a partir desse método que métodos mais avançados são construídos. Escrevendo $h_{ha}^{(i)} = h_{ha}(x^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, n$, tem-se:

$$h_{ha}^{(i+1)} = h_{ha}^{(i)} + m \cdot \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha} \dot{m}_a} (h_w - h_{ha}^{(i)}) \quad x^{(1)} < x \leq x^n = L, \quad (3.14)$$

$$h_{ha}^{(0)} = h_{in}, \quad (3.15)$$

onde m é o passo do método de Euler.

3.2 Modelo transiente para a entalpia

3.2.1 Dedução do modelo transiente para a entalpia

Novamente, considera-se um TCSA simples horizontal, com comprimento L desprezando-se suas partes verticais. Partindo-se da equação de conservação de energia, tem-se que:

$$\frac{dU}{dt} = (\dot{m}h)_{a,in} + (\dot{m}h)_{v,in} - (\dot{m}h)_{a,out} - (\dot{m}h)_{v,out} - d\dot{Q}, \quad (3.16)$$

ou, em termos da vazão mássica e da entalpia específica do ar úmido:

$$d\dot{m}_{ha} \frac{dh_{ha}}{dt} = -d[(\dot{m}h)_a + (\dot{m}h)_v] - d\dot{Q} \quad (3.17)$$

Utilizando a expressão da entalpia específica do ar úmido $h_{ha} = c_{P,A} \cdot T + w \cdot (c_{P,V} \cdot T + L_v)$ na equação (3.17), tem-se:

$$d\dot{m}_{ha} \frac{dh_{ha}}{dt} = -\dot{m}_A \cdot d[c_{P,A} \cdot T + w \cdot (c_{P,V} \cdot T + L_v)] - d\dot{Q} \quad (3.18)$$

Substituindo a equação (3.4) em (3.18):

$$d\dot{m}_{ha} \frac{dh_{ha}}{dt} = -\dot{m}_A d[c_{P,A}T + w(c_{P,V}T + L_v)] + \frac{h_{cv}p dx}{c_{P,ha}}(w_w - w) \cdot L_v + h_{cv}p dx(T_w - T) \quad (3.19)$$

Expressando-se os termos do lado direito da última equação através da entalpia específica do ar úmido e escrevendo a vazão mássica de ar úmido como $d\dot{m}_{ha} = \rho_{ha} \cdot A \cdot dx$, a equação (3.19) é reescrita como:

$$\rho_{ha} A \frac{dh_{ha}}{dt} = -\dot{m}_A \frac{dh_{ha}}{dx} + \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha}}(h_w - h). \quad (3.20)$$

Além disso, a equação (3.20) está submetida às condições inicial e de contorno:

$$h_{ha}(x, 0) = h_w, \quad (3.21)$$

$$h_{ha}(0, t) = h_{in}, \quad (3.22)$$

onde a condição inicial (3.21) é a entalpia específica da parede do sistema, calculada através da temperatura média do solo à profundidade de instalação do TCSA, considerando-se a parede do duto molhada. As equações (3.20) – (3.22) constituem o modelo diferencial transiente para a entalpia específica do ar úmido no interior de um TCSA simples, levando em consideração as trocas de calor latente e sensível.

3.2.2 Solução numérica do modelo transiente para a entalpia

Um dos métodos mais comuns para a modelagem numérica de equações diferenciais é o Método das Diferenças Finitas. Inicialmente, o domínio da função é dividido em uma rede de pontos, compondo uma malha. Em cada um desses pontos, a derivada é substituída por uma equação de diferenças finitas. Para a variável espacial, realiza-se as aproximações por meio das fórmulas de diferenças regressivas. Já para a discretização temporal, são utilizadas as fórmulas de diferenças progressivas. Escrevendo $h_m^n = h_{ha}(x_m, t_n)$, com $x_m = mk_1$ e $t_n = nk_2$, $m, n = 1, 2, 3, \dots$, obtém-se o esquema de diferenças finitas para o problema (3.20) – (3.22):

$$h_m^1 = h_w, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (3.23)$$

$$h_1^n = h_{in}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (3.24)$$

$$h_m^{n+1} = k_2 \left[\frac{h_m^n}{k_1} - \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{h_m^n - h_{m-1}^n}{k_1} - \frac{\eta_3}{\eta_1} \cdot h_m^n + \frac{\eta_4}{\eta_1} \right], \quad (3.25)$$

onde $\eta_1 = \rho_{ha}A$, $\eta_2 = \dot{m}_a$, $\eta_3 = -\frac{h_{cv}p}{c_{p,ha}}$ e $\eta_4 = -\eta_3 h_w$.

Na Figura 3.3 é apresentada a malha de diferenças finitas do esquema (3.23) – (3.25).

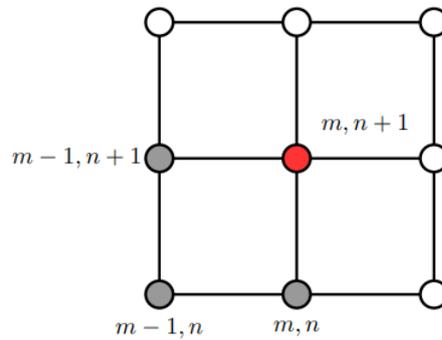


Figura 3.3: Esquema de diferenças finitas para frente na malha

Para que os resultados obtidos sejam independentes da quantidade de pontos da malha, realizou-se um teste de independência de malhas, considerando $k_{1,1} = 20\text{cm}$, $k_{1,2} = 10\text{cm}$ e $k_{1,3} = 1\text{cm}$:

$k_{1,i}$ (cm)	Número de pontos	Erro quadrático médio (kJ/kg)
20	2.198.760	–
10	4.388.760	$7,9185 \times 10^{-05}$
1	43.808.760	$7,7490 \times 10^{-05}$

Tabela 3.1: Teste de independência de malha para o modelo transiente para a entalpia.

A partir dos dados da Tabela 3.1, escolhe-se $k_1 = k_{1,2}$ para a discretização linear da malha. Para a discretização temporal, utiliza-se um passo de $1h$ devido às características dos dados climáticos.

3.2.3 Solução analítica do modelo transiente para a entalpia

Nesta seção, apresenta-se a solução analítica do modelo deduzido para a entalpia no interior de um trocador de calor solo-ar composto por um único duto. Tal solução é encontrada por meio da técnica da Transformada de Laplace.

A Transformada de Laplace é uma técnica de transformadas integrais empregada para a solução de equações diferenciais lineares, ordinárias ou parciais. Essa técnica consiste na transformação de uma equação diferencial de um domínio funcional para outro domínio, representado pela equação transformada (ou equação auxiliar) (DEBNATH; BHATTA,2015).

Uma vez que a equação transformada é solucionada, pode-se obter a solução no domínio funcional inicial através da transformada inversa de Laplace. Em muitos casos, a solução da transformada inversa por técnicas analíticas é impossível, sendo necessário o emprego de

métodos numéricos. Ainda assim, é possível determinar analiticamente a transformada inversa de Laplace de funções analíticas com uma quantidade finita de singularidades.

Inicialmente, as constantes físicas são agrupadas e a equação (3.20) é reescrita como:

$$\eta_1 \frac{\partial h}{\partial t} = -\eta_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \eta_3 h - \eta_4, \quad (3.26)$$

onde $\eta_1 = \rho_{ha} A$, $\eta_2 = \dot{m}_a$, $\eta_3 = -\frac{h_{cv} P}{C_{p,ha}}$ e $\eta_4 = -\eta_3 h_w$.

A função $F(x, s)$ é a transformada de Laplace de uma função $f(x, t)$ e é obtida a partir da integral:

$$\mathcal{L}[f(x, t)] = F(x, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(x, t) dt, \quad (3.27)$$

onde \mathcal{L} é o operador da transformada de Laplace. Para que a integral do lado direito da igualdade convirja, fazendo com que exista a transformada de Laplace da função f , é suficiente que $f(x, t)$ seja contínua por partes e de ordem exponencial s , para todo $t \geq 0$ (BUTKOV, 1973). Os termos de (3.26) são todos funções contínuas por partes. Assim, aplica-se a transformada de Laplace à equação (3.26), obtendo-se:

$$\frac{d\bar{h}(x, s)}{dx} + \frac{\eta_1 s - \eta_3}{\eta_2} \bar{h}(x, s) = \frac{\eta_1}{\eta_2} h_w - \frac{\eta_4}{s \eta_2}. \quad (3.28)$$

A equação auxiliar (3.28) é uma equação diferencial linear ordinária, cuja solução é:

$$\bar{h}(x, s) = \frac{\eta_1 h_w + \frac{\eta_4}{s}}{\eta_1 s - \eta_3} + C_1 \exp\left(\frac{\eta_3 - \eta_1 s}{\eta_2} x\right). \quad (3.29)$$

Para determinar a constante de integração C_1 , utiliza-se a condição de contorno (3.22).

Tomando $\mathcal{L}\{h(0, t)\} = \bar{h}(0, s) = \mathcal{L}\{h_{in}\} = \frac{h_{in}}{s}$ e utilizando a equação (3.29), temos:

$$C_1 = \frac{h_{in}}{s} - \frac{\eta_1 h_w + \frac{\eta_4}{s}}{\eta_1 s - \eta_3}. \quad (3.30)$$

Logo, substituindo (3.30) em (3.29), temos:

$$\bar{h}(x, s) = \frac{\eta_1 h_w + \frac{\eta_4}{s}}{\eta_1 s - \eta_3} + \left(\frac{h_{in}}{s} - \frac{\eta_1 h_w + \frac{\eta_4}{s}}{\eta_1 s - \eta_3}\right) \exp\left(\frac{\eta_3 - \eta_1 s}{\eta_2} x\right) \quad (3.31)$$

Agora, é necessário determinar a Transformada Inversa de Laplace da equação (3.31). De forma geral, a transformada inversa de Laplace pode ser determinada a partir da integral de Mellin (BUTKOV, 1973):

$$f(x, t) = \mathcal{L}^{-1}[F(x, s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{ts} F(x, s) ds \quad (3.32)$$

No caso da equação (3.31), não é possível utilizar o Teorema dos Resíduos para determinar a solução da integral (3.32). Alternativamente, pode-se utilizar as tabelas de transformadas de Laplace, método adotado neste trabalho. Assim, a solução da equação (3.31) foi determinada a partir das tabelas de transformadas de Butkov (1973):

$$h(x, t) = h_w e^{\frac{\eta_3}{\eta_1} t} + \frac{\eta_4}{\eta_3} \left(e^{\frac{\eta_3}{\eta_1} t} - 1 \right) + \exp\left(\frac{\eta_3}{\eta_2} x\right) \mathbb{H}\left(t - \frac{\eta_1}{\eta_2} x\right) \left[h_{in} + \frac{\eta_4}{\eta_3} - \left(h_w - \frac{\eta_4}{\eta_3} \right) \exp\left(\frac{\eta_3}{\eta_1} t - \frac{\eta_3}{\eta_2} x\right) \right] \quad (3.33)$$

onde \mathbb{H} é a função de Heaviside, ou função degrau, assim definida (BUTKOV, 1973):

$$\mathbb{H}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{2}, & \text{se } x = 0 \\ 0, & \text{se } x < 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

Escrevendo equação (3.33) em termos dos parâmetros físicos agrupados sob as constantes η_1 , η_2 , η_3 e η_4 , obtém-se:

$$h(x, t) = h_w + \exp\left(-\frac{h_{cv} p}{\dot{m}_a c_{p,ha}} x\right) \mathbb{H}\left(t - \frac{\rho_{ha} \pi r^2}{\dot{m}_a} x\right) \cdot \left[(h_{in} - h_w) - 2h_w \exp\left(-\frac{2h_m}{r} t - \frac{h_{cv} p}{\dot{m}_a c_{p,ha}} x\right) \right]. \quad (3.35)$$

3.3 Modelo transiente para a temperatura

3.3.1 Dedução

Considerando-se apenas os termos do calor sensível na equação (3.19), tem-se:

$$\rho_{ha} A \frac{d}{dt} [c_{P,a} T] = -\dot{m}_A \frac{d}{dx} [c_{P,A} T] + \frac{h_{cv} \cdot p}{c_{P,ha}} [c_{P,A} (T_w - T)] \quad (3.36)$$

ou, ainda:

$$\frac{dT(x, t)}{dt} = -\frac{u \rho_a}{\rho_{ha}} \frac{dT(x, t)}{dx} + \frac{4h_{cv}}{c_{P,ha} \rho_{ha} D} (T_w - T(x, t)). \quad (3.37)$$

As condições inicial e de contorno para (3.37) são:

$$T(x, 0) = T_w, \quad (3.38)$$

$$T(0, t) = T_{in}, \quad (3.39)$$

onde T_w é a temperatura do solo à profundidade de instalação do TCSA. As equações (3.37) – (3.39) constituem o modelo diferencial transiente para a temperatura no interior de um TCSA simples.

3.3.2 Solução numérica

Como na Seção 3.2.2, emprega-se o Método das Diferenças Finitas para a modelagem numérica do problema misto da seção anterior. Considerando as aproximações por meio das diferenças para frente tanto para a discretização espacial quanto para a discretização temporal, obtém-se o esquema de diferenças finitas para o problema (3.37) – (3.39):

$$T_m^1 = T_w, \quad (3.40)$$

$$T_1^n = T_{in}, \quad (3.41)$$

$$T_{m+1}^{n+1} = \left(\frac{1}{k_4} + \frac{1}{k_3} \cdot \frac{\mu\rho_a}{\rho_{ha}} + \frac{4h_{cv}}{c_{p,ha}\rho_{ha}D} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{T_{m+1}^n}{k_4} + \frac{1}{k_3} \frac{\mu\rho_a}{\rho_{ha}} T_m^{n+1} + \frac{4h_{cv}}{c_{p,ha}\rho_{ha}D} T_w \right), \quad (3.42)$$

onde $T_m^n = T(x_m, t_n)$, com $x_m = mk_3$ e $t_n = nk_4$.

Realiza-se, em seguida, um teste de independência de malhas a fim de assegurar que os resultados obtidos a partir da modelagem numérica não dependam da quantidade de pontos de discretização do domínio. O teste foi realizado considerando-se três valores para k_3 :

$k_{3,i}$ (cm)	Número de pontos	Erro quadrático médio (kJ/kg)
20	2.198.760	–
10	4.388.760	$2,0326 \times 10^{-04}$
1	43.808.760	$2,0800 \times 10^{-04}$

Tabela 3.2: Teste de independência de malha para o modelo transiente para a temperatura.

A partir dos dados da Tabela 3.2, escolhe-se $k_3 = 10\text{cm}$ para a discretização linear da malha. Para a discretização temporal, utiliza-se um passo de $1h$ devido às características dos dados climáticos.

3.3.3 Solução analítica

A solução analítica do problema (3.37) – (3.39) será determinada empregando-se a técnica da Transformada de Laplace. Pondo $\zeta_1 = -\frac{u\rho_a}{\rho_{ha}}$, $\zeta_2 = -\frac{4h_{cv}}{c_{p,ha}\rho_{ha}D}$ e $\zeta_3 = -\zeta_2 T_w$, (3.37) é reescrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \zeta_1 \frac{\partial T}{\partial x} + \zeta_2 T + \zeta_3. \quad (3.43)$$

Considerando $\bar{T}(x, s) = \mathcal{L}[T(x, t), t \rightarrow s]$, aplica-se a transformada de Laplace à equação

(3.43), obtendo-se:

$$\frac{d\bar{T}(x, s)}{dx} + \frac{\zeta_2 - s}{\zeta_1} \bar{T}(x, s) = -\frac{sT_w + \zeta_3}{s\zeta_1}. \quad (3.44)$$

A solução geral da equação auxiliar (3.44), uma equação diferencial linear na variável x , é:

$$\bar{T}(x, s) = \frac{T_w}{s} + C_2 \exp\left(\frac{s - \zeta_2}{\zeta_1} x\right). \quad (3.45)$$

Aplica-se a transformada de Laplace à condição de contorno (3.39) a fim de calcular C_2 :

$$C_2 = \frac{T_{in} - T_w}{s}. \quad (3.46)$$

Em seguida, substituindo (3.46) em (3.27), tem-se:

$$\bar{T}(x, s) = \frac{T_w}{s} + \frac{T_{in} - T_w}{s} \exp\left(\frac{s - \zeta_2}{\zeta_1} x\right). \quad (3.47)$$

Novamente, utiliza-se as tabelas de transformadas de Laplace de Butkov (1973) para determinar a transformada inversa de cada parcela da equação (3.47), obtendo-se:

$$T(x, t) = (T_{in} - T_w) \exp\left(-\frac{\zeta_2}{\zeta_1} x\right) \mathbb{H}\left(t + \frac{x}{\zeta_1}\right) + T_w. \quad (3.48)$$

Finalmente, explicitando-se na equação anterior as constantes ζ_1 , ζ_2 e ζ_3 em termos dos parâmetros físicos que elas representam, chega-se a:

$$T(x, t) = (T_{in} - T_w) \exp\left(-\frac{h_{cv}P}{c_{P,ha}\dot{m}_a} x\right) \mathbb{H}\left(t - \frac{\rho_{ha}A}{\dot{m}_a} x\right) + T_w. \quad (3.49)$$

3.4 Potencial térmico de um TCSA

O potencial térmico instantâneo de um TCSA é definido como a diferença de temperatura entre a entrada e a saída do sistema (BRUM et al., 2016), calculado simplesmente por:

$$PTI(t) = T_{out}(t) - T_{in}(t). \quad (3.50)$$

Já o potencial térmico instantâneo mensal é a razão entre o potencial térmico de um mês inteiro e o número de dias desse mês, definido em Brum et al. (2016) como:

$$PTI_m = \frac{\int_a^b PTI(t) dt}{b - a}, \quad (3.51)$$

onde a e b são o primeiro e o último dia do mês, respectivamente.

Para avaliar a taxa mensal de trocas de calor no sistema, utiliza-se a equação proposta por Bejan e Kraus (2003), em termos da variação da entalpia mensal:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a c_{P,ha} PTI_m = \dot{m}_a h_{ha,m}, \quad (3.52)$$

onde $h_{ha,m}$ é a entalpia específica mensal.

As quantidades de calor trocadas mensalmente são determinadas por:

$$Q = \frac{\dot{Q} N_h}{1000}, \quad (3.53)$$

onde N_h é o número total de horas do mês.

Além disso, seguindo a metodologia de Brunetti (2008), a quantidade de energia elétrica utilizada pelo ventilador para induzir o ar dentro do sistema é dada por:

$$\dot{F} = \frac{\Delta p \dot{m}_a}{\rho_{ha} \eta}, \quad (3.54)$$

onde η é a eficiência do ventilador, estimada em 70% neste trabalho, e Δp é a queda de pressão nos dutos, calculada através de:

$$\Delta p = \left(f \frac{L}{D} + \sum \xi_i \right) \cdot \frac{m_a^2}{2 \rho_{ha} A^2}, \quad (3.55)$$

onde f é o fator de fricção de Darcy-Wiesbach e ξ é o coeficiente singular de perda de carga (INCROPERA et al., 2007). Devido às hipóteses do problema, $\xi_i = 0, \forall i \in \mathbb{N}$.

Finalmente, calcula-se o coeficiente de performance (COP) do sistema (HERMES et al., 2020):

$$COP = \left| \frac{\dot{Q}}{\dot{F}} \right|. \quad (3.56)$$

4 DESIGN CONSTRUTAL APLICADO À UM TCSA EM FORMA DE T

Diversos estudos foram desenvolvidos a fim de investigar a influência de alguns parâmetros físicos de um TCSA na performance do sistema, como velocidade de escoamento do fluido, profundidade de instalação, quantidade de dutos do sistema (BISONIYA, 2015; BRUM et al., 2019; AGRAWAL et al., 2018; MINAEI; SAFIKHANI, 2021). O trabalho de Agrawal et al. (2019) mostrou que a geometria dos TCSA é um fator que ainda carece de estudos, uma vez que a maior parte dos modelos da literatura consideram modelos com apenas um duto ou vários dutos em paralelo, utilizando poucas vezes outras configurações geométricas.

Tendo como ponto de partida o Design Construtal (BEJAN, 1997) e os estudos sobre a inserção de cavidades em paredes condutoras (BISERNI; ROCHA; BEJAN, 2004), neste capítulo é desenvolvida a construção de um TCSA em forma de T. O objetivo deste capítulo é realizar a minimização da resistência térmica global ao escoamento de ar úmido no interior do sistema. A resistência térmica é obtida a partir de uma relação com a queda de pressão e a vazão mássica no interior do trocador.

4.1 TCSA com 2 níveis

Considere um TCSA em formato de T, com dois níveis, formado por um duto de comprimento L_1 e diâmetro D_1 e outros dois dutos, cada um de comprimento L_2 e diâmetro D_2 , como ilustrado na Figura 4.1. Considere ainda que o escoamento através do sistema é turbulento, no regime completamente rugoso. Dessa hipótese, segue que o fator de fricção pode ser aproximado por uma constante para todos os dutos do sistema (INCROPERA et al., 2007).

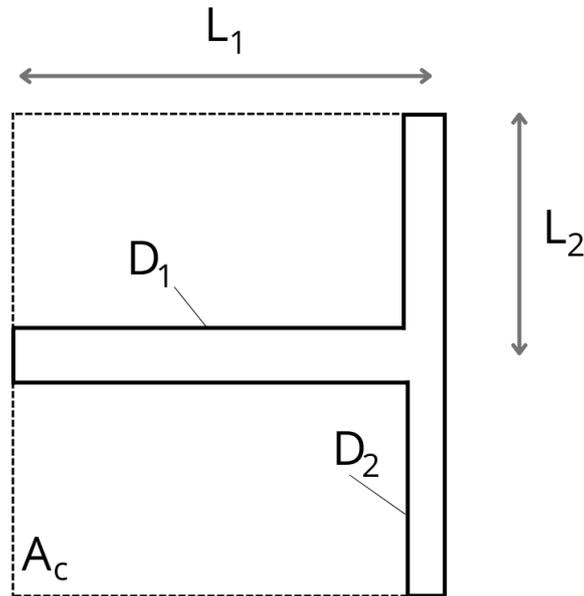


Figura 4.1: TCSA em formato de T com 2 níveis.

Além disso, Brum, Labat e Lorente (2019) realizaram a minimização da queda de pressão para determinar o diâmetro ótimo de um TCSA em T, como o considerado neste trabalho. Assim, os autores realizaram a minimização da queda de pressão restrita à um volume constante e determinaram que $\frac{D_2}{D_1} = 2^{-3/7}$ para o sistema (BEJAN; LORENTE; ROCHA, 2000).

Para realizar a minimização da resistência térmica global considera-se constante o volume ocupado pelos dutos:

$$V = \frac{\pi}{4}(D_1^2 L_1 + 2D_2^2 L_2) = \text{constante} \quad (4.1)$$

Também considera-se constante a área de ocupação do canal em T:

$$A_s = 2L_1 L_2 = \text{constante} \quad (4.2)$$

O balanço de forças para um duto de comprimento L e velocidade média U é dado por (??, ??):

$$\Delta P = f \frac{pL}{A_c} \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \right), \quad (4.3)$$

onde f é o fator de fricção, ρ é a massa específica de ar úmido e p e A_c são o perímetro área

seccional do duto, respectivamente. Para o sistema em consideração, com secção circular, $A_c = \frac{\pi D^2}{4}$ e $p = \pi D$. Como ressaltado anteriormente, o fator de fricção pode ser aproximado por uma constante para todos os dutos. Assim, pode-se expressar a seguinte proporção, em termo da vazão mássica e da queda de pressão:

$$\frac{\Delta P}{\dot{m}^2} \sim r, \quad (4.4)$$

onde r é um grupo geométrico do duto tal que:

$$r = \frac{L}{D^5}. \quad (4.5)$$

Assumindo que a queda de pressão na bifurcação do sistema é muito pequena comparada ao sistema completo, tomando como ΔP_1 a queda de pressão ao longo do primeiro duto (L_1 , D_1) e ΔP_2 a queda de pressão ao longo dos dutos do segundo nível (L_2 , D_2) obtém-se:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2. \quad (4.6)$$

Usando a relação (4.4) na equação (4.6), tem-se:

$$\frac{\Delta P}{\dot{m}^2} \sim r_1 + r_2 \left(\frac{\dot{m}/2}{\dot{m}} \right)^2 \quad (4.7)$$

Os dois ramos do segundo nível do TCSA estão associados em paralelos. Dessa forma, a resistência total R_3 do segundo nível é escrita como:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2}, \quad (4.8)$$

donde obtém-se $R_3 = R_2/2$. Uma vez que o primeiro e o segundo nível do sistema estão associados em série, a resistência térmica total do sistema ao escoamento do fluido pode ser escrita como segue:

$$R = \frac{L_1}{D_1^5} + \frac{L_2}{4D_2^5}. \quad (4.9)$$

A pressão e, conseqüentemente, a resistência serão mínimas quando $D_2/D_1 = 2^{-3/7}$, reescrevendo a equação (4.9) como:

$$R_{min} = D_1^5 (L_1 + 2^{1/7} L_2). \quad (4.10)$$

Essa equação será minimizada através do método dos Multiplicadores de Lagrange, considerando as restrições do problema.

4.2 TCSA com 3 níveis

Seguindo a metodologia empregada na seção anterior, considerada-se um TCSA com duas bifurcações, como mostrado na Figura 4.2.

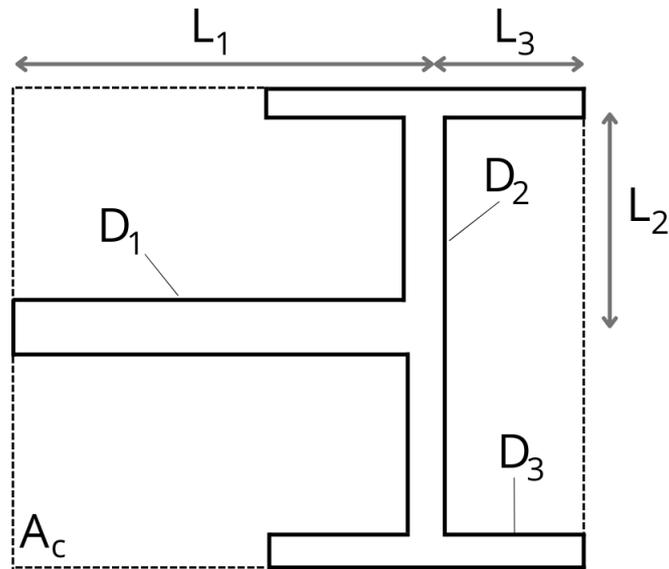


Figura 4.2: TCSA em formato de T com 3 níveis.

As restrições de volume e área superficial são dadas por:

$$V = \frac{\pi}{4} (D_1^2 L_1 + 2D_2^2 L_2 + 4D_3^2 L_3) = \text{constante} \quad (4.11)$$

$$A_s = 2L_2(L_1 + L_3) = \text{constante} \quad (4.12)$$

A queda de pressão no sistema pode ser descrita como:

$$\frac{\Delta P}{\dot{m}^2} \sim r_1 + r_2 \left(\frac{\dot{m}/2}{\dot{m}} \right)^2 + r_3 \left(\frac{\dot{m}/4}{\dot{m}} \right)^2 \quad (4.13)$$

o que implica em:

$$R = \frac{L_1}{D_1^5} + \frac{L_2}{4D_2^5} + \frac{L_3}{16D_3^5} \quad (4.14)$$

Utilizando a relação obtida a partir da minimização dos diâmetros ($D_3/D_2 = D_2/D_1 =$

$2^{-3/7}$), a equação (4.14) é reescrita em termos da minimização da pressão:

$$R_{min} = D_1^5 (L_1 + 2^{1/7} L_2 + 2^{2/7} L_3) \quad (4.15)$$

4.3 TCSA com 4 níveis

A Figura (4.3) mostra o TCSA considerado nesta seção. As restrições para o volume e a área superficial ocupada pelo sistema são dadas por:

$$V = \frac{\pi}{4} (D_1^2 L_1 + 2D_2^2 L_2 + 4D_3^2 L_3 + 8D_4^2 L_4) = \text{constante} \quad (4.16)$$

$$A_c = 2(L_1 + L_3)(L_2 + L_4) = \text{constante} \quad (4.17)$$

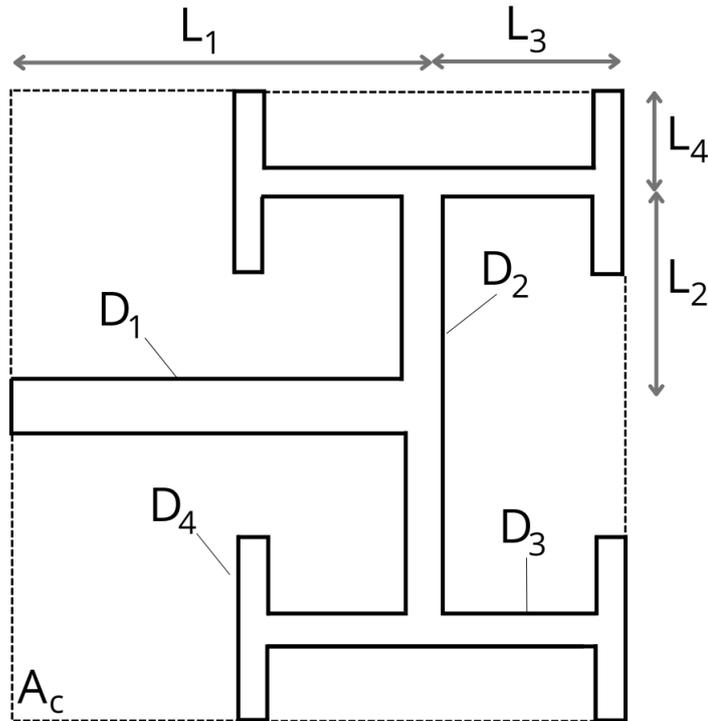


Figura 4.3: TCSA em formato de T com 4 níveis.

A queda de pressão no interior do TCSA pode ser descrita como:

$$\frac{\Delta P}{\dot{m}^2} \sim r_1 + r_2 \left(\frac{\dot{m}/2}{\dot{m}} \right)^2 + r_3 \left(\frac{\dot{m}/4}{\dot{m}} \right)^2 + r_4 \left(\frac{\dot{m}/8}{\dot{m}} \right)^2 \quad (4.18)$$

resultando em:

$$R = \frac{L_1}{D_1^5} + \frac{L_2}{4D_2^5} + \frac{L_3}{16D_3^5} + \frac{L_4}{64D_4^5} \quad (4.19)$$

$$R_{min} = D_1^5 (L_1 + 2^{1/7} L_2 + 2^{2/7} L_3) \quad (4.20)$$

Para realizar a minimização da pressão e determinar as relações numéricas para as dimensões desse TCSA, novamente são utilizadas as relações para diâmetros consecutivos determinadas por Brum, Labat e Lorente (2019).

5 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos durante a pesquisa. A primeira seção deste capítulo traz a validação dos modelos desenvolvidos e solucionados neste trabalho. A segunda seção é um estudo de caso da aplicação das soluções do modelo transiente completo à cidade de Porto Alegre, a fim de verificar a empregabilidade do sistema nesse município. Em seguida, a terceira seção traz a aplicação de um TCSA desenvolvido em forma de T e aplicado à mesma localidade, a fim de avaliar qual geometria apresenta o melhor coeficiente de performance. Finalmente, a quarta seção apresenta os cálculos da dedução das relações numéricas entre as dimensões de um TCSA em forma de T.

5.1 Verificação dos modelos

5.1.1 Verificação das soluções do modelo estacionário

Para validar a solução apresentada na seção 3.1.3, esta é comparada aos resultados analíticos apresentados por Estrada et al. (2018), descritos na Seção 3.1.2. Considera-se um TCSA simples, com comprimento $L = 100m$ e diâmetro $D = 10cm$, instalado $3m$ abaixo da superfície do solo. A difusividade térmica do solo é $\alpha = 0,0023m^2/h$ e sua temperatura média na profundidade de instalação é $23,15^\circ C$.

Os parâmetros físicos utilizados na validação são os mesmos do trabalho de Estrada et al. (2018) para um clima tropical. Supõe-se temperatura na entrada do duto igual a $27^\circ C$, temperatura na parede do duto de $23^\circ C$, umidade relativa do ar em 85% e vazão mássica de $40g/s$. A comparação entre os resultados das soluções apresentadas neste trabalho e os resultados de Estrada et al. (2018) são apresentados na Figura 5.1.

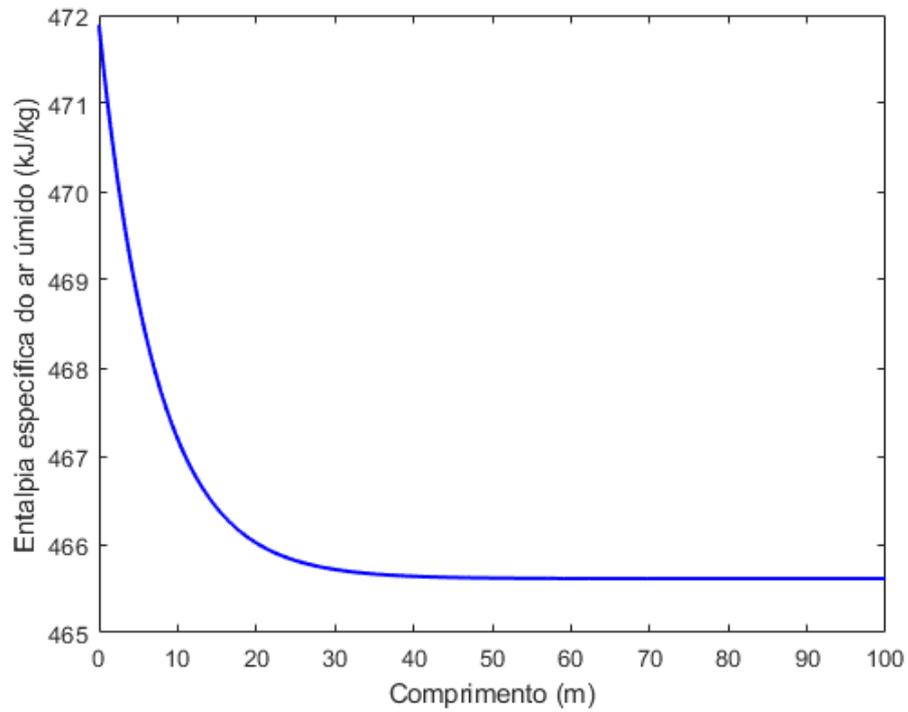


Figura 5.1: Solução analítica do modelo estacionário da entalpia específica (Estrada et al., 2018).

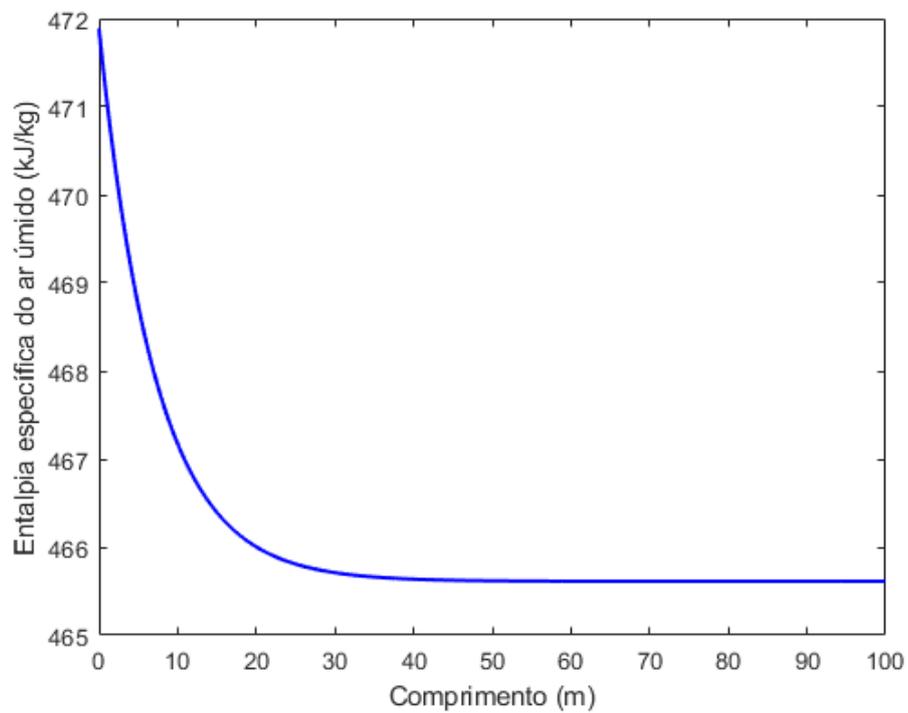


Figura 5.2: Solução numérica do modelo estacionário da entalpia específica.

Para determinar o erro da solução numérica em relação à solução analítica utiliza-se o erro médio quadrático (RMS). Considerando-se h_1 como a solução analítica do PVI e h_2 sua

solução numérica, obtém-se:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \left((h_2(x_n) - h_1(x_n))^2 \right)}{N}} = 0,9792 \text{kJ/kg}, \quad (5.1)$$

onde $N = \frac{100}{h} + 1$, sendo h o passo do Método de Euler.

A umidade absoluta do ar úmido, ao contrário de sua entalpia específica, aumenta ao longo do sistema, como mostra a Figura 5.3. Como destacado por Brum, Labat e Lorente (2019), tal comportamento pode ser encarado como uma restrição no comprimento máximo de um TCSA, uma vez que o aumento da umidade absoluta no interior da residência é um problema a ser mitigado.

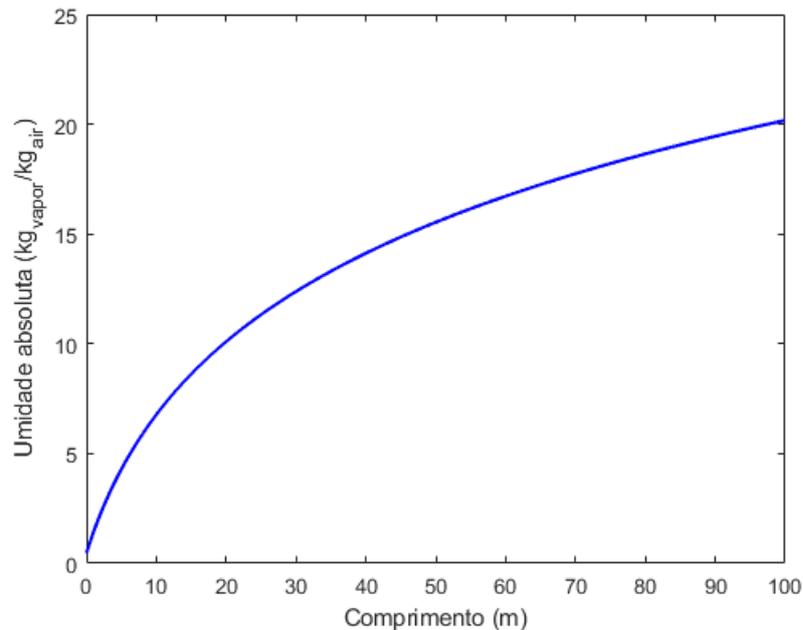


Figura 5.3: Solução numérica da umidade absoluta do ar úmido.

5.1.2 Verificação das soluções do modelo transiente para a entalpia

Para realizar a verificação da modelagem numérica (3.23) – (3.25) e da solução analítica (3.35), utilizam-se os parâmetros de Estrada et al. (2018). Considera-se um duto com diâmetro interno de 10cm e comprimento de 50m, com umidade relativa do ar em 85% e vazão mássica de 40g/s.

Os dados para a temperatura do ar no ambiente foram obtidos a partir do banco de dados do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), considerando a Estação da Vila Militar, localizada na cidade do Rio de Janeiro. Foram utilizados os dados correspondentes ao ano de 2016.

A temperatura da parede do duto T_w foi considerada como a temperatura média do solo

na profundidade de instalação. Foi calculada a partir dos dados da Estação da Vila Militar, utilizando um algoritmo apresentado em Ozgener, Ozgener e Tester (2013).

Nas Figuras (5.4) – (5.15) são apresentados os gráficos das duas soluções apresentadas neste trabalho e a simulação numérica desenvolvida por Estrada et al. (2018).

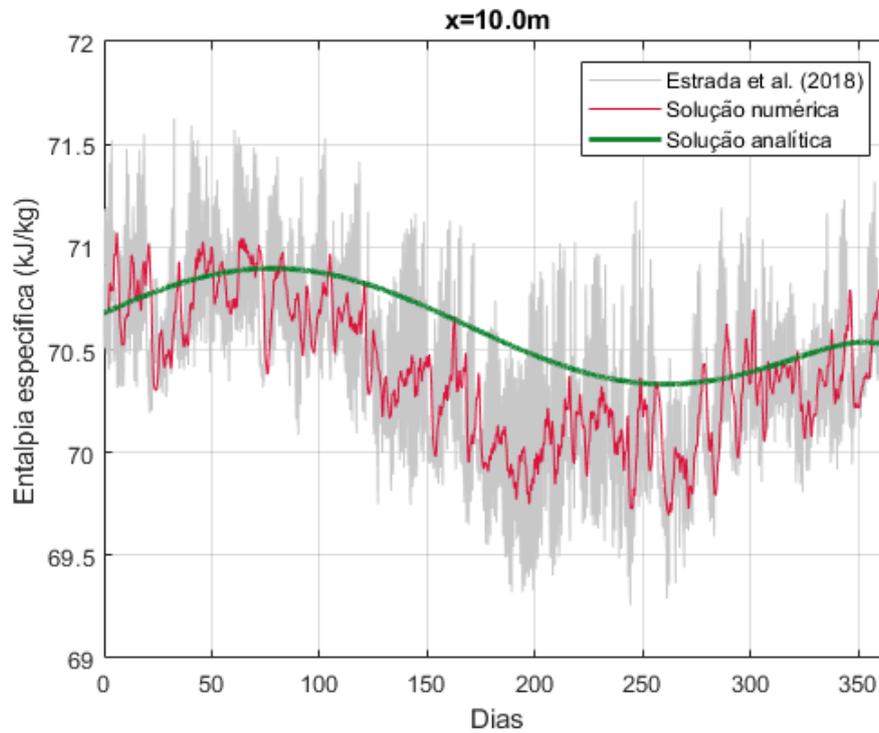


Figura 5.4: Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 10,0m$.

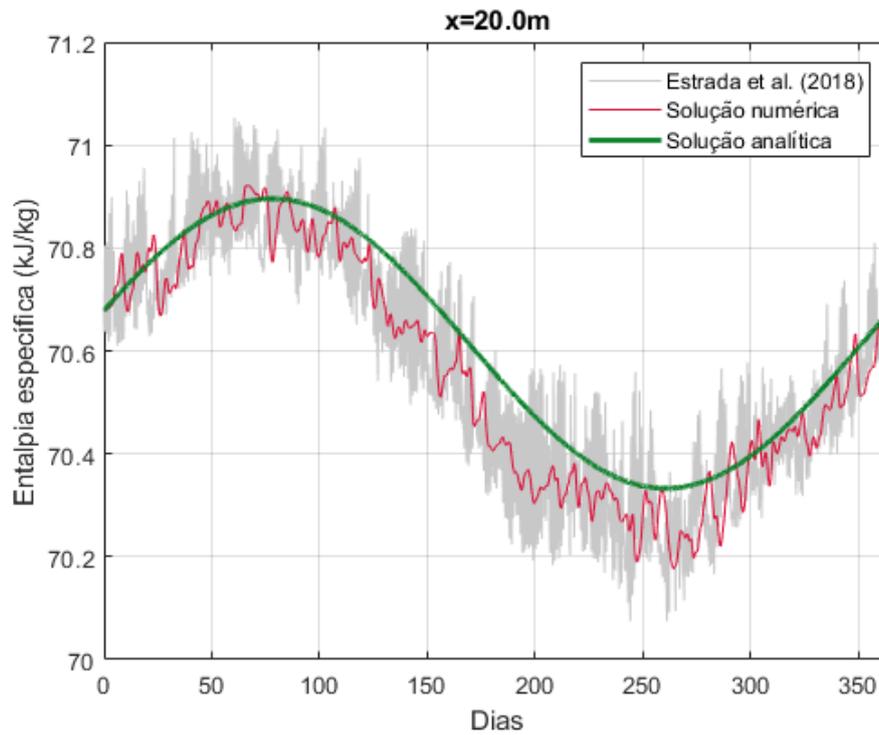


Figura 5.5: Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 20,0m$.

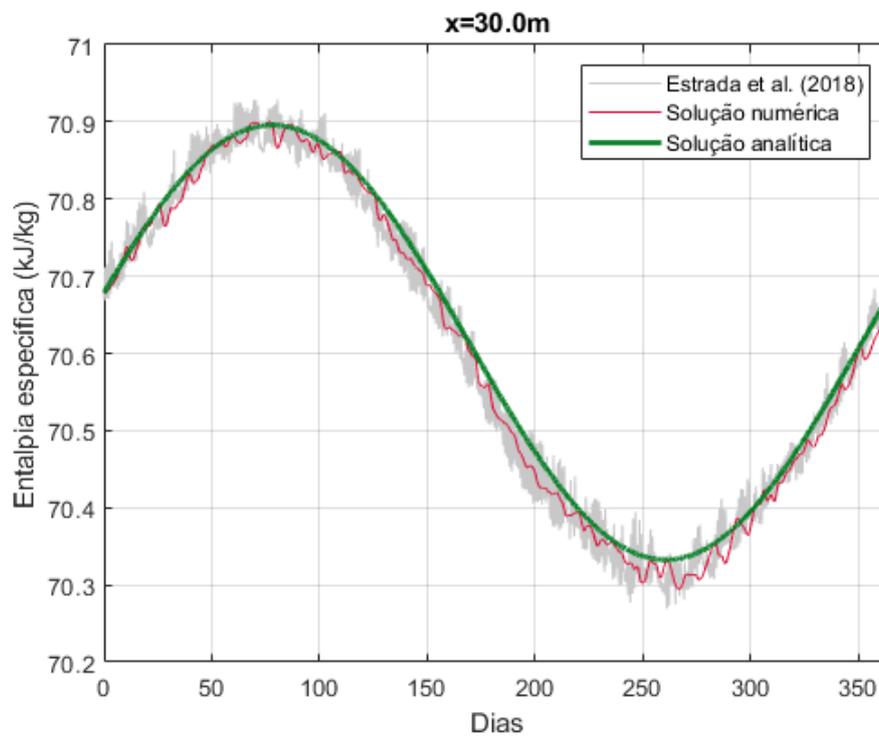


Figura 5.6: Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 30,0m$.

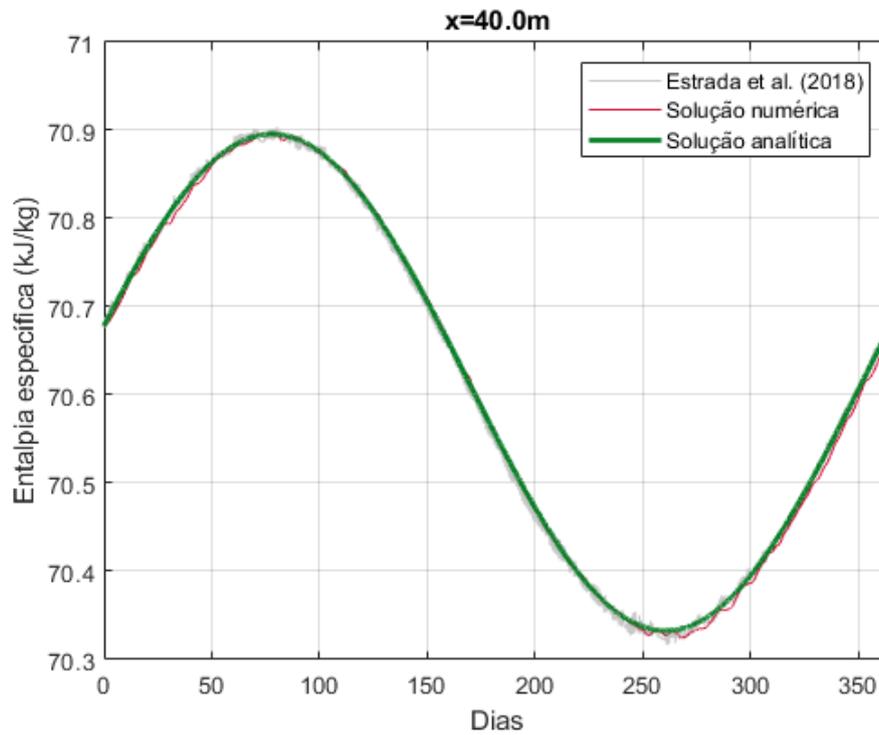


Figura 5.7: Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 40,0m$.

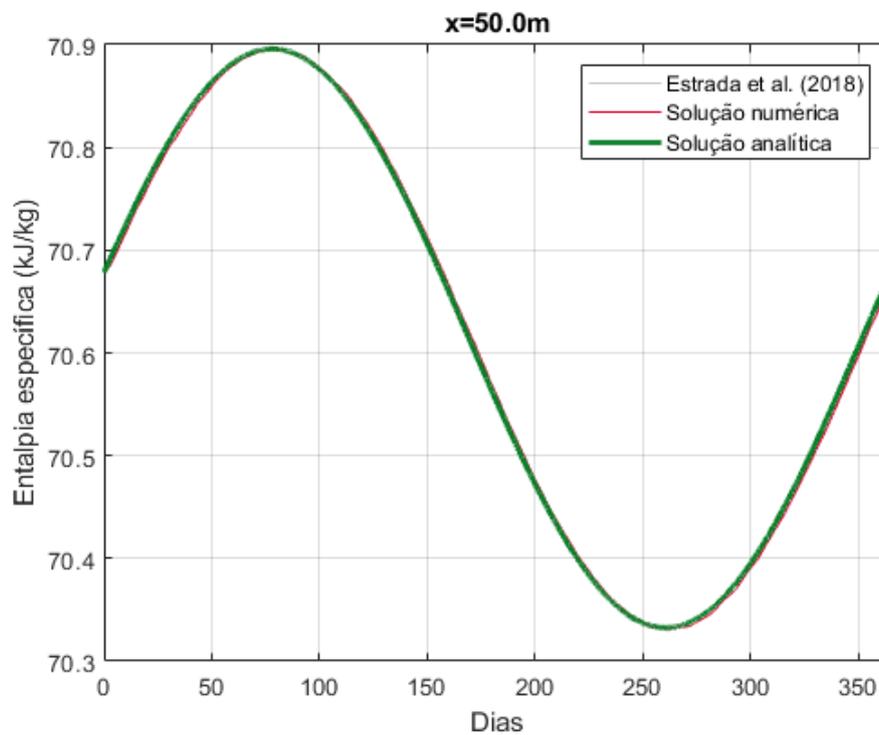


Figura 5.8: Comparação entre os resultados de Estrada et al. (2018), a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 50,0m$.

Os gráficos mostram que a entalpia específica do ar úmido no interior do sistema acom-

panha o comportamento da temperatura ao longo do ano, tendo seus valores extremos nas épocas mais quentes ou mais frias do ano. Já nas estações com temperaturas mais amenas, a variação da entalpia também é menor.

As maiores variações entre as soluções são observadas nos primeiros $20m$ do duto, onde também são observadas mais claramente flutuações na solução de Estrada et al. (2018) e na solução numérica. A $50m$ da entrada do duto, as curvas das três soluções estão praticamente sobrepostas.

Considerando-se h_1 como os resultados de Estrada et al. (2018), h_2 os resultados da solução numérica do problema e h_3 os resultados da solução analítica, determina-se o erro quadrático médio entre cada par dessas soluções:

$$RMS_{h_1, h_2} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left((h_2(x_m, t_n) - h_1(x_m, t_n))^2 \right)}{M \cdot N}} = 0,3229 \text{ kJ/kg}, \quad (5.2)$$

$$RMS_{h_1, h_3} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left((h_3(x_m, t_n) - h_1(x_m, t_n))^2 \right)}{M \cdot N}} = 0,1091 \text{ kJ/kg}, \quad (5.3)$$

$$RMS_{h_2, h_3} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left((h_3(x_m, t_n) - h_2(x_m, t_n))^2 \right)}{M \cdot N}} = 0,0845 \text{ kJ/kg}, \quad (5.4)$$

onde M e N representam o número total de pontos da discretização espacial e temporal, respectivamente. Assim, observa-se que a solução numérica obtida a partir do Método das Diferenças Finitas é a que menos se difere da solução analítica do modelo.

5.1.3 Verificação do modelo transiente (sensível)

A verificação da modelagem numérica (3.40) – (3.42) e da solução analítica (3.49) é feita através da comparação com os resultados obtidos por Estrada et al. (2018), apresentados na seção anterior.

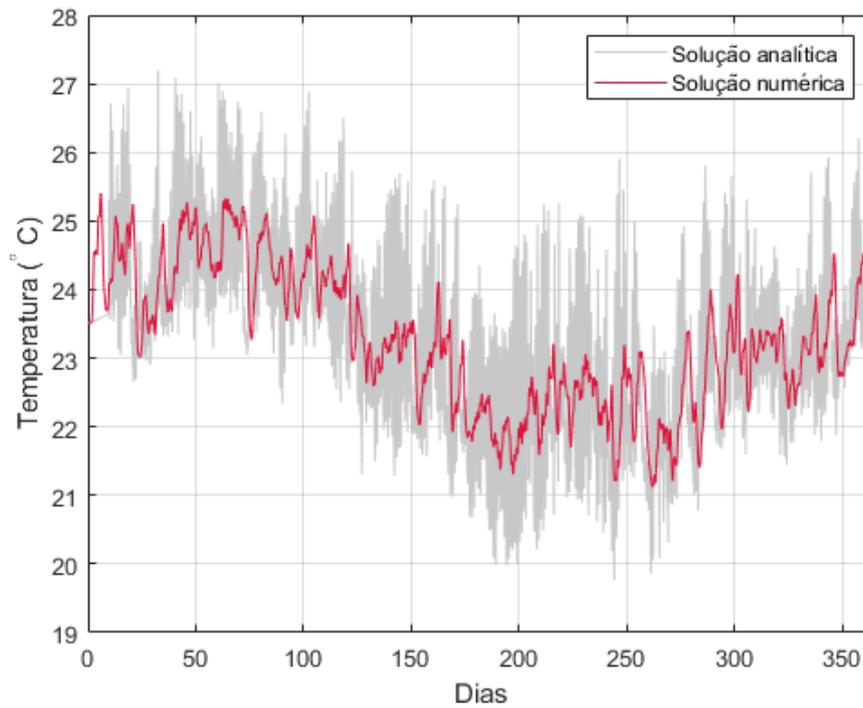


Figura 5.9: Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 10,0\text{m}$.

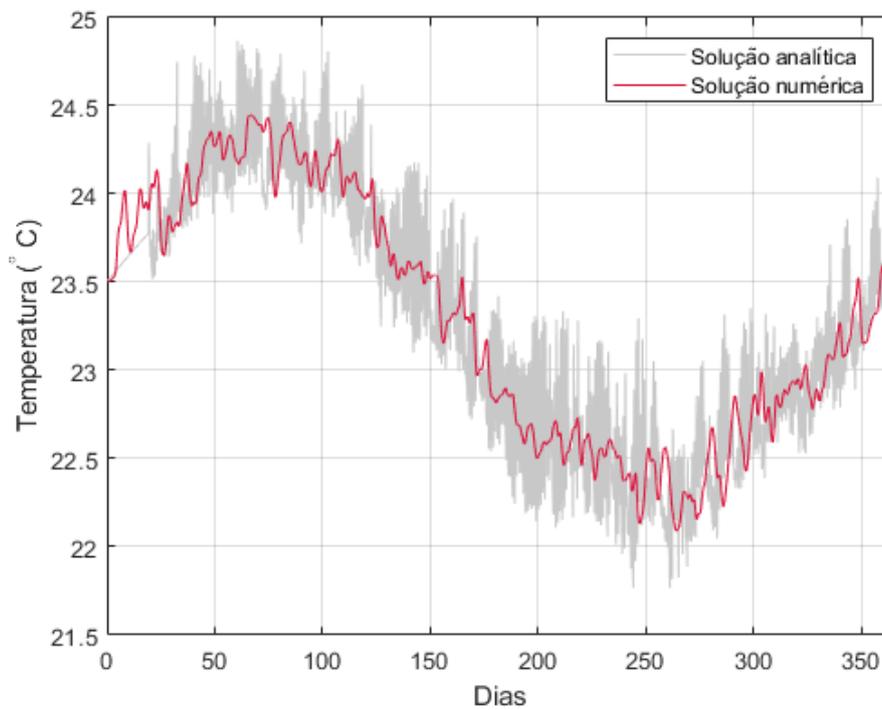


Figura 5.10: Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 20,0\text{m}$.

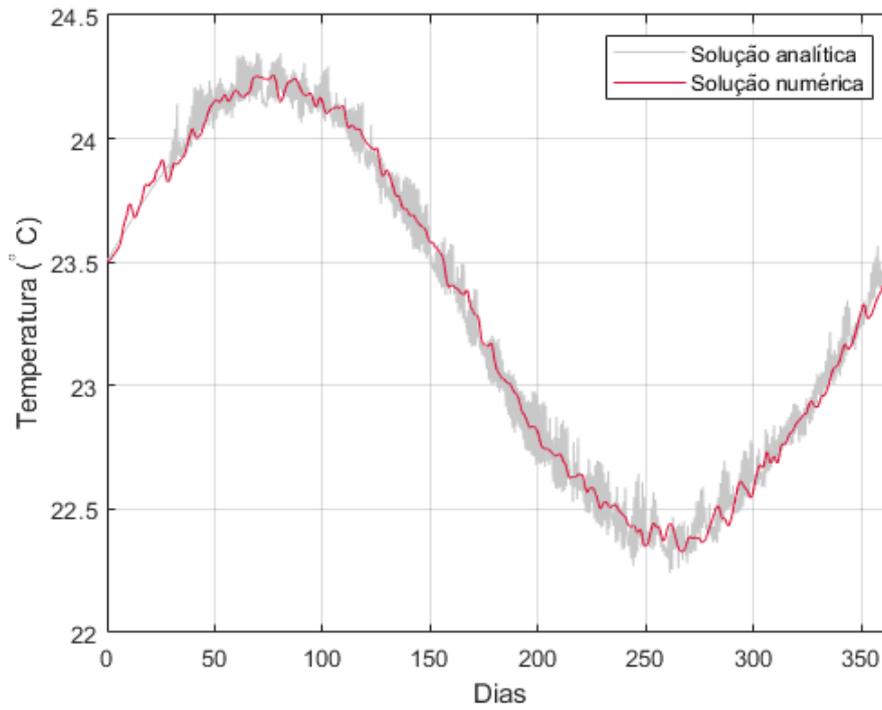


Figura 5.11: Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 30,0\text{m}$.

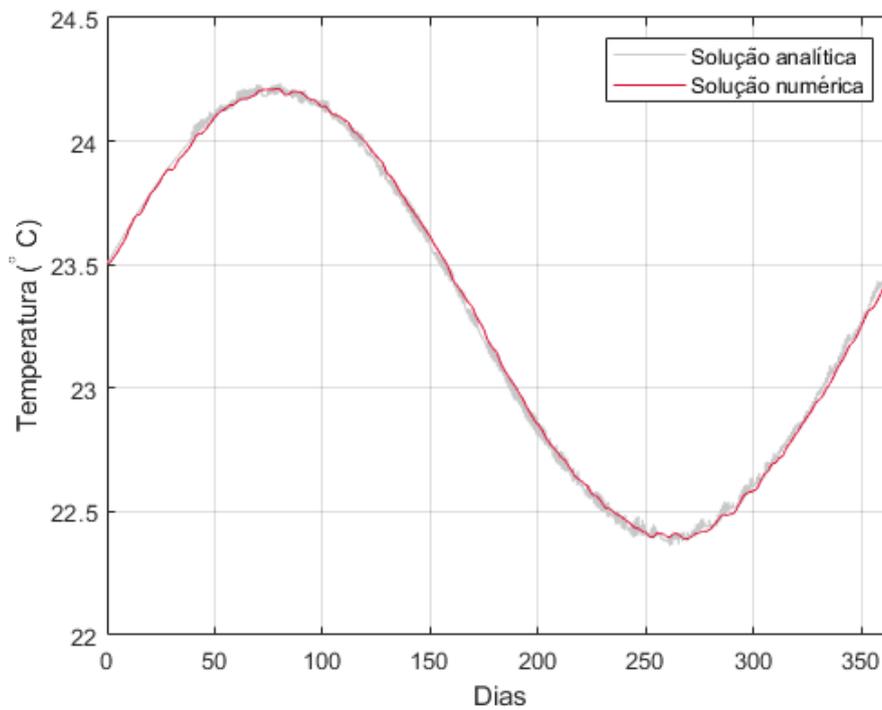


Figura 5.12: Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 40,0\text{m}$.

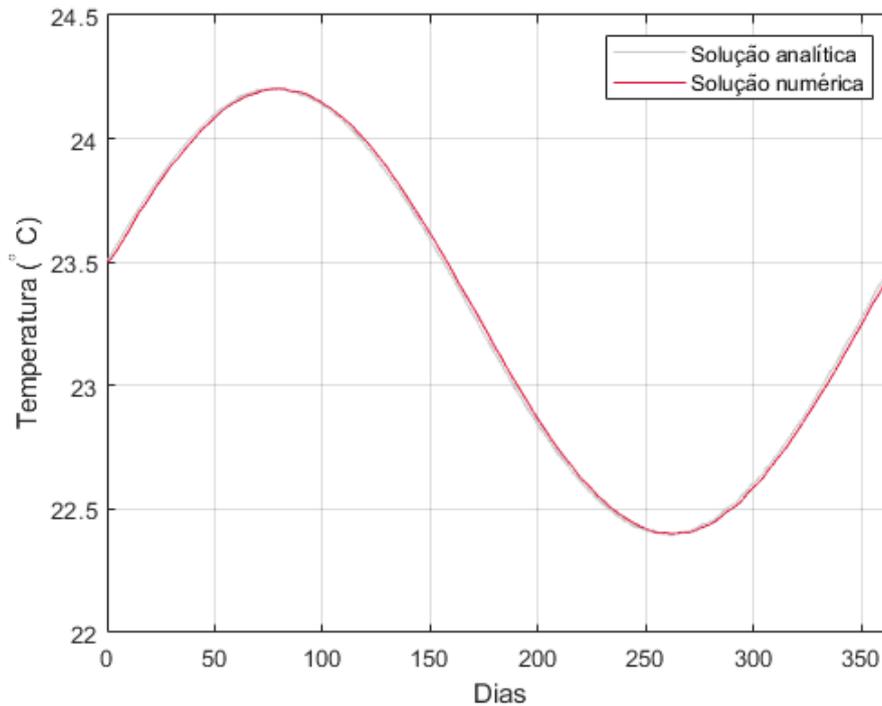


Figura 5.13: Comparação entre a solução numérica e a solução analítica do problema, em $x = 50,0m$.

Os gráficos mostram que ambas as soluções do modelo preservam as flutuações naturais da temperatura. A temperatura ao longo do duto apresenta seus maiores valores nas estações mais quentes, enquanto nas estações mais frias ela é menor.

As curvas das soluções apresentam discrepâncias maiores quanto mais perto da entrada do duto forem consideradas. Na saída de um duto de $50m$, as soluções se sobrepõem.

Assumindo h_1 como os resultados da modelagem numérica do problema e h_2 como os resultados de sua solução analítica, calcula-se erro quadrático médio entre essas duas soluções:

$$RMS_{h_1, h_2} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left((h_2(x_m, t_n) - h_1(x_m, t_n))^2 \right)}{M \cdot N}} = 1,0028 \text{kJ/kg}, \quad (5.5)$$

onde M e N referem-se à quantidade total de pontos da discretização espacial e temporal, respectivamente. O erro quadrático médio mostra que os resultados da modelagem numérica diferem, em média, $1,0028 \text{kJ/kg}$ dos resultados da solução analítica. Assim, os modelos estão validados e podem ser aplicados para outras localidades.

5.2 Estudo de caso: Porto Alegre

A fim de avaliar-se a empregabilidade de um TCSA simples, os modelos solucionados neste trabalho são aplicados às condições climáticas e geofísicas da cidade de Porto Alegre, capital

do Rio Grande do Sul.

Considerando-se os dados climáticos do ano de 2019, com umidade relativa do ar $RH = 85\%$, e um TCSA simples com $50m$ e $\dot{m}_a = 40g/s$, avalia-se a variação da entalpia ao longo do duto, as taxas mensais de troca de calor, as quantidades de calor trocadas mensalmente, além do coeficiente de performance (COP) e da eficiência anual do sistema.

A variação na entalpia ao longo do tempo para a cidade de Porto Alegre é mostrada na Figura 5.14 e na Figura 5.15, segundo a aplicação da solução numérica e da solução analítica do modelo completo, respectivamente.

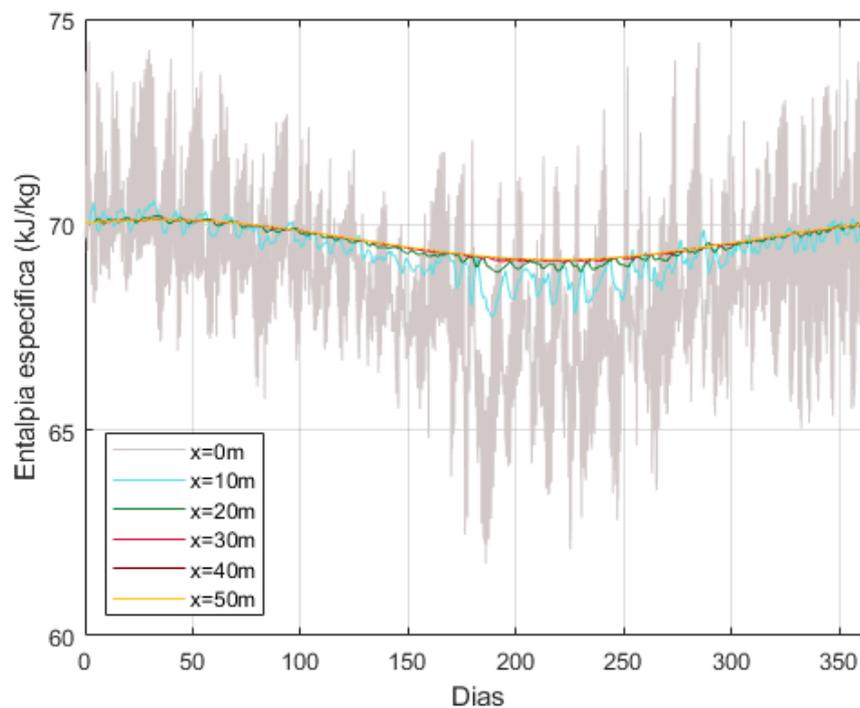


Figura 5.14: Entalpia específica do ar úmido ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019), calculada por meio da solução numérica do modelo transiente para a entalpia.

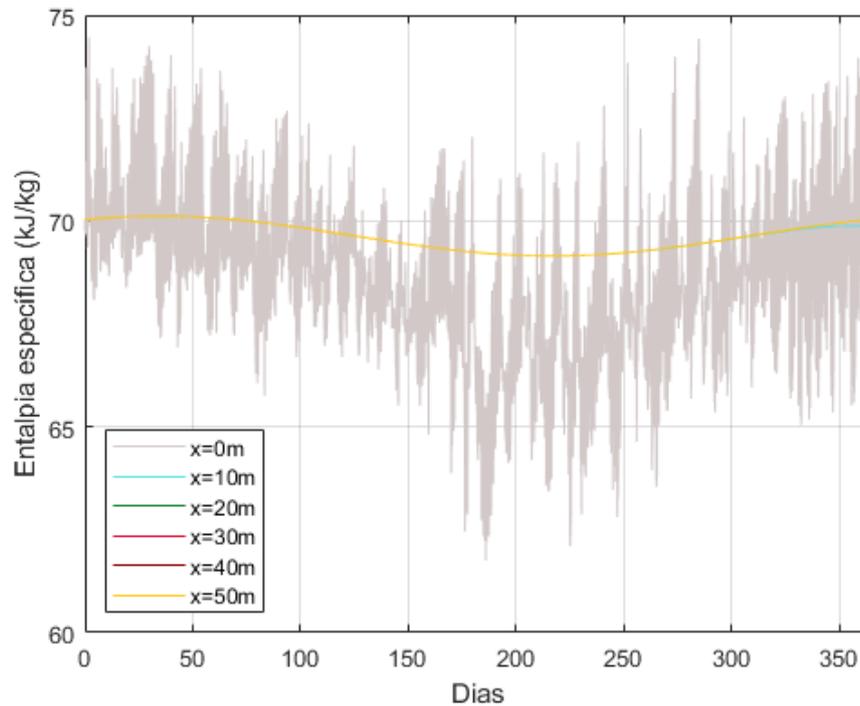


Figura 5.15: Entalpia específica do ar úmido ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019), calculada por meio da solução analítica do modelo transiente para a entalpia.

Em seguida, apresenta-se a variação da entalpia específica do ar úmido por hora para dutos com 10m, 20m, 30m, 40m e 50m de comprimento do sistema, empregando tanto o modelo numérico quanto o modelo analítico:

Comprimento (m)	Entalpia específica por hora, numérico (kJkg ⁻¹ h ⁻¹)	Varição, numérico (%)	Entalpia específica por hora, analítico (kJkg ⁻¹ h ⁻¹)	Varição, analítico (%)
10m	0,8193	–	1,0894	–
20m	1,0272	25,38	1,0977	0,76
30m	1,0800	5,14	1,0977	0
40m	1,0933	1,23	1,0977	0
50m	1,0967	0,31	1,0977	0

Tabela 5.1: Entalpia específica do ar úmido por hora para dutos com diversos comprimentos.

Os resultados da Tabela 5.1 indicam que o sistema tem um incremento considerável na entalpia específica para comprimentos entre 10m e 20m. Como indicado nas também nas Figuras 5.14 e 5.15, para o caso de Porto Alegre, dutos com mais de 20m não implicam no aumento considerável na variação da entalpia.

Utilizando as equações da Seção 3.4, pode-se determinar a taxa mensal de calor trocado

(quociente entre a variação de calor e a variação de tempo, por unidade infinitesimal), a quantidade de calor trocado mensalmente e também o coeficiente de performance do sistema num dado mês.

Mês (-)	Taxa mensal de calor trocado (W)	Quantidade de calor trocado mensalmente (kWh)	Coeficiente de Performance (-)
Janeiro	-14,9361	-11,1124	2,0121
Fevereiro	6,6089	4,4412	0,8903
Março	19,3461	14,3935	2,6062
Abril	20,5432	14,7911	2,7674
Maio	38,2686	28,4719	5,1553
Junho	44,2570	31,8651	5,9620
Julho	88,1716	65,5997	11,8778
Agosto	72,7050	54,0926	9,7943
Setembro	56,7371	40,8507	7,6432
Outubro	27,4276	20,4061	3,6948
Novembro	19,1165	13,7639	2,5272
Dezembro	6,3963	4,7588	0,8117

Tabela 5.2: Taxa mensal de calor trocado, quantidade de calor trocado mensalmente e coeficiente de performance de um TCSA simples aplicado à cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019).

Os resultados apresentados na Tabela 5.2 mostram que durante o período entre julho e setembro houve a maior quantidade de calor trocado mensalmente, implicando também nos melhores valores do coeficiente de performance do sistema. Isso ressalta que o sistema apresenta melhor capacidade de aquecimento do que de resfriamento da temperatura interna do ambiente. Os valores negativos para a taxa de transferência de calor se devem ao fato de o calor ter sido transferido do fluido para superfície, enquanto os valores positivos indicam o caminho contrário (INCROPERA et al., 2007).

O sistema apresentou melhor COP no mês de julho, com valor igual a 11,8778, o que indica que energia de aquecimento gerada é quase 12 vezes maior que a energia elétrica consumida pelo sistema. Os menores valores para o COP foram nos meses de Dezembro e Fevereiro, abaixo de 1. Tais resultados ressaltam que o potencial de aquecimento do TCSA é melhor que seu potencial de resfriamento.

Em seguida, aplica-se o modelo transiente para a temperatura para essa mesma localidade, considerando os dados descritos no começo desta seção.

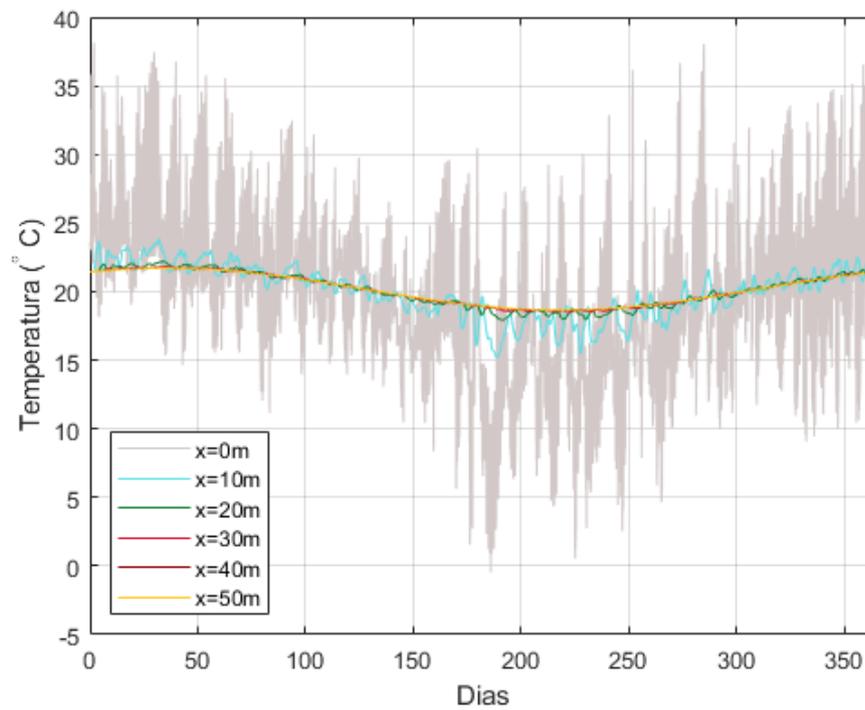


Figura 5.16: Modelagem numérica para a temperatura do ar ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019)

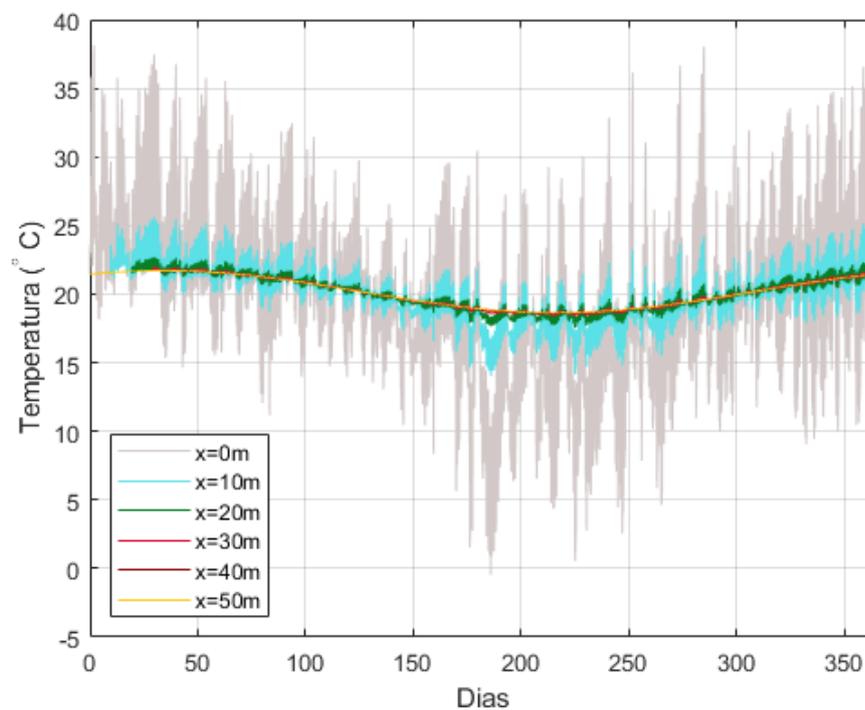


Figura 5.17: Solução analítica para a temperatura do ar ao longo de um TCSA simples na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019)

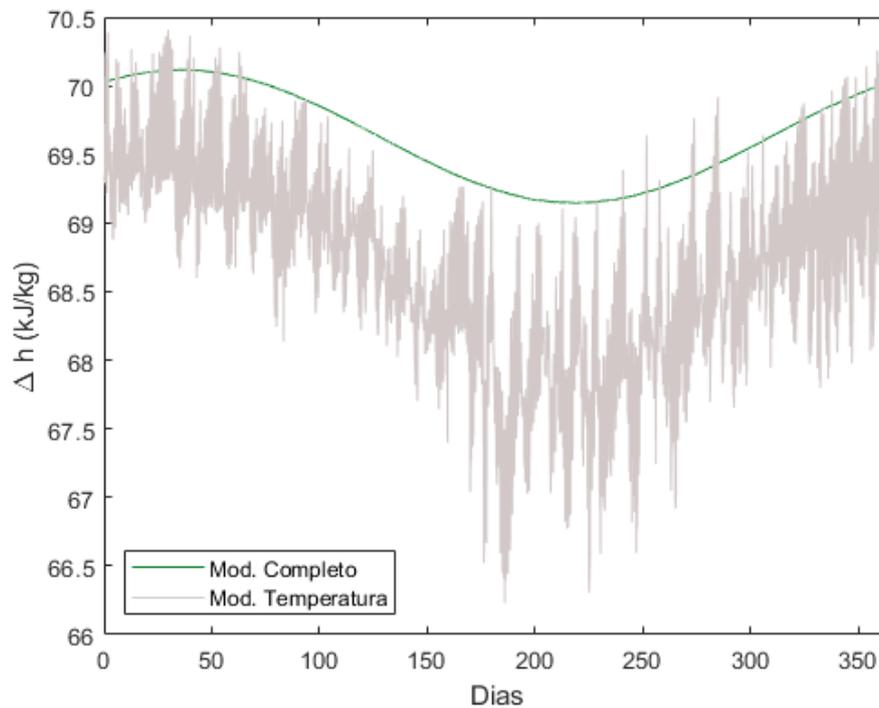


Figura 5.18: Entalpia específica do ar úmido na saída do sistema ($x = 50\text{m}$) na cidade de Porto Alegre – RS, Brasil (2019).

Os resultados da aplicação do modelo transiente para a temperatura à cidade de Porto Alegre mostra que a diferença de temperatura entre a entrada e a saída do duto pode chegar a 15°C , como mostram as Figuras 5.16 e 5.17. Tal valor é superestimado, uma vez que são desconsiderados os processos de condensação que ocorrem no interior do sistema. Isso é ilustrado na Figura 5.18. A entalpia na saída do sistema considerando apenas as trocas sensíveis de calor é mais baixa do que se for considerado também as trocas latentes. Assim, pode-se concluir que avaliar apenas os trocas sensíveis de calor pode ser útil a fim de indicar, por exemplo, a influência de algum parâmetro físico, mas apenas em termos qualitativos. A fim de se determinar com precisão a empregabilidade do sistema, é preciso considerar também as trocas latentes que ocorrem dentro do sistema, objetivando uma acurácia melhor dos resultados.

5.3 Design Construtal aplicado a TCSA

Nesta seção apresenta-se a minimização das resistências térmica global dos designs apresentados no Capítulo anterior. Esse processo será realizado através do método dos Multiplicadores de Lagrange. Tal método é empregado a fim de determinar-se os valores extremos de uma função sujeita a uma restrição. Geometricamente, determinam-se os valores extremos da função que pertence à curva de nível que representa a restrição (STEWART, 2013).

5.3.1 TCSA com 2 níveis

Procede-se à minimização da resistência térmica global apresentada na equação (4.10). O problema é resolvido através da aplicação da técnica dos Multiplicadores de Lagrange. Assim, minimiza-se a expressão $r = L_1 + 2^{1/7}L_2$ submetida à condição de área superficial constante, na equação (4.2). Assim, a equação agregadora é escrita como $\phi(L_1, L_2) = r(L_1, L_2) + \lambda A_s(L_1, L_2)$ ou, explicitando essa expressão:

$$\phi(L_1, L_2) = L_1 + 2^{1/7}L_2 + \lambda(2L_1L_2) \quad (5.6)$$

Resolvendo as equações $\frac{d\phi}{dL_1} = 0$ e $\frac{d\phi}{dL_2} = 0$, obtém-se:

$$\frac{L_2}{L_1} = 2^{-1/7} \quad (5.7)$$

Esse resultado mostra que nesse design a maior dimensão do sistema é a do duto de entrada (L_1). Além disso, enquanto os resultados de Brum, Labat e Lorente (2019) mostram que as relações entre os diâmetros independe de outras características geométricas do duto, o resultado desta seção mostra que as dimensões do comprimento do sistema também não dependem das relações entre os diâmetros.

5.3.2 TCSA com 3 níveis

Realiza-se a minimização da pressão apresentada na equação (4.20). Essa expressão está sujeita à restrição (4.17) e seu processo de minimização é equivalente ao realizado na equação $r = L_1 + 2^{1/7}L_2 + 2^{2/7}L_3$. A função agregadora é escrita como:

$$\phi(L_1, L_2, L_3) = L_1 + 2^{1/7}L_2 + 2^{2/7}L_3 + \lambda[2L_2(L_1 + L_3)] \quad (5.8)$$

Determina-se a solução das equações $\frac{d\phi}{dL_1} = 0$, $\frac{d\phi}{dL_2} = 0$ e $\frac{d\phi}{dL_3} = 0$, de onde segue que:

$$\frac{L_1 + L_3}{L_2} = 2^{-1/7}. \quad (5.9)$$

O resultado obtido na equação (5.9) mostra, como na seção anterior, que as dimensões do comprimento dos dutos do sistema dependem da minimização do diâmetro. Ademais, a maior dimensão do sistema é paralela ao duto de entrada do TCSA (L_1).

5.3.3 TCSA com 4 níveis

Da minimização da expressão (4.19) submetida à restrição (4.17), considerando $D_2/D_1 = D_3/D_2 = D_4/D_3 = 2^{-3/7}$, através da solução das equações $\frac{dr}{dL_1} = 0$, $\frac{dr}{dL_2} = 0$, $\frac{dr}{dL_3} = 0$ e $\frac{dr}{dL_4} = 0$, tem-se que:

$$\frac{L_2 + L_4}{L_1 + L_3} = 2^{-8/7}. \quad (5.10)$$

A relação obtida em (5.10) mostra que a maior dimensão desse design é paralela ao duto do primeiro nível (L_1). Esse resultado mostra também que a relação entre o comprimento dos dutos não depende do diâmetro desses.

6 CONCLUSÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Um TCSA é um sistema muito eficaz para auxiliar na climatização de ambientes internos de edificações e tem ganhado cada vez mais espaço na pesquisa acadêmica. A umidade relativa do ar e as trocas latentes de calor que acontecem dentro do duto eram dois fatores comumente desprezados na análise do potencial desse sistema.

Neste trabalho, foram apresentados três modelos matemáticos que possibilitam desenvolver análises sobre a empregabilidade de TCSA em uma determinada localidade, desde que sejam conhecidas suas características climáticas e geofísicas. Esses modelos levam em consideração tanto a umidade relativa do ar quanto os processos de condensação que ocorrem ao longo do sistema.

As soluções numéricas dos modelos foram determinadas através de dois métodos numéricos simples (Método de Euler e Método das Diferenças Finitas). Ambos os métodos se mostraram eficientes para aproximação numérica dos resultados, sendo vantajosos em relação a outros métodos por não requisitarem alto custo computacional. As soluções analíticas dos modelos transientes foram obtidas a partir da técnica da Transformada de Laplace. Mostrou-se que a modelagem numérica via Diferenças Finitas apresenta resultado mais acurado em relação à solução analítica do que a modelagem via CFD. Além disso, mostrou-se também que o modelo estacionário pode ser utilizado para determinar o comprimento máximo de um duto.

A aplicação dos modelos à cidade de Porto Alegre mostrou que o sistema pode ser empregado nessa localidade a fim de diminuir a utilização dos sistemas convencionais de condicionamento do ar e gerar economia no consumo de energia elétrica. Também foi apontado que a utilização de um TCSA simples com mais de 20m de comprimento para essa cidade não representa um aumento significativo no potencial térmico do sistema, sendo este um comprimento máximo ideal.

Ademais, os resultados indicam que esse tipo de sistema possui um potencial de aquecimento superior ao seu potencial de resfriamento. Tal conclusão foi obtida através da avaliação do Coeficiente de Performance do TCSA. Seus melhores resultados, apresentados nos meses de inverno, é quase 15 vezes maior que os resultados nos meses de verão.

Ressalta-se que os modelos desenvolvidos neste trabalho são gerais, podendo ser aplicados a quaisquer localidades para avaliação da empregabilidade de um TCSA simples. Para tais

estudos não necessários dados climáticos e geofísicos da região.

Além disso, os princípios do Design Construtal foram empregados para o desenvolvimento de algumas relações numéricas para as dimensões de um TCSA em forma de T. Essas relações são algumas diretrizes para o desenvolvimento de um design para esse sistema. Tais relações permitem a melhoria da performance do sistema e foram obtidas através da minimização da resistência global ao escoamento de ar.

As perspectivas futuras deste trabalho incluem: o estudo da influência da cobertura e da saturação térmica do solo no desempenho do sistema e o desenvolvimento de um modelo que considere também o escoamento de ar nas colunas verticais do trocador, partes que não foram consideradas nos modelos aqui apresentados.

REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, K. K. et al. A review on effect of geometrical, flow and soil properties on the performance of earth air tunnel heat exchanger. *Energy & Buildings*, v. 176, p. 120–138, 2018.
- AGRAWAL, K. K. et al. The state of art on the applications, technology integration, and latest research trends of earth-air-heat exchanger system. *Geothermics*, v. 82, p. 34–50, 2019.
- AGRAWAL, K. K. et al. Experimental study to investigate the effect of water impregnation on thermal performance of earth air tunnel heat exchanger for summer cooling in hot and arid climate. *Renewable Energy*, v. 120, p. 255–265, 2018.
- AGRAWAL, K. K. et al. Effect of soil moisture contents on thermal performance of earth-air-pipe heat exchanger. *Geothermics*, v. 77, p. 12–23, 2019.
- ASCHER, U. M.; GREIF, C. *A first course in numerical methods*. 1. ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Industrial Mathematics, 2011.
- BAI, X. et al. Six research priorities for cities and climate change. *Nature*, v. 555, p. 23–25, 2018.
- BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 40, n. 4, p. 799–816, 1997.
- BEJAN, A.; KRAUS, A. *Heat transfer handbook*. 1. ed. Hoboken: John Wiley Sons, 2003.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. *Design with Constructal Theory*. 3. ed. Hoboken: John Wiley Sons, 2008.
- BEJAN, A.; LORENTE, S.; ROCHA, L. A. O. Thermodynamic optimization of geometry: T- and y-shaped constructs of fluid streams. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 39, p. 949–960, 2000.
- BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O.; BEJAN, A. Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 47, p. 2577–2586, 2004.
- BISONIYA, T. S. Design of earth-air heat exchanger system. *Geothermal Energy*, v. 3, n. 18, p. 1–10, 2015.
- BRUM, R. S. *Modelagem computacional de trocadores de calor solo-ar*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

- BRUM, R. S. et al. A constructal design of earth-air heat exchanger composed by four ducts. In: *Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*. Rio de Janeiro, RJ: ABCM, 2016. p. 1–7.
- BRUM, R. S. et al. Design evaluation of earth-air heat exchangers with multiple ducts. *Renewable Energy*, v. 135, p. 1371–1385, 2019.
- BRUM, R. S.; LABAT, M.; LORENTE, S. Improving the performances of earth-air heat exchangers through constructal design. *International Journal of Energy Research*, v. 43, p. 8822–8833, 2019.
- BRUM, R. S. et al. A new computational modeling to predict the behavior of earth-air heat exchangers. *Energy and Buildings*, v. 64, p. 395–402, 2013.
- BRUNETTI, F. *Mecânica dos Fluidos*. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- BUTKOV, E. *Mathematical Physics*. 6. ed. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1973.
- CUCUMO, M. et al. A one-dimensional transient analytical model for earth-to-air heat exchangers, taking into account condensation phenomena and thermal perturbation from the upper free surface as well as around the buried pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, n. 3-4, p. 506–516, 2008.
- DEBNATH, L.; BHATTA, D. *A first course in numerical methods*. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2015.
- ESTRADA, E. et al. The impact of latent heat exchanges on the design of earth-air heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, v. 129, p. 306–317, 2018.
- HERMES, V. F. et al. Further realistic annual simulations of earth-air heat exchangers installations in a coastal city. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, v. 37, p. 100603, 2020.
- HOOF, J. van; MAZEJ, M.; HENSEN, J. L. M. Six research priorities for cities and climate change. *Frontiers in Bioscience - Landmark*, v. 15, n. 2, p. 765–788, 2010.
- INCROPERA, F. P. et al. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6. ed. Hoboken: John Wiley Sons, 2007.
- INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. *World Energy Outlook 2021*. 2021. (Acessado em 18 de outubro de 2021). Disponível em: <<https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2021>>.
- ISERLES, A. *A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations*. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2009.
- LORENZINI, G. et al. Geometric optimization of a convective t-shaped cavity on the basis of constructal theory. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, p. 6951–6958, 2012.
- LORENZINI, G. et al. Constructal design applied to the optimization of complex geometries: T-y-shaped cavities with two additional lateral intrusions cooled by convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, p. 1505–1512, 2012.

- MIHALAKAKOU, G.; LEWIS, J. O.; SANTAMOURIS, M. The influence of different ground covers on the heating potential of earth-to-air heat exchangers. *Renewable Energy*, v. 7, p. 33–46, 1996.
- MIHALAKAKOU, G.; SANTAMOURIS, M.; ASIMAKOPOULOS, D. Modelling the earth temperature using multiyear measurements. *Energy and Buildings*, v. 19, p. 1–9, 1992.
- MIHALAKAKOU, G.; SANTAMOURIS, M.; ASIMAKOPOULOS, D. Modelling the thermal performance of earth-to-air heat exchangers. *Solar Energy*, v. 53, n. 3, p. 301–305, 1994.
- MIHALAKAKOU, G.; SANTAMOURIS, M.; ASIMAKOPOULOS, D. Use of the ground for heat dissipation. *Energy*, v. 19, n. 1, p. 17–25, 1994.
- MIHALAKAKOU, G. et al. On the application of the energy balance equation to predict ground temperature profiles. *Solar Energy*, v. 60, n. 3, 4, p. 181–190, 1997.
- MINAEI, A.; SAFIKHANI, H. A new transient analytical model for heat transfer of earth-to-air heat exchangers. *Journal of Building Engineering*, v. 33, p. 1–11, 2021.
- NATIONAL AERONAUTICS AND SPACIAL ADMINISTRATION. *Climate Change: Vital Signs of the Planet*. 2021. (Acessado em 18 de outubro de 2021). Disponível em: <<https://climate.nasa.gov/>>.
- NEJAT, P. et al. A global review of energy consumption, CO₂ emissions and policy in the residential sector (with and overview of the top ten CO₂ emitting countries). *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 43, p. 843–862, 2015.
- NUNES, B. R. et al. Numerical-analytical study of earth-air heat exchangers with complex geometries guided by constructal design. *International Journal of Energy Research*, v. 1, p. er.7157–18, 2021.
- OZGENER, O.; OZGENER, L.; TESTER, J. W. A practical approach to predict soil temperature variations for geothermal (ground) heat exchangers applications. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 62, p. 473–480, 2013.
- PAEPE, M. D.; JANSSENS, A. Thermo-hydraulic design of earth-air heat exchangers. *Energy and Buildings*, v. 35, p. 389–397, 2003.
- ROCHA, L. A. O. et al. Constructal design of underground heat sources or sinks for the annual cycle. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, p. 7832–7837, 2012.
- ROCHA, L. A. O. et al. Constructal design applied to the study of cavities into a solid conducting wall. *Revista de Engenharia Térmica*, v. 6, p. 41–47, 2007.
- RODRIGUES, M. K. et al. Numerical investigation about the improvement of the thermal potential of an earth-air heat exchanger (eahe) employing the constructal design method. *Renewable Energy*, v. 80, p. 538–551, 2015.
- STEWART, J. *Cálculo*. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. v. 2.
- U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION. *Brazil*. 2021. (Acessado em 18 de outubro de 2021). Disponível em: <<https://www.eia.gov/international/analysis/country/BRA>>.

VAZ, J. *Estudo experimental e numérico sobre o uso do solo como reservatório de energia para o aquecimento e resfriamento de ambientes edificados*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

**Design Construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar
utilizando modelagem numérica e analítica estacioná-
rias e transientes – Patrick Garcia Machado**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

Instituto de Física e Matemática

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática



Dissertação

**Design Construtal aplicado a trocadores de calor solo-ar
utilizando modelagem numérica e analítica estacionárias e
transientes**

PATRICK GARCIA MACHADO

Pelotas, 2023