

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Programa de Pós-graduação em Educação Matemática**



Dissertação

**A visualidade na resolução de problemas em Geometria no Ensino Médio**

**Clara de Mello Maciel**

Pelotas, 2022

**Clara de Mello Maciel**

**A visualidade na resolução de problemas em Geometria no Ensino Médio**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas  
Catalogação na Publicação

M152v Maciel, Clara de Mello

A visualidade na resolução de problemas em Geometria no Ensino Médio / Clara de Mello Maciel ; Thaís Philipsen Grützmann, orientadora. — Pelotas, 2022.

107 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Ensino virtual enriquecido. 2. Mentalidades matemáticas. 3. Sequência didática. 4. Geometria espacial. 5. Ensino médio. I. Grützmann, Thaís Philipsen, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Clara de Mello Maciel

A visualidade na resolução de problemas em Geometria no Ensino Médio

Dissertação aprovada, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 16/11/2022.

Banca examinadora:

---

Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann (Orientadora)  
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

---

Profa. Dra. Rozane da Silveira Alves  
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

---

Profa. Dra. Tanise Paula Novello  
Doutora em Educação Ambiental pela Universidade Federal do Rio Grande.

**Dedico esta dissertação a todos que acreditam  
na Educação e na sua capacidade de  
transformação.**

## **Agradecimentos**

Agradecer é admitir que houve momentos em que se precisou de alguém, é reconhecer o auxílio dos amigos, da família e dos professores.

Agradeço minha mãe, Maria Lenir, meus irmãos e minha professora orientadora Dra. Thaís pelo suporte.

Minha caminhada até aqui não foi fácil, houve obstáculos, dificuldades, mas com o suporte de cada um de vocês isso tornou-se um sonho realizado.

Ninguém se faz sozinho, é necessário o olhar de apoio, uma palavra de incentivo, um gesto de compreensão, uma atitude de amor.

A vocês, que compartilharam dos meus ideais, compreenderam-me, sempre incentivando, mesmo que no silêncio e a distância. Meu singelo agradecimento.

*“A simplicidade da alma, torna-se a riqueza da vida”.*

(MACIEL, 2022).

## RESUMO

MACIEL, Clara de Mello. **A visualidade na resolução de problemas em Geometria no Ensino Médio**. Orientadora: Thaís Philipsen Grützmann. 2022. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

O modelo de ensino híbrido escolhido para esta pesquisa, de caráter qualitativo, foi o Ensino Virtual Enriquecido o qual carrega consigo a possibilidade de interligar-se com o processo da aprendizagem, potencializando o conhecimento e a autonomia dos alunos no ensino da Geometria. A pesquisa possui como objetivo geral investigar a potencialidade do visual na aprendizagem matemática, através do modelo de Ensino Virtual Enriquecido. A fundamentação teórica está alicerçada nas ideias de Boaler (2013; 2016; 2018; 2019; 2020) sobre o crescimento cerebral e aspectos visuais. O público-alvo foi uma turma do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública na cidade de Ijuí-RS. As atividades foram aplicadas nos meses de agosto e setembro de 2021, a partir de uma sequência didática com oito questões do Enem e de vestibulares. A coleta dos dados ocorreu por intermédio do *Google Forms*, e a análise deu-se a partir da Análise de Conteúdo de Bardin (1977). Dos dados produzidos a partir das oito questões definiram-se três categorias: “Imagem necessária”; “Imagem desnecessária”; e “Sem imagem”, as quais foram definidas após a coleta dos dados, a partir da estrutura das questões. Como resultados obteve-se que é necessário trabalhar com abordagens da matemática visual, instigando os alunos a um pensamento visual, em que a escola é um local de potencializar e incentivar os alunos, no qual a utilização da imagem torna-se necessária, visto que, no decorrer das atividades os alunos desenvolveram mentalidades de crescimento produtivo, resultando em implicações para o ensino.

**Palavras-chave:** Ensino Virtual Enriquecido. Mentalidades Matemáticas. Sequência didática. Geometria Espacial. Ensino Médio.

## ABSTRACT

MACIEL, Clara de Mello. **Visuality in problem solving in Geometry in High School**. Advisor: Thaís Philipsen Grützmann. 2022. 107 f. Dissertation (Masters in Mathematics Education) - Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, Pelotas, 2022.

The chosen method of hybrid teaching for this qualitative research was Virtual Empowered Teaching, which carries the possibility of interconnecting the learning process, potentializing students' learning and autonomy teaching of geometry. The general objective of this research is to investigate the potentiality of visual aids in math learning through the model of Virtual Empowered learning. The bibliography stems from Boaler (2013; 2016; 2018; 2019; 2020) on brain growth and visual aspects. The target audience was a class from senior year in High School from a public school in the municipality of Ijuí-RS, where the students worked with a didactic sequence with eight questions from ENEM and standard tests. Data collection occurred through Google Forms and the analysis was made with Bardin's Content Analysis (1977). From the data produced from the eight questions, three categories developed: "Necessary Image"; "Unnecessary Image"; and "No Image", which were defined after data collection, based on the structure of the questions. Results showed that it is necessary to work with visual math approaches, instigating students to use visual thinking, where the school is a place to potentialize and stimulate students, where images show to be necessary, since in the progress of activities, the students were able to develop productive growth mentality, resulting in better learning.

**Keywords:** Virtual Empowered Learning. Math Mentality. Didactic Sequence. Spatial Geometry. High School.

## RESUMEN

MACIEL, Clara de Mello. **La visualidad en la resolución de problema de Geometría en la Educación Secundaria**. Tutor: Thaís Philipsen Grützmann. 2022. 107 f. Disertación (Maestría en Educación Matemática) - Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

El modelo de enseñanza híbrido elegido para esta investigación cualitativa fue la Enseñanza Virtual Enriquecida, que conlleva la posibilidad de interconectarse con el proceso de aprendizaje, potenciando el conocimiento y la autonomía de los estudiantes enseñanza de la geometría. La investigación tiene como objetivo general investigar el potencial de lo visual en el aprendizaje matemático, mediante modelo de Enseñanza Virtual Enriquecida. La fundamentación teórica se basa en las ideas de Boaler (2013; 2016; 2018; 2019; 2020) sobre el crecimiento cerebral y los aspectos visuales. El público objetivo fue una clase del 3º año de la secundaria, de una escuela pública de la ciudad de Ijuí-RS. Las actividades se aplicaron en agosto y septiembre de 2021, en base a una secuencia didáctica con ocho preguntas del Enem y exámenes de ingreso. La recopilación de datos se realizó a través del Formulario de Google y el análisis se basó en el Análisis de contenido de Bardin (1977). A partir de los datos producidos a partir de las ocho preguntas, se definieron tres categorías: "Imagen necesaria"; "Imagen innecesaria"; y "Sin imagen", que se definieron después de la recolección de datos, con base en la estructura de las preguntas. Como resultado se encontró que es necesario trabajar con enfoques de matemática visual, incentivando a los estudiantes a pensar visualmente, en la que la escuela es un lugar para potenciar y estimular a los estudiantes, en la que se hace necesario el uso de la imagen, ya que, en el transcurso de las actividades, los estudiantes desarrollaron mentalidades de crecimiento productivo, lo que tuvo implicaciones para la enseñanza.

**Palabras-clave:** Enseñanza Virtual Enriquecida. Mentalidades Matemáticas. Secuencia didáctica. Geometría espacial. Escuela secundaria.

## Lista de Figuras

Figura 1 - Os tipos de modelos de Ensino Híbrido. ....	22
Figura 2 - Figura ilustrativa da aprendizagem. ....	39
Figura 3- Fluxograma das etapas metodológicas .....	46
Figura 4 - Sequência das aulas.....	53
Figura 5 - Sequência Didática – Aula I. ....	53
Figura 6 - Sequência das questões. ....	58
Figura 7 – Três questões da categoria Imagem necessária. ....	60
Figura 8 - Comentário – Estudante X. ....	63
Figura 9 - Comentário – Estudante II. ....	67
Figura 10 - Questão da categoria Imagem desnecessária. ....	72
Figura 11 - Comentário – Estudante IV .....	74
Figura 12 - Comentário – Estudante XVII.....	75
Figura 13 - Quatro questões da categoria sem imagem.....	76
Figura 14 - Comentário – Estudante VI. ....	77
Figura 15 - Representação do prisma triangular regular e equações .....	80
Figura 16 - Desenvolvimento da atividade – Estudante II.....	81
Figura 17 - Representação do prisma realizado pelo estudante VI .....	82
Figura 18 - Representação do prisma realizado pelo estudante VII .....	82
Figura 19 - Comentário – Estudante IX. ....	83
Figura 20 - Comentário – Estudante XVII.....	83
Figura 21 – Interpretação visual da questão 6.....	84
Figura 22 - Comentário – Estudante II. ....	86
Figura 23 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pela estudante I.....	86
Figura 24 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pela estudante XIV. ....	87
Figura 25 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pelo estudante VII. ....	88
Figura 26 - Comentário – Estudante XVII.....	89
Figura 27 - Comentário – Estudante XVII.....	89

## Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Enquete referente a questão 1. ....	62
Gráfico 2 - Enquete referente a questão 3. ....	66
Gráfico 3 - Enquete referente a questão 7. ....	70
Gráfico 4 - Enquete referente a questão 5. ....	74
Gráfico 5 - Enquete referente a questão 4. ....	80
Gráfico 6 - Enquete referente a questão 6. ....	85

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Resultados da BDTD.....	28
Tabela 2 - Resultado das Revistas.....	31
Tabela 3 - Resultado dos Eventos.....	31

## Lista de Quadros

Quadro 1 - Trabalhos selecionados da BDTD. ....	29
Quadro 2 - Momento programado. ....	52
Quadro 3 - Atividades da Aula I. ....	54
Quadro 4 – Atividades da Aula II. ....	54
Quadro 5 - Comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “não”. ....	62
Quadro 6 - Comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “sim”. ....	64
Quadro 7 – Demais comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “sim”. ....	64
Quadro 8 - Comentários acerca da questão 3, dos estudantes que assinalaram “não”. ....	66
Quadro 9 - Comentários acerca da questão 3, dos estudantes que assinalaram “sim”. ....	68
Quadro 10 - Comentários dos estudantes acerca da questão 7. ....	71
Quadro 11 - Comentários dos estudantes acerca da questão 2. ....	78

## Lista de Abreviaturas e Siglas

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EMR	Educação Matemática em Revista
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
IES	Instituição de Ensino Superior
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PPG	Programa de Pós-Graduação
PPGEMAT	Programa de Pós-Graduação Educação Matemática
RCG	Referencial Curricular Gaúcho
RS	Rio Grande do Sul
SD	Sequência Didática
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TIC	Tecnologias da Informação e da Comunicação
UERGS	Universidade Estadual do Rio Grande do Sul
UFPeI	Universidade Federal de Pelotas
UNIVATES	Universidade do Vale do Taquari
URI	Universidade Regional do Alto Uruguai e das Missões

## Sumário

<b>1 Introdução.....</b>	<b>17</b>
<b>2 Ensino Híbrido.....</b>	<b>21</b>
2.1 Ensino Híbrido: apresentando os diferentes modelos.....	21
2.2 Ensino Virtual Enriquecido – Por quê?.....	25
2.3 Estado do conhecimento – Ensino Virtual Enriquecido.....	27
<b>3 Sequência didática e mentalidades matemáticas.....</b>	<b>33</b>
3.1 Sequência didática.....	33
3.2 Visualidade: um artifício para a mentalidade matemática.....	36
3.2.1 Como eu aprendo? Uma investigação pela mentalidade matemática .....	38
3.3 Geometria espacial e a visualização.....	42
<b>4 Metodologia da pesquisa.....</b>	<b>46</b>
4.1 Definindo o tipo de pesquisa.....	47
4.2 Questão e objetivos.....	47
4.3 O local e os participantes da pesquisa.....	47
4.4 Classroom – apoio pedagógico para resoluções de problemas.....	49
4.5 As atividades realizadas.....	51
4.6 O processo da análise.....	57
<b>5 Análise dos dados.....</b>	<b>60</b>
5.1 Categoria 1: imagem necessária.....	60
5.1.1 Questão 1 .....	61
5.1.2 Questão 3 .....	65
5.1.3 Questão 7 .....	68
5.2 Categoria 2: Imagem desnecessária.....	72
5.2.1 Questão 5 .....	73
5.3 Categoria 3: Sem imagem.....	76
5.3.1 Questão 2 .....	77
5.3.2 Questão 4 .....	79
5.3.3 Questão 6 .....	84
5.3.4 Questão 8 .....	88
<b>6 Considerações finais.....</b>	<b>91</b>
<b>Referências.....</b>	<b>96</b>

<b>Apêndices.....</b>	<b>102</b>
<b>Apêndice A – Cronograma das aulas da turma .....</b>	<b>103</b>
<b>Apêndice B – Carta de autorização da escola .....</b>	<b>104</b>
<b>Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....</b>	<b>105</b>
<b>Apêndice D – Carta de autorização: uso da imagem e das produções....</b>	<b>106</b>
<b>Apêndice E – Vídeos disponibilizados aos alunos.....</b>	<b>107</b>

## 1 Introdução

Caro leitor, peço gentilmente para apresentar minha caminhada acadêmica, sabendo que temos experiências ao longo do trajeto escolhido. Parto do primeiro passo que foi dado, isto é, sou graduada em Licenciatura em Matemática, pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI) – Campus Santo Ângelo. Iniciei as atividades acadêmicas em 2014 e, no mesmo ano, ingressei no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), do qual participei até o ano de conclusão do curso, 2018.

Por intermédio do PIBID, surgiram as primeiras apresentações, participações em eventos, publicações em anais, revistas e capítulos de livros. E também, a oportunidade de ministrar palestras na Instituição e fora dela. Nesse tempo, participei do primeiro estágio curricular, que possuía a afinidade de familiarizar o estudante com a tecnologia. Diante disso, deu-se o estágio em *software*, sites e aplicativos, por isso, a familiarização com a metodologia ativa.

A busca por aprimoramento didático e conhecimento em Educação fez com que, em 2019, iniciasse o curso de Licenciatura em Pedagogia, na Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (UERGS). Logo, participei do curso de formação de editores de revista pela Instituição, bem como, contribuí na correção de um artigo científico.

No ano de 2020, iniciei duas especializações, uma na Universidade Federal de Rio Grande (FURG), em Atendimento Escolar Especializado, e a outra na Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), em Personalização das Tecnologias na Educação, ambas concluídas. No decorrer do mesmo ano, também iniciei minha carreira como professora na rede pública municipal.

Em 2021, ao ingressar como servidora estadual e, também, como aluna no mestrado, vi o benefício de interligar a priori a práxis. Além disso, considerando que uma das condições essenciais para garantir o exercício da cidadania e assegurar o respeito dos direitos fundamentais dos cidadãos, previsto na Constituição, é a educação (BRASIL, 1988), analisei a evolução da educação ora como estudante, ora como professora, e percebi que as exigências relacionadas ao campo educacional aumentaram em razão das transformações sociais e tecnológicas. Em outras palavras, notei que ocorreram mudanças significativas no que se refere ao profissional da educação e sua prática docente.

Sinto-me encantada pela docência e, por isso, busco, por meio desta pesquisa, instigar produções e pesquisas, dentro do possível, nas escolas públicas, visto que, por meio dela, ocorrem as interações sociais, contato com outras pesquisas, formações e o exercício da cidadania.

É inquestionável o valor da educação, uma vez que, por meio dela se dá a formação do sujeito crítico, letrado, reflexivo, cidadão de direito, pronto para viver com dignidade em uma sociedade marcada por diversas desigualdades. Portanto, a educação é um dos instrumentos que auxiliam na formação de indivíduos capazes de exercer cidadania, compreender o contexto e a sociedade, refletir e mudar o meio em que vivem. Esse pensamento de que, quando o estudante está sendo amparado, se sentindo acolhido e tendo seus direitos respeitados, eleva as possibilidades e torna oportuna a conclusão de sua formação.

Nesse sentido, considero importante, para a formação inicial e continuada dos professores, o desenvolvimento de estudos e pesquisas que contribuam com a reflexão por meio de discussões relacionadas a desigualdades. Desse modo, entendo que talvez seja possível criar condições favoráveis a mudanças de concepção, evitando, assim, a manutenção das subalternidades nesse campo.

Diante disso, após perceber a situação de insatisfação e angústia na escola, em relação a educação, principalmente a desvalorização docente, que “além do sucateamento do sistema educacional como um todo, percebe-se a ilusão de que a qualidade pode ser atingida por iniciativa individual” (REZENDE et al. 2011, p. 281).

Ademais, a falta de reconhecimento do magistério e da educação pública brasileira ainda é evidente, por isso, tendo um espírito inquieto, e anseio por metodologias que possam ser inclusivas e promover uma educação mais eficaz, optei pelo mestrado em Educação Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEMAT), da Universidade Federal de Pelotas (UFPel).

Saliento que, nessa busca por novos conhecimentos, ficou evidente a potencialidade das tecnologias no Ensino da Matemática com a intencionalidade de auxiliar o aluno na sua aprendizagem e autonomia.

Igualmente, é preciso pensar como o uso das tecnologias, juntamente com algumas ideias da neurociência, potencializaria a aprendizagem, pelo fato de que o cérebro recebe estímulos constantemente e a memória de trabalho recebe informações do que temos consciência naquele determinado momento. Já a

memória de longo prazo, encontra-se no córtex cerebral, conecta-se em diferentes possibilidades com o ambiente externo e com os sentidos.

Por conseguinte, nosso cérebro absorve as informações novas, e as antigas começam a se conectar. Ressalto que, quanto mais se repete o processo, mais fácil fica para transformar a nova informação em aprendizagem, sobretudo, se ela faz parte da nossa memória de longo prazo.

Portanto a utilização de sequência didática no Ensino de Matemática, voltada ao estudo de Geometria, não consiste apenas no desenvolvimento de habilidades de cálculo ou resolução de problemas, fixação de conceitos, pela memorização ou pela realização de exercícios, mas sim, em atribuir sentido às ideias matemáticas, tendo em vista estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

Para tanto, é de extrema importância trabalhar com a visualidade na Educação Matemática, através do uso das mídias e imagens, no sentido de auxiliar no desenvolvimento visual dos alunos, possibilitando que eles possam desenvolver suas capacidades quando trabalhadas com situações-problemas na Matemática.

Assim, a questão da pesquisa é: “Como a visualidade potencializa a aprendizagem matemática, num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido?”. E o objetivo geral é investigar a potencialidade do visual na aprendizagem matemática, através do modelo de Ensino Virtual Enriquecido.

Ao continuar a leitura, no capítulo 2, “Ensino Híbrido”, destaco, no subitem 2.1, os tipos de modelos que compõem o mesmo, como sendo, o de Rotação, Rotação por Estações, Laboratório Rotacional, Aula Invertida, Rotação Individual, Flex, A La Carte, e Virtual Enriquecido. Na sequência, no item 2.2, enfatizo o Ensino Virtual Enriquecido, na utilização de ferramentas que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Por fim, no 2.3, apresento o Estado do Conhecimento sobre o tema, através de produções correlatas a pesquisa.

No capítulo 3, “Sequência Didática e Mentalidades Matemáticas”, discorro sobre esses dois conceitos, contextualizando sua origem, importância para desenvolvimento, benefícios e utilização para a sala de aula. Voltado a visualização e visualidade em relação à Educação Matemática e concepções de Boaler (2018) referente a mentalidade Matemática e suas potencialidades.

No capítulo 4, apresento a Metodologia da Pesquisa, que se caracteriza pelo método qualitativo, de natureza exploratória, abordando os objetivos, os 17 alunos envolvidos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública localizada no

município de Ijuí, o apoio pedagógico do Classroom para a resolução de problemas, a produção dos dados através de sequência didática e *google forms*, e a análise dos dados embasados no referencial de Bardin (1977) Análise de conteúdo.

No capítulo 5, abranjo a Análise dos Dados, através das respostas das oito questões dos 17 alunos, coletadas no *Google forms*, discutindo em três categorias que emergiram: Imagem necessária; Imagem desnecessária; e Sem imagem, relacionando com o referencial teórico de Jo Boaler. No capítulo 6, encerro com as considerações finais, e, por fim, apresento as referências utilizadas e os apêndices com os links dos vídeos produzidos para auxiliar os alunos na resolução dos problemas.

## **2 Ensino Híbrido**

Com o desenvolvimento, avanço e popularização das tecnologias digitais tornou-se possível a constituição do acesso e incorporação nas salas de aulas. Nessa perspectiva, a partir das mídias, tecnologias e modelos híbridos, estabelecem-se novas formas de interação social, com códigos de ética e normas de conduta próprias, que coexistem e dialogam entre si.

Recentemente, a incorporação de dispositivos móveis contribuiu para que os conceitos de tempo e espaço fossem novamente ressignificados. Incontáveis aparelhos permanecem constantemente conectados a bancos de dados, possibilitando o acesso e o compartilhamento de informação, a qualquer momento.

Ao mesmo tempo, retroalimentam esses mesmos bancos com informações coletadas a partir das ações de cada usuário. Os limites que distinguem o analógico e o digital se tornam cada vez mais tênues, configurando espaços híbridos, permeados por tecnologias ubíquas e pervasivas. Diante disso, no item 2.1, serão apresentados de forma breve os modelos de Ensino Híbrido, no item 2.2 o Ensino Virtual Enriquecido – Por quê? E por fim, no item 2.3 a discussão referente ao Estado do conhecimento – Ensino Virtual Enriquecido.

### **2.1 Ensino Híbrido: apresentando os diferentes modelos**

Estamos em constante processo de aprendizagem, uma vez que, aprendemos e ensinamos de diversas formas, em múltiplos espaços (MORAN, 2015a). Diante disso, o conceito híbrido ganhou força e vem se incorporando na educação, pois, “[...] híbrido é uma combinação da nova tecnologia disruptiva com a antiga tecnologia, e representa uma inovação sustentada em relação à tecnologia anterior” (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013, p. 3).

O Ensino Híbrido é a exploração dos espaços, em outras palavras, articulação dos dois mundos, físico e o virtual, em que, proporciona aos alunos, atividades virtuais, permitindo, aprender de modo intencional e autônomo, ou seja, o planejamento do professor no espaço físico e o planejamento do aluno por sua busca no aprendizado (MORAN, 2015a).

Sobretudo, o espaço arquitetônico escolar, no modelo de Ensino Híbrido, passa a ter o aluno no processo de aprendizagem, desencadeando a busca de sua

autonomia e autogerenciamento. As diferentes formas de ensino permitem o desenvolvimento das habilidades, construídas acerca dos conteúdos do currículo, oportunizando avaliar o envolvimento dos alunos nos diferentes espaços, sem receio de se lançar novas experiências (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015). Visto que, o ideal é que essa estrutura esteja prevista no Projeto Pedagógico da escola, a fim de que todos os profissionais docentes, façam o uso desse modelo de ensino, e que existam políticas públicas de incentivo à formação continuada, voltada à estas discussões.

Para tanto, no Ensino Híbrido, existem modelos que podem ser inseridos nas rotinas da escola, destacando-se os modelos que se complementam: Rotação, Rotação por Estações, Laboratório Rotacional, Aula Invertida, Rotação Individual, Flex, A La Carte, e Virtual Enriquecido (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013), ilustrado na Figura 1.

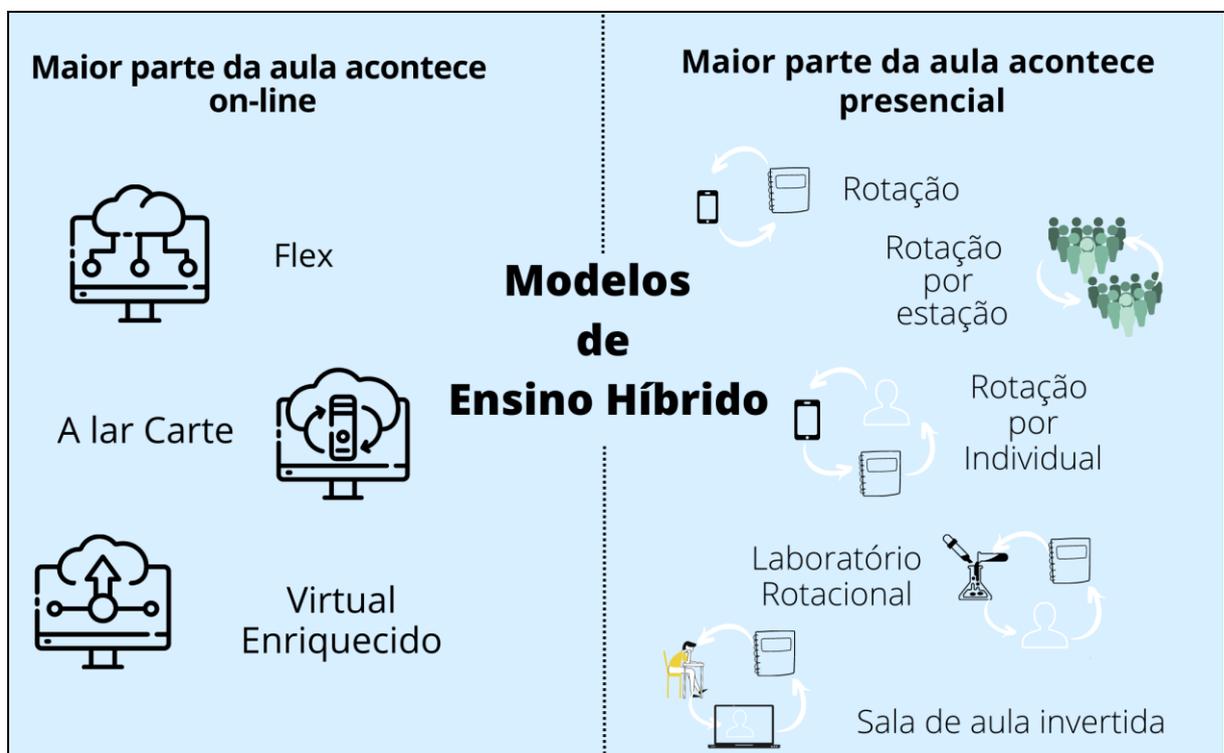


Figura 1 - Os tipos de modelos de Ensino Híbrido.

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Na sequência, descrevemos os modelos de Ensino Híbrido, modelos sustentados por rotação, os quais possuem a maioria de ensino no presencial:

- **Modelo de Rotação:** caracteriza-se em uma matéria fixa, isto é, um roteiro fixo criado pelo professor. Nessa modalidade, uma parte da aula é on-line. Uma das

metodologias adotadas trata-se de criação de grupo para a realização das tarefas propostas, em que “dentre os recursos que esse modelo pode utilizar, incluem-se atividades como as lições em grupos pequenos ou turmas completas, trabalhos em grupo, tutoria individual e trabalhos escritos, entre outros” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 239). Ressalta-se que nesse modelo pode-se variar de quatro formas:

a) **Modelo de Rotação por Estações:** trata-se de revezamento de grupos, dentro do mesmo ambiente. Esses grupos terão assuntos distintos para realização das tarefas, por fim, compartilham-se as ideias. “Após, o tempo determinado e previamente combinado com os alunos, ocorrerá o revezamento dos grupos até que todos tenham passado por todas as atividades” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 239), é de extrema importância que todos os estudantes tenham realizado as atividades colaborativas e que “uma das estações envolva uma atividade online que será utilizada posteriormente para a personalização do ensino” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 239).

b) **Modelo de Laboratório Rotacional:** inicia-se na sala de aula presencial, isto é, aula expositiva e dialogada, e complementa-se com laboratório de informática, ou de ensino, sobretudo, o laboratório de ensino é aquele que possui auxílio de alguma disciplina, como laboratório de Matemática, Língua Portuguesa, entre outros. Este modelo “tem como objetivo utilizar o ensino online como uma forma de inovar de maneira sustentada, tendo a metodologia tradicional aliada às necessidades de seus alunos” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 240).

c) **Modelo de Rotação Individual:** o aluno cria um roteiro individual, o qual não precisa participar de toda rotação ou modalidade criada pelo professor, isto é, ele mesmo planeja como irá definir suas metas (modalidade). Desta forma, “o controle individualizado da aprendizagem é ponto chave para a análise do desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 240).

d) **Modelo de Sala de Aula Invertida:** corresponde a uma atividade com a tutela do docente, na sala física, tangenciando-se as demais localidades da aplicação do conteúdo e lições (físico extraclasse ou on-line). Assim, “a teoria é estudada em casa e o espaço da sala de aula é utilizado para discussões, resolução de exercícios e demais atividades propostas pelo professor” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 240).

Modelos que possuem a maior parte de ensino no on-line:

- **Modelo Flex:** a maioria das atividades desenvolve-se on-line, o aluno direciona sua aprendizagem para o que desperta mais interesse, pois, “a personalização das atividades propostas deve ocorrer e a organização dos alunos não necessita ser por séries ou anos” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 241).
- **Modelo A La Carte:** nessa metodologia, o aluno desenvolve as atividades inteiramente on-line, com o tutor (professor), no entanto, continua a ter experiências educacionais em escolas (espaço físico escolar). O objetivo aqui é que o aluno seja responsável pela organização dos seus estudos, criando sistema, cronograma. Neste modelo “o estudante é o responsável pela organização dos seus estudos, de acordo com os objetivos gerais que se pretende que sejam atingidos” (GRASEL; PRESTES; KRAUSE, 2021, p. 241).
- **Modelo Virtual Enriquecido:** corresponde ao componente curricular de cada curso, de maneira integral. Em outras palavras, os alunos dividem o tempo no espaço presencial escolar e o aprendizado remoto. Acontecem encontros semanais ou quinzenais, por exemplo. De acordo com Christensen, Horn e Staker (2013, p. 27), “é uma experiência de escola integral na qual, dentro de cada curso (ex: matemática), os alunos dividem seu tempo entre uma unidade escolar física e o aprendizado remoto com acesso a conteúdo e lições online”.

Os modelos citados carregam consigo a possibilidade de interligarem-se, potencializando o aprendizado e a autonomia dos alunos, quando corretamente trabalhados e planejados.

Santos (2015) indica que utilizando o Ensino Híbrido, o aluno caminha no seu ritmo, já que “[...] a sala de aula ou os demais espaços escolares precisam ser pensados pelo professor de maneira que se integrem a partir das atividades que os alunos irão realizar” (SANTOS, 2015, p. 107), transformando o ambiente escolar em um espaço mais dinâmico.

O educador precisa se preocupar com o aprendizado do aluno, no sentido de identificar problemas e agir com foco em qualificar e personalizar o ensino, e, ao utilizar o Ensino Híbrido o docente passa a ter facilidade em transmitir o conhecimento, uma vez que os dois não necessitam estar no mesmo lugar para aprender (LIMA; MOURA, 2015).

Alguns dos modelos apresentados podem ser inseridos sem muita adaptação na escola, como: de Rotação por Estações, Laboratório Rotacional e Sala de Aula

Invertida. Visto que, a “[...] cada um deles introduz uma solução híbrida que combina a sala de aula tradicional com uma nova tecnologia” (BACICH; MORAN, 2018, p. 27). Por fim, mesmo com estes modelos, o professor continua tendo um papel essencial na contemporaneidade.

## **2.2 Ensino Virtual Enriquecido – Por quê?**

Devido à pandemia da Covid-19, a alternativa mais segura para conter a disseminação do vírus e continuar as atividades educacionais foi o ensino remoto, este, no que lhe concerne, acelerou o processo de tecnologização nas escolas e universidades (ARRUDA, 2020). Desencadeando transformações sociais no espaço escolar, por intermédio de incorporações das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para as aulas, que, logo, proporcionaram formação docente em distintas áreas do conhecimento.

Um estudo realizado por Freitas (2014) em escolas da rede pública de Santa Maria/RS com 31 professores demonstra que isso já era trabalhado anteriormente, pois, com a investigação constatou-se que a inserção das TIC nas práticas pedagógicas já estava avançando, já que todos afirmaram utilizar algum recurso tecnológico, sendo bem recebido por parte dos alunos e professores.

Já na pesquisa de Battisti (2017), a qual foi realizada em 13 escolas estaduais da cidade de Erechim/RS com a participação de 13 professores, os resultados obtidos destacaram ser necessário investir mais em cursos de formação continuada pautada na inserção das TIC, na prática pedagógica, tendo em vista que, as escolas apresentaram uma infraestrutura adequada no que tange os recursos tecnológicos, porém, os professores não se sentiam capacitados para utilizá-los durante as aulas de Matemática.

Assim, no período pandêmico, além, do estudo e a pesquisa remota, docentes e discentes, necessitam apropriar-se da tecnologia, enquanto os professores se viram em uma situação-limite, foi necessário a realização de formações continuadas, que implicou a construção de novos conhecimentos e saberes necessários à formação (CRUZ; MENEZES; COELHO, 2021).

Diante disso, conforme Lima e Moura (2015), o professor passou a ter três concepções ao utilizar as tecnologias digitais, segundo são elas:

- Concepção do processo de ensino e aprendizagem virtual, ou seja, elas precisam ter resultado efetivo na aprendizagem;
- Mediação do processo interativo, isto é, informação ao senso crítico;
- Processo de ensino e aprendizagem focado na construção do conhecimento.

Todas estão interligadas, talvez duas concepções possam parecer semelhantes, mas são distintas, enquanto uma está preocupada no resultado, a outra focaliza com que o aluno construa, desenvolva a sua aprendizagem, pois a “ideia de ambientes de ensino e aprendizagem enriquecidos, como uma situação propícia e necessária para a inclusão de todos os alunos na escola e para uma educação de qualidade” (ZUFFI; MENEGHETTI; NETTO, 2022, p. 82).

Para isso, o professor necessita conhecer a realidade dos seus alunos, contribuindo para formação além do conteúdo. “Consolidou-se a ideia de que um professor precisa tanto de conhecimento acadêmico quanto pedagógico, além de saber como utilizar essas habilidades de forma sinérgica” (LIMA; MOURA, 2015, p. 93). Trata-se de disponibilizar aos alunos, variadas experiências de aprendizagens daquelas que o currículo apresenta (ZUFFI; MENEGHETTI; NETTO, 2022), visto que “o professor tem como função desenvolver estímulos na autoaprendizagem e nas curiosidades discentes, para que o aluno pesquise, reflita e analise o conhecimento adquirido” (NOVAES et al., 2021, p. 5).

Assim, no Ensino Virtual Enriquecido, o docente define qual ferramenta, e como ela pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos, por ter uma maior parte on-line, e apenas uma parcela no presencial. Por isso, ao escolher qual ferramenta, deve-se ter em mente o objetivo da atividade, que precisa ser sondado, averiguando seu impacto na aprendizagem.

Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. (MORAN, 2015b, p. 1).

É preciso incentivar os alunos a serem mais críticos e participativos no processo de aprendizagem, assim, eles “passariam a refletir sobre as possibilidades de resolução dessas questões objetivas das atividades ou avaliações escolares, através de ensaios com erros e acertos” (NOVAES et al., 2021, p. 5).

Um das vantagens é que o aluno não precisa estar no mesmo espaço que o professor, além de respeitar o tempo do aluno para a execução das atividades. Outra vantagem é que o professor, no momento presencial, pode auxiliar os alunos com dificuldade, ou seja, desencadeando o papel de tutor, que auxilia de maneira individual ou coletiva. Para isso, o docente precisa ter planejamento, direcionando o seu papel para cada momento do processo no ensino.

### **2.3 Estado do conhecimento – Ensino Virtual Enriquecido**

O Estado do Conhecimento sobre “Ensino Virtual Enriquecido” surge do interesse de pesquisa do mestrado, o qual ganhou apoio na disciplina de Laboratório de Produção Científica, cursada no primeiro semestre de 2021. Esse Estado do Conhecimento compõe a avaliação da disciplina e as informações relevantes que acabaram sendo incorporadas à dissertação.

A proposta de realizar o Estado do Conhecimento na referida disciplina buscou uma primeira aproximação da mestrandia como pesquisadora, incentivando a busca em fontes confiáveis, analisando e selecionando produções correlatas ao tema de pesquisa. Conforme Ferreira (2002, p. 258), “estado da arte” ou “estado do conhecimento” também

[...] são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado.

Desta forma, o objetivo é apresentar o mapeamento realizado e as pesquisas selecionadas que se aproximam da temática escolhida, de modo a identificar as produções acerca do tema. Para tanto, essa busca aconteceu em três espaços: no banco de teses e dissertações, periódicos científicos e eventos. A seguir apresentamos os locais determinados para cada seleção, conforme orientação da disciplina de Laboratório de Produção Científica:

a) Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), na qual se encontram teses e dissertações defendidas nas Instituições brasileiras de ensino e pesquisa.

b) Três revistas renomadas na área da Educação Matemática: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA); Zetetiké e Educação Matemática em Revista (EMR).

c) Três eventos importantes na área da Educação Matemática: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM) e Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

Nos itens “a” e “b”, o recorte temporal determinado foi de 2016 a 2021. Já, no item “c”, por tratar-se de eventos com periodicidades diferentes, teve-se o cuidado de iniciar a busca a partir do ano de 2015, considerando as seguintes edições: SIPEM (2015, 2018); ENEM (2016, 2019) e EBRAPEM (2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020<sup>1</sup>). Em todas as buscas, utilizamos os seguintes termos: “educação matemática”; “ensino híbrido”; e “modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido”.

A Tabela 1 apresenta, de forma reduzida, as dissertações e as teses encontradas, e as seleções por afinidades decorrentes ao tema Ensino Híbrido e Ensino virtual enriquecido, que, na sequência do texto, são justificadas.

Tabela 1 - Resultados da BDTD.

<b>Termos de busca</b>	<b>Dissertações encontradas</b>	<b>Dissertações selecionadas</b>	<b>Teses encontradas</b>	<b>Teses selecionadas</b>
Educação Matemática e Ensino Híbrido	36	4	4	-
Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido	2	-	1	1

Fonte: A pesquisadora, 2021.

A partir da Tabela 1, dos 43 trabalhos localizados, cinco trabalhos foram selecionados para uma análise mais profunda, visando contribuir com a pesquisa. Esses trabalhos são apresentados no Quadro 1, com a indicação do título, autor, Programa de Pós-graduação (PPG), Instituição de Ensino Superior (IES), se é Dissertação (D) ou Tese (T), ano de defesa e orientador.

<sup>1</sup> O EBRAPEM de 2021 ainda não havia acontecido, por isso não foi incluído.

Quadro 1 - Trabalhos selecionados da BDTD.

<b>Título</b>	<b>Autor</b>	<b>PPG</b>	<b>IES</b>	<b>D/T</b>	<b>Ano</b>	<b>Orientador</b>
A internet aliada à Educação: o uso de recursos digitais como ferramentas didáticas para a complementação da aprendizagem de Matemática	Adilson Roberto de Souza	Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática	Universidade de Brasília	D	2020	Rui Seimetz
Neurociência cognitiva e ensino híbrido: investigando o modelo por rotações no ensino de matemática	Juliana Marcondes de Moraes	Programa de Pós-Graduação em Mestre Profissional Projetos Educacionais de Ciências	Universidade Federal de São Carlos	D	2019	Maria Auxiliadora Motta Barreto
Personalização do ensino de matemática na perspectiva do ensino híbrido	Wesley Vieira Xoteslem	Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática	Universidade de Brasília	D	2018	Tatiane da Silva Evangelista
Sala de aula híbrida: uma experiência com alunos do ensino fundamental	Onofre Saback dos Anjos	Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências	Universidade Federal do Grande Rio	D	2017	Roberta Flávia Ribeiro Rolando
Implicações da organização da atividade didática com uso de tecnologias digitais na formação de conceitos em uma proposta de Ensino Híbrido	Lilian Cassia Bacich Martins	Programa de Pós-Graduação Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano	Universidade de São Paulo	T	2016	Maria Isabel da Silva Leme

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Contextualizando, os trabalhos listados no Quadro 1, foram selecionados a partir da leitura do resumo, em relação aos que contemplassem discussões sobre ensino híbrido e sequências didáticas.

Assim, na pesquisa intitulada: “A internet aliada à Educação: o uso de recursos digitais como ferramentas didáticas para a complementação da aprendizagem de Matemática”, o autor, propõe recursos didáticos digitais, via internet, como forma de complementação do estudo, buscando a melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem de matemática no ensino fundamental. Trazendo como resultado que a introdução de recursos digitais no dia a dia do aluno, através da internet, leva a escola a todos os possíveis lugares fora da rotina da sala de aula, pois facilita a fixação do conteúdo, sendo uma ferramenta adicional para a

construção de uma memória duradoura, suprimindo a necessidade de reforço ou reposição de horas-aulas de estudantes com déficits de aprendizado.

Na pesquisa: “Neurociência cognitiva e ensino híbrido: investigando o modelo por rotações no ensino de matemática” a autora, percebeu que o aprendizado personalizado através do uso da tecnologia, em relação ao *Google* formulários, ofereceu dados que apontaram o aprendizado do estudante, sendo que na neurociência cognitiva quando o aluno recebe informação que ele já possui para aprender um novo conceito, ele incrementa sua carga cognitiva, ocorrendo um domínio gradativo do conhecimento.

Na pesquisa intitulada: “Personalização do ensino de matemática na perspectiva do ensino híbrido” o autor aponta reflexões em relação ao ensino híbrido como sendo aliado da Educação, no sentido que contribui na aprendizagem dos alunos, onde o Ensino Híbrido possibilita, uma aprendizagem autônoma, tendo o aluno como investigador do que deve aprender, tornando-a mais expressiva e propiciando expandir as habilidades do pensar.

Já na pesquisa: “Sala de aula híbrida: uma experiência com alunos do ensino fundamental” o autor aponta a motivação dos alunos por intermédio das atividades desenvolvidas com o método misto de sala de aula híbrida, em que demonstrou ser uma ferramenta didática diferenciada, proporcionando um ambiente estimulante de aprendizagem.

Por fim, no trabalho “Implicações da organização da atividade didática com uso de tecnologias digitais na formação de conceitos em uma proposta de Ensino Híbrido” a autora aponta que a organização da atividade didática favoreceu a personalização do ensino oferecendo condições para que os alunos participassem de forma mais autônoma, sendo que foi possível identificar as habilidades, competências e conceitos sendo internalizados através da utilização das tecnologias digitais.

Para tanto, o trabalho “A internet aliada à Educação: o uso de recursos digitais como ferramentas didáticas para a complementação da aprendizagem”, de Souza (2020), foi selecionado por destacar a importância da incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação TIC para associar o que foi estudado em aula com o auxílio das TIC.

Já o trabalho de Morais (2019) vem ao encontro do estudo sobre o processo de assimilação da aprendizagem com o virtual. Martins (2016), Xoteslem (2018) e

Anjos (2017) trazem alguns modelos de Ensino Híbrido e o processo do desenvolvimento através de sequência didática, além de destacar cada modelo de Ensino Híbrido. Igualmente, todos se complementam entre si, a partir da utilização de meios virtuais de modelos diferentes.

Continuando a apresentação dos resultados do Estado do Conhecimento, destacam-se as Tabelas 2 e 3, com as revistas e os eventos.

Tabela 2 - Resultado das Revistas.

<b>Termos de busca</b>	<b>Revista</b>	<b>Artigos encontrados</b>	<b>Artigos selecionados</b>
Educação Matemática e Ensino Híbrido	BOLEMA ON-LINE (A1). ISSN: 1980-4415	2	-
Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido		-	-
Educação Matemática e Ensino Híbrido	ZETETIKÉ ON-LINE (A2). ISSN: 2176-1744	-	-
Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido		-	-
Educação Matemática e Ensino Híbrido	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (A2) ISSN: 2317-904X	-	-
Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido		-	-

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Tabela 3 - Resultado dos Eventos.

<b>ANOS</b>	<b>Termos de busca</b>	<b>EVENTO</b>	<b>Artigos encontrados</b>	<b>Artigos selecionados</b>
2015 – 2020	Educação Matemática e Ensino Híbrido	SIPEM	-	-
	Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido			
	Educação Matemática e Ensino Híbrido	Enem	4	-
	Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido			
	Educação Matemática e Ensino Híbrido	EBRAPEM	1	-
	Modelos de ensino híbrido: ensino virtual enriquecido			

Fonte: A pesquisadora, 2021.

A partir desse levantamento, destacamos serem poucas as produções na área, além disso, nenhum trabalho listado nas Tabelas 3 e 4 foi selecionado, em razão de que, não contemplavam a temática de forma significativa e não disponibilizavam aportes para responder os objetivos desta investigação. Por isso, a pesquisa proposta é uma forma de contribuir com a carência e ampliar as discussões sobre o Ensino Virtual Enriquecido no Ensino de Matemática.

Para tanto, no próximo capítulo, apresentaremos uma discussão em relação à sequência didática, seu impacto na Educação Matemática, a visualidade como sendo um artifício para a Mentalidade Matemática a partir da proposta desenvolvida pela professora Jo Boaler (2013; 2016; 2018; 2019 e 2020), e por fim, a importância da visualização na Geometria espacial.

### **3 Sequência didática e mentalidades matemáticas**

Apresentamos neste capítulo discussões em relação à Sequência Didática, Mentalidades Matemáticas e a Geometria espacial. Contextualizando sua origem, importância para desenvolvimento, benefícios e utilização para a sala de aula. Voltado a visualização e visualidade em relação à Educação Matemática e concepções de Boaler (2018) referente a mentalidade Matemática e suas potencialidades, refletindo que os estudantes aprendem matemática, quando estimulados.

#### **3.1 Sequência didática**

No Brasil, o termo “sequência didática” surgiu nos documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) como "projetos" e "atividades sequenciadas" (BRASIL, 1997). Apesar de que as sequências didáticas estão vinculadas ao estudo do gênero textual, é um procedimento que pode ser utilizado por diferentes áreas do conhecimento.

Sendo um termo utilizado em Educação para definir um procedimento encadeado de passos, etapas, ligadas entre si, para tornar mais eficiente o processo de aprendizado. Uma sequência didática (SD) é definida como uma sucessão planejada de atividades progressivas e articuladas entre si. Podendo ser guiadas por um tema, um objetivo geral ou uma produção, como afirma Fassarella, (2015, p. 1): “as sequências didáticas são um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa”.

Organizadas conforme os objetivos que o professor deseja alcançar, possuindo atividades de aprendizagem e de avaliação, voltadas a distintos conteúdos e disciplinas, auxiliando o professor na organização do trabalho em sala de aula, de forma gradual, partindo dos conhecimentos prévios que os alunos já possuem para chegar aos níveis que eles precisam dominar.

Esse tipo de metodologia engloba outros aspectos, além dos citados anteriormente. As sequências didáticas: “[...] promovem a integração de saberes e habilidades e desse modo, proporcionam uma aprendizagem significativa e contextualizada, aproximando os alunos de situações reais de aprendizagem e usos da língua” (CORREIA, 2018, p. 33). Nesse sentido, explorar situações que estejam

intimamente relacionadas com aspectos além da própria Matemática pode mostrar-se expressivo no que diz respeito à elevação cognitiva dos alunos, referente à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

A estrutura de base de uma sequência contém uma seção de apresentação, da situação de estudo, na qual é descrita, de maneira detalhada, a tarefa de exposição, oral ou escrita, que os alunos deverão realizar. O professor precisa investigar e diagnosticar, por atividades ou de exercícios previstos na sequência, as possibilidades, e encontrar dificuldades reais de uma turma (BARROS, 2015).

Após essa etapa, o trabalho concentra-se nos módulos, constituindo-se de várias atividades ou exercícios sistemáticos e progressivos, os quais permitem aos alunos aprenderem as características temáticas, estilísticas e composicionais do gênero-alvo do estudo (BARROS, 2015). A produção final, é o momento de os alunos colocarem em prática os conhecimentos adquiridos e o professor avalia os progressos efetivados, servindo, nessa etapa, também para uma avaliação do tipo somativo<sup>2</sup>. Entende-se que os alunos poderão aprender em diferentes tempos, respeitando ritmos próprios, e, dessa forma, possibilitando avanços nos conteúdos integrantes das áreas do conhecimento.

Ao ser utilizada na Matemática, isto é, no ensino e na aprendizagem da Matemática, a SD não consiste apenas no desenvolvimento de habilidades de cálculo ou resolução de problemas, fixação de conceitos, pela memorização ou pela realização de exercícios. Ao modelar uma sequência didática matemática, o aluno consegue aprender significativamente, quando ele atribui sentido às ideias matemáticas, tendo em vista estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar (FIORENTINI, 1993; MOYSÉS, 1997).

Conforme D'Ambrósio (1985), o valor utilitário da Matemática manifesta-se nas problematizações de situações reais observadas, que, por intermédio de modelos, podem ser analisadas e interpretadas. Dessa forma, esse valor está associado a razões que interligam a Matemática como instrumento para a vida, o trabalho e outras ciências.

Segundo Blumenthal (2018), há necessidade de se fazer do ensino da Matemática não mecânica, mas, sim, intuitivo. Em outras palavras, uma experiência partida de investigar, pesquisar e descobrir, ao invés de decorar e reproduzir.

---

<sup>2</sup> Avaliação somativa refere-se avaliar de diferentes formas e habilidade que o aluno possui.

Valorizar o conhecimento pré-existente do aluno, o caráter investigativo no ensino, as interações entre os alunos, que visam às resoluções de problemas e o desenvolvimento em projetos.

Para tanto, no desenvolvimento de uma sequência didática, voltada ao despertar do aluno, é imprescindível se utilizar e explorar as tecnologias disponíveis. Visto que, aliada a sequência didática, a ferramenta “[...] possibilitará a melhoria dos resultados das avaliações educacionais que almejamos” (SOUZA, 2020, p. 61). Logo, as tecnologias são um recurso didático, que contribuem para um ambiente colaborativo/cooperativo, sendo que a

[...] vantagem do uso de uma sequência didática em uma plataforma de ensino é a possibilidade da utilização de diferentes recursos, com padrão superior de qualidade, como vídeo-exemplos, textos com exemplos em movimento, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade. Assim, nesse ambiente virtual de aprendizagem, os alunos deixam de receber o mesmo conteúdo ao mesmo tempo e passam a percorrer caminhos diferenciados, de acordo com o seu perfil de estudante e com o seu desempenho. (GROENWALD; ZOCH; HOMA, 2009, p. 2).

O aluno passa a ter uma aprendizagem mais visual, de interpretações e leituras. “As mudanças culturais trazidas pelas tecnologias digitais de informação e comunicação oportunizaram a mistura do ambiente escolar presencial com o virtual, e fez surgir a proposta do ensino híbrido (CAMPOS; FARIAS; BARROS, 2020, p. 5).

Para tanto, uma sequência didática, sistematizada, aplicada para analisar dificuldades e potencialidades da visualização para aprendizagem, trata-se de um dos métodos para desenvolver a habilidade de argumentação e estratégias da validação do visual. Conforme D’Ambrósio (1996), é outro modo de conduzir as aulas, com muita participação dos alunos, e percepção da importância de atividades contextualizadas.

As ferramentas tecnológicas, possibilitam que o estudante seja mais independente, quando usada adequadamente, levando-o “a se desafiar e a construir a compreensão através da produção de significados ao que lhe é posto ou proposto, imediatamente, e assim atua no desenvolvimento cognitivo, na produção de conhecimento” (CAMPOS; FARIAS; BARROS, 2020, p. 5).

As atividades, ao focalizar situações mais concretas, também ensejam a reflexão sobre valores, normas e atitudes, entre as quais destacamos a cooperação, o espírito crítico, a curiosidade, o interesse pela busca e a construção de mais

conhecimentos e a testagem de soluções alternativas, em que “os ambientes presencial e virtual, possibilitam a personalização do ensino e da aprendizagem num modelo possível de ensino, mediado por um professor e não só pela tecnologia artificial” (CAMPOS; FARIAS; BARROS, 2020, p. 5). Conforme Silveira (2003, p. 32):

Além disso, ao se denominar a Área como sendo não só de Ciências e Matemática, mas também de suas tecnologias, sinaliza-se claramente que, em cada uma de suas disciplinas, se pretende promover competências que permitam entender e analisar criticamente os conhecimentos, para julgar e utilizar informações e recursos de natureza tecnológica. Por um lado, isso significa o entendimento de equipamentos e de procedimentos técnicos, a obtenção e análise de informações, a avaliação de riscos e benefícios em processos tecnológicos. Por outro, o conhecimento da história das transformações tecnológicas pode dar sentido (ou ser o contexto) a procedimentos responsáveis por fatos e modelos que compõe o conhecimento matemático e das demais disciplinas.

O Ensino de Matemática, na proposta da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), tem a função de levar o aluno a ter acesso a Matemática como Ciência, com suas peculiaridades e conceitos específicos. Nessa perspectiva, aprender Matemática traz, em si, o desenvolvimento de competências e habilidades de pensamento, que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensar do aluno, capacitando-o para tirar conclusões, estabelecendo argumentações, analisando e avaliando, tomando decisões, generalizando, e para muitas outras ações de pensamento que se esperam da pessoa ao final do Ensino Médio.

### **3.2 Visualidade: um artifício para a mentalidade matemática**

O termo da visualidade, é uma tendência em Educação Matemática, pois, ele transpassa da psicologia comportamental para Educação. Sendo que:

[...] visualização preocupa-se com a aprendizagem de conceitos e a desenvoltura de habilidades visuais, visualidade tende a problematizar o visual enquanto percepção natural e fisiológica e articula-se com práticas visuais no âmbito da história e da cultura. (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 43).

O termo visualização relaciona-se à percepção visual ao mecanismo físico, e a visualidade a construção deste mecanismo. Com o exemplo, o “visual” é dado pelo espaço e a luz projetada nele, sem leitura e interpretação. Já a “visualização” é a

capacidade de ler, interpretar e analisar as informações apresentadas (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012).

De acordo com Lima et al. (2021) a matemática visual utiliza o raciocínio, aliado a precisão e a criatividade, em que o estudante consegue construir distintas maneiras lógicas para determinar um resultado na resolução de um problema, em que ele utiliza a imagem como recurso, interligando a matemática ao seu cotidiano.

Novaes (2009) aponta que a visualização abre infinitas possibilidades para trabalhar o pensamento matemático e linguístico, uma “vasta possibilidade de exposições visuais, a visualização vem se destacando como área de interesse de muitos pesquisadores em educação matemática, que ressaltam sua importância na aprendizagem da matemática” (NOVAES, 2009, p. 33).

Para Presmeg (2006) a visualização matemática é o método de construção e transformação de imagens mentais e visuais, que possibilita compreender e explorar os fenômenos matemáticos na mente humana, sendo uma construção mental, representada por informações visuais ou espaciais.

De acordo com Foster (1988) a visualidade é apontada como um fato social, sinalizando a investigação de técnicas históricas e determinações discursivas da vista, onde de um lado, o olhar, ao se considerar a fisiologia da visão e suas questões psíquicas; e, de outro, ao socializar a visão e a sua produção de subjetividades. Visualidade abrange tanto os aspectos ligados à visão, como aqueles ligados ao visual, em que deve considerar tanto como social e histórica, como visualidade envolvendo o corpo e a psique.

Flores, Wagner e Buratto (2012) apontam que o termo visualidade se preocupa com a aprendizagem, já que, aborda os aspectos visuais no ensino e na aprendizagem em Matemática,

[...] problematizando o visual enquanto percepção natural e fisiológica e articula-se com práticas visuais no âmbito da história e da cultura. O tratamento do visual associado a uma prática histórica permite criar atividades que busquem refletir sobre a constituição de nosso olhar moderno, bem como o papel da matemática na formatação do olhar. (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 43).

Podem ser analisados os “conceitos de visualidade como estratégia de análise em trabalhos da linha de visualização em Educação Matemática” (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012, p. 42). Desta forma, o uso das mídias e imagens,

auxilia no desenvolvimento visual do aluno, isto é, os estudantes possuem a possibilidade de desenvolver a capacidade de visualizar a situação-problema na Matemática.

Ressalta-se, portanto, uma forma de olhar, que é especificamente matemática, geométrica, ao se considerar a prática do engenheiro militar, percebendo-se a experiência visual que se dá a partir de regras, conceitos e técnicas. Da vista exigem-se novos focos de visão. A visualidade é constituída pela e na técnica da perspectiva, que se dá a partir do discurso disciplinar, de controle e organização. (FLORES, 2010, p. 289).

Devemos pensar em novos exercícios de visualização em Educação Matemática, no sentido de compreender e valorizar o visual, com ligações da Matemática e seus domínios, “para acentuar cultura visual e visualidade como estratégia teórica e metodológica e como uma dimensão importante que abrange práticas do olhar na constituição de formas e experiências do olhar em matemática” (FLORES, 2010, p. 291).

Por fim, a visualização nas situações-problemas, auxilia em umas das competências previstas na BNCC (BRASIL, 2018), em que, os recursos de imagem e vídeo permitem exibições de informações, o qual possibilita comunicação e otimização do tempo.

### **3.2.1 Como eu aprendo? Uma investigação pela mentalidade matemática**

Na maioria das vezes, considera-se que alguns nasceram com habilidades em Matemática e outros não. Contudo, os indivíduos não nascem com um tipo de cérebro específico que define se podem ou não entender conteúdos matemáticos. No decorrer do texto, apresenta-se a ideia central de Boaler (2018) sobre o processo da aprendizagem.

Ressalta-se a importância de compreender o processo da aprendizagem para se beneficiar dela, potencializando as aulas, para que elas sejam produtivas, e que permitam aos alunos aprender nos seus ritmos. Boaler (2018), em suas pesquisas, destaca três fatos que podem acontecer no cérebro ao aprender:

1. Conexão entre os caminhos: trata-se da maneira como o nosso cérebro organiza, ou reorganiza informações para acontecer a aprendizagem.

2. Novo padrão mental: quando aprendemos algo novo, o cérebro cria uma onda, isto é, um caminho muito delicado, porém, se for estimulado algumas vezes, esse caminho se fortalece.

3. Um caminho fortalecido: fortalece o que sabemos e/ou conhecemos. Essa possibilidade se dá pela consolidação do estímulo dessa conexão com os subsunçores<sup>3</sup>.

A autora traz a ideia de que o cérebro se transforma e cresce ao longo da vida, conforme pode-se encontrar no livro: *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem* (BOALER, 2020). Nele, consta que todos possuem capacidade de aprender Matemática, desde que exercitem seus cérebros. Para melhor o entendimento a Figura 2 exemplifica como se aprende.

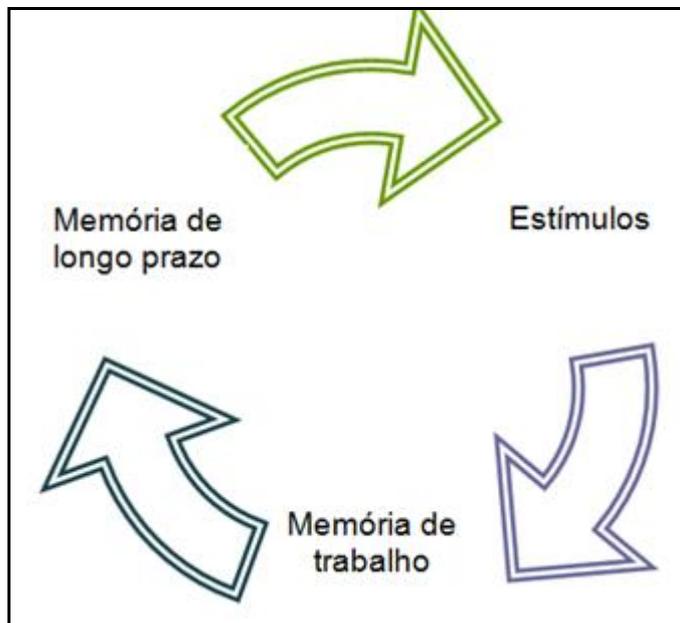


Figura 2 - Figura ilustrativa da aprendizagem.  
Fonte: Adaptado de Boaler, 2020.

A memória de trabalho, ou seja, a memória de aprendizagem, é aquela que recebe os estímulos. Estes estímulos são recebidos o tempo todo, em que alguns são filtrados para dentro da memória de trabalho, após isso, acontece a assimilação, que traz memórias relacionadas às memórias já existentes, tornando-se uma nova memória, “quando aprendemos uma nova ideia, uma corrente elétrica dispara em nossos cérebros, passando por sinapses e ligando diferentes áreas cerebrais” (BOALER, 2018, p. 1).

<sup>3</sup> Conhecimento prévio, conforme a teoria de David Ausubel.

Sinapses referem-se aos pensamentos e raciocínios, dada a conexão antiga ao encontro da nova memória. Após esse “choque”, surge um novo saber, tornando-a uma memória de longo prazo. De acordo com Lima et al. (2021) é necessário compreender como ocorre o processamento no cognitivo, ou seja, como os estímulos são processados e transformados em informações, em que é

[...] fundamental para a compreensão da matemática visual, pois, a mesma está estritamente ligada ao funcionamento e processamento de informações pelos neurônios. Se faz necessário partirmos de duas vertentes que podem auxiliar na compreensão do assunto, que seriam a neurociência cognitiva e a neuropsicologia. (LIMA et al., 2021, p. 4090).

Para Boaler (2018) a Teoria das Mentalidades Matemáticas procura uma abordagem ativa do conhecimento de Matemática, na qual os estudantes veem seu papel como o de compreensão e busca de sentido. É preciso experiências para que se possa articular os conhecimentos (saberes). Por meio da prática, do exercício, consegue-se desenvolver o máximo possível dos quatro lobos cerebrais: frontal, temporal, parietal e occipital.

Apresenta-se uma versão resumida das funções dos quatro lobos cerebrais, relacionada ao objetivo da pesquisa.

- Frontal → Responsável por processar, sistematizar e organizar os pensamentos;
- Temporal → Responsável pela audição e por algumas emoções;
- Parietal → Responsável pelo tato, dor, temperatura e sistema gustativo;
- Occipital → Responsável pela visão;

O último item é o principal para esta pesquisa, pelo fato de que se deseja observar os benefícios do uso da imagem na resolução do problema.

Para compreender como os estímulos afetam os sujeitos, bem como os lobos cerebrais atuam, Boaler (2018) vincula um exemplo ao processo de alfabetização, quando a criança está criando o primeiro contato com a letra e a associação da imagem às letras (psicogênese). Relatando que em uma aula para ensinar o alfabeto, pensando na letra “B”, pode-se sugerir que as crianças, por exemplo, cheirem uma banana, criem histórias sobre ela, e, após, degustar a fruta, pois assim, despertará quatro lobos cerebrais na criança e a aprendizagem da letra “B”.

Esse despertar ocorre pela criança visualizar a banana, estimulando o lobo occipital, através da formação de imagem. Já pelo parietal, ao pegar a banana, sentir

o cheiro, faz com que estimule o processo de reorganizar o pensamento, logo, lobo frontal. Este exemplo retrata que o professor pode aproveitar a situação, e a partir dela instigar os lobos cerebrais para ocorrer processo de aprendizagem na sala de aula.

Boaler (2018) destaca que o estímulo afeta a aprendizagem dos indivíduos, mesmo com frases corriqueiras como: “parabéns, você é muito inteligente!”. No começo, é uma frase inofensiva que é muito usual. Porém, percebe-se que o estímulo dado às crianças também pode afetar o processo da aprendizagem, isto é, como é colocado um posicionamento em relação a elas.

A autora salienta que esse elogio gera uma sensação de conforto e inibe a tentativa de explorar outros espaços. Então, dizer que a criança é inteligente faz com que se acomode em um espaço “seguro” e impossibilita novas tentativas, de fazer e errar, pelo fato que estabeleceu um pensamento que necessita ser sempre “inteligente”, e pessoas inteligentes jamais podem errar, conseqüentemente, irá frustrar-se pelo erro.

Nesse caso, a autora sugere que se deve elogiar os estudantes pelo que fizeram e não pelo que eles são. A sugestão dela é de utilizar: “você fez um trabalho incrível”. Essa frase elogia o esforço e a dedicação da criança, permite que ela não tenha medo de se desafiar e buscar novas experiências e desafios (BOALER, 2020).

Diante disso, se a criança ainda tem medo de explorar espaços, deve-se dizer: “sei que é muito difícil, mas vamos tentar fazer”. O apoio dado à criança emocionalmente e experiências lúdicas têm maiores incentivos de crescimento cerebral (BOALER, 2018). Isso faz com que a criança desenvolva a autonomia, criticidade e crítica analítica.

A autonomia do sujeito dá-se pela potencialização da sua capacidade, isto é, proporcionar ao aluno que supere as suas limitações. Quando a aprendizagem Matemática se dá relacionada a conexões e pistas cerebrais, os alunos são respeitados no seu desenvolvimento.

Para Boaler (2018) a Matemática deve ser vista não apenas como um amontado de métodos e regras, pois ela é muito mais que isso, e quando o estudante é incentivado com recursos visuais, eles podem alcançar mais que uma região do cérebro, proporcionando que a aprendizagem aconteça com maior compreensão.

Todavia, um dos problemas da comum aversão ao Ensino de Matemática é a não aceitação do processo de errar, isto é, uma percepção limitada. Boaler (2018, p. 12) relata que “o poder dos erros é uma informação crucial, pois crianças e adultos, em toda parte, com frequência se sentem péssimos quando cometem um erro matemático”.

Mas, essa ideia de que todos devem executar sem errar não dá oportunidade de refletir sobre a situação proposta. Outro contraponto dá-se pelos alunos, quando recebem ideias repetitivas e simples, as quais não os ajudam a associar as informações novas com as que já possuem, de outra forma, impossibilita o estado de desacomodar. Portanto, compreendem-se os erros como um processo de aprendizagem, pois, quando os cometemos, o cérebro dispara e cresce (BOALER, 2018).

No momento que os alunos veem a Matemática como uma ampla paisagem de quebra-cabeças inexplorados, que podem vagar por aí, fazendo perguntas e pensando sobre relacionamentos, eles entendem que seu papel é pensar, fazer sentido e crescer, quando eles percebem que Matemática, é um conjunto de ideias e relacionamentos, tudo começa a fazer sentido para os estudantes, assim terão uma mentalidade matemática (BOALER, 2019a).

Então a mentalidade matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento matemático, em que os alunos precisam compreender o processo e fazer sentido, logo, a mentalidade matemática irá surgir através desta compreensão profunda, possibilitando que um determinado estudo tenha significado (BOALER, 2019b).

Assim, nesta pesquisa a sequência didática envolvendo problemas de Matemática, aliada a exploração do lobo occipital e a mentalidade matemática é de extrema importância para investigar a matemática visual. Ou seja, analisar a imagem como processo de aprendizagem dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, pois, quando se estuda matemática, trabalha-se matematicamente com números, imagens, palavras, gráficos, entre outros.

### **3.3 Geometria espacial e a visualização**

A Geometria, de acordo com Pavanello (2004), passou por uma desvalorização, onde, distintos fatos históricos auxiliaram neste processo, como o

movimento internacional da Matemática Moderna de 1960, no qual alguns conteúdos passaram a ter mais formalidades, desencadeando uma reforma profunda no Ensino da Matemática.

Diante disso, buscando valorizar o ensino e os conteúdos da Geometria no Ensino Médio, os documentos oficiais, são: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM); Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM); e Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatizam a relevância de usar o conhecimento geométrico para aplicar no dia a dia, possibilitando a compreensão de certos postulados e axiomas, levando o estudante a compreender que a Matemática é uma Ciência, que valida resultados (SCALABRIN; MUSSATO, 2020).

[...] a geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” - que é um dos objetivos do ensino da matemática - oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1993, p. 182).

Em que o PCN (BRASIL, 1998) aponta a necessidade de trabalhar com a Geometria, no sentido de favorecer no aluno o raciocínio dedutivo, a visualização, o fazer, ver, resumir, ajudar a provar e a conjecturar as situações. Portanto, é preciso refletir como os conceitos geométricos são trabalhados em sala de aula, pois, eles devem propiciar que o “aluno explore, represente, construa, discuta, investigue, perceba, descubra e descreva propriedades, o que é fundamental nos processos de ensino e de aprendizagem da geometria” (SCALABRIN; MUSSATO, 2020, p. 129).

Para que o estudante possa desenvolver o raciocínio, investigar as propriedades, realizar conjecturas e produzir argumentos, deve-se considerar que o

[...] estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51).

Pela Geometria “é possível desenvolver habilidades importantes como a experimentação, representação, descrição e argumentação” (SETTIMY; BAIRRAL, 2020, p. 178). Para tanto, as aulas necessitam de planejamentos com metodologias diferenciadas, que contextualizam com o meio em que o estudante vive, e não exercícios que estimule a mecanização e aplicação de equações. Desta forma, o

estudante aprende a fazer cálculos, mas não a pensar matematicamente. (SETTIMY; BAIRRAL, 2020). Uma vez que,

[...] ao ter uma variedade de recursos disponíveis obtemos diferentes contribuições ao aprendizado. É importante que o professor compreenda que esses recursos podem servir como apoio pedagógico e lhe proporcionar novos conhecimentos, permitindo-lhe também avaliar e refletir sobre sua própria prática. A utilização de recursos variados nas aulas de Matemática pode tornar a disciplina mais atraente e contribuir para o aumento da motivação discente. (SETTIMY; BAIRRAL, 2020, p. 192).

Assim, o uso de diferentes metodologias atrelada a importância da visualização em Geometria, possibilita a aprendizagem do aluno, já que

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos. (ROGENSKI; PEDROSO, 2009, p. 5).

Portanto, é necessário que o professor desenvolva no estudante, habilidades de visualizar a Geometria, já que, “a visualização, a análise e a organização informal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização do conceito” (KALEFF, 2003, p. 14).

Conforme Andrade (2018) no sentido de proporcionar nas aulas de Matemática, novas ferramentas de ensino, que facilitam a visualização das dimensões de figuras geométricas, realizou sequência didática elaborada para atender alunos do 3º ano do Ensino Médio, voltada à Geometria Espacial, com a utilização do *software* Calques 3D, baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa, reforçando que a aprendizagem dos alunos está ligada ao trabalho desenvolvido pelo docente.

Já Moraes (2018) realizou uma sequência didática, com alunos do 2º ano do Ensino Médio, referente ao desempenho da resolução de questões envolvendo volume de sólidos geométricos e a experimentação, em que utilizou a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, resultando uma melhora no desempenho dos alunos nas resoluções das questões, favorecendo a visualização na construção dos sólidos de revolução.

Moreira (2018) também aprofundou os estudos na área da Geometria Espacial, voltado ao cálculo de volume, em que trabalhou com uma sequência didática, por meio, da construção de aplicativos com alunos do 3º ano do Ensino Médio. O resultado, desencadeou na superação das dificuldades, levando a evolução dos alunos e a mudança nas atitudes, em razão de que eles demonstraram mais interesse no desenvolvimento das atividades interativas, exercitando, e aprofundando a visualização espacial dos sólidos.

Para tanto, de acordo com Ferreira (1999, p. 1784) visualizar é “formar ou conceber uma imagem visual, mental de (algo que não se tem ante os olhos no momento)” e visualização “ato ou efeito de visualizar” ou “transformação de conceitos abstratos em imagens real ou mentalmente visíveis”. Para Rogenski e Pedroso (2009) a visualização, utilização de materiais manipuláveis e desenhos, auxiliam os alunos a gerarem uma imagem mental, permitindo relacionar ao objeto em sua ausência, desencadeando, um processo de raciocínio visual, contribuindo para uma representação. Sendo que, o estudante recorre à habilidade de visualização para acionar distintos processos mentais.

Por fim, é importante trabalhar com os alunos, situações que os envolvam em sala de aula e que auxiliem na visualização e compreensão dos conceitos da Geometria, principalmente que o professor consiga contextualizar com o dia a dia dos estudantes. Para tanto, na sequência desta pesquisa, segue a metodologia.

## 4 Metodologia da pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se pelo método qualitativo, de natureza exploratória. Entende-se como exploratória por aprofundar a pesquisa, levando à hipótese da sua aplicação, bem como o resultado esperado, uma vez que pretende analisar as percepções sobre a temática do ensino e da aprendizagem pelo modelo de Ensino Virtual Enriquecido.

Para a realização deste estudo, foram analisadas obras referentes à Sequência Didática, assim como o processo da aprendizagem, Ensino Híbrido, para aprofundamento e construção do questionário, por intermédio de buscas em artigos, dissertações e teses.

O professor fez uso do ambiente virtual e mesa digital para explicação tanto da situação-problema, quanto do conteúdo proposto. Já o aluno, na atividade assíncrona, gravou a tela do computador e a inseriu na plataforma virtual *Classroom*<sup>4</sup>, na qual o professor pode analisar o processo da resolução da atividade e interpretação da questão. Para melhor entendimento das etapas adotadas nessa investigação, segue fluxograma (Figura 3).

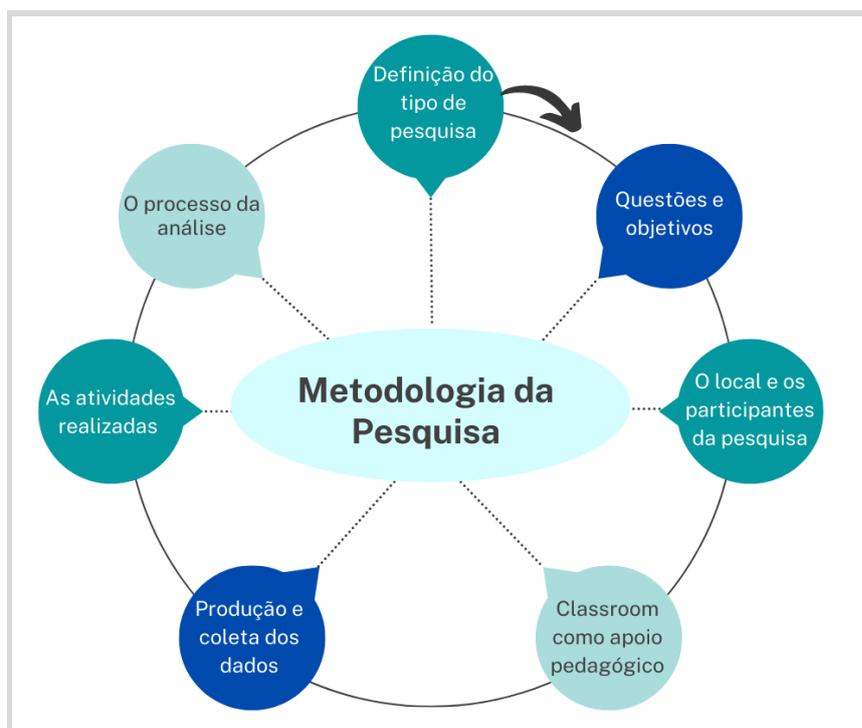


Figura 3- Fluxograma das etapas metodológicas  
Fonte: A pesquisadora, 2021.

<sup>4</sup> Será discutido na seção 4.3.1 deste Capítulo.

#### **4.1 Definindo o tipo de pesquisa**

A pesquisa deu-se da forma qualitativa, com foco em resultados que podem ser organizados e analisados. Para Figueredo, Chiari e Goulart (2013, p. 131), “a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares, o pensamento, materializado sob forma de discurso, é uma variável qualitativa”.

Essa metodologia trata-se do conjunto que permite estudar uma determinada realidade. “O modelo de pesquisa exploratório se utiliza principalmente de técnicas de pesquisas qualitativas baseadas em observações e entrevistas” (TOLEDO; SIASHI, 2009, p. 104).

Essa modalidade de pesquisa permite estudar pequenos grupos, casos, entre outros, por intermédio de entrevistas e análise mais aprofundada do referencial histórico documentado produzido. Assim, a amostra investigada refere-se a uma das quatro turmas em que foi aplicada a atividade, possibilitando analisar a potencialidade do Ensino Híbrido e a importância das imagens para a aprendizagem.

#### **4.2 Questão e objetivos**

A questão da pesquisa é “Como a visualidade potencializa a aprendizagem matemática, num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido?”.

O objetivo geral foi investigar a potencialidade do visual na aprendizagem matemática, através do modelo de Ensino Virtual Enriquecido.

Para complementar, propuseram-se os seguintes objetivos específicos:

- Investigar o auxílio da sequência didática para a aula de Matemática;
- Promover o ensino da matemática pelo ensino virtual enriquecido;
- Destacar a importância da visualidade no processo de aprendizagem Matemática.

#### **4.3 O local e os participantes da pesquisa**

Os estudantes são alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual de Ensino Médio Ruy, localizado no município de Ijuí, na região noroeste do estado do Rio Grande do Sul. Nesta instituição de ensino, em 2021, havia quatro turmas do 3º ano do Ensino Médio: 301 com 28 alunos, 302 com 28 alunos, 303 com 27 alunos e 304

com 26 alunos, totalizando 109 alunos. Dessas turmas, escolheu-se apenas uma, a 304, para a análise dos resultados, a qual se caracterizou por ser a turma que mais participava das aulas, síncronas virtuais e síncronas presenciais<sup>5</sup>.

No Apêndice C, encontra-se o modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, e, no Apêndice D, o modelo da Carta de Autorização – Uso da Imagem e das Produções. Salienta-se que os nomes dos alunos, bem como as imagens, serão preservados.

A escolha pela escola ocorreu em função de a pesquisadora estar trabalhando e ser a professora titular dessa turma na Instituição de Ensino em 2021. A escola autorizou a pesquisa, conforme o modelo disponível no Apêndice B.

O modelo do Ensino Virtual Enriquecido foi escolhido, devido às pesquisas feitas. Além disso, a escola é referência no município, visto que sua infraestrutura comportava e viabilizava o uso da internet.

Outro fator marcante foi a realização das aulas de forma síncrona, nos períodos programados, e, caso o aluno tivesse dificuldade em relação ao acesso ou outra questão, o mesmo poderia ir à escola para tirar as dúvidas.

As questões escolhidas para a investigação partiram do interesse dos alunos. Ao iniciar o ano letivo, os estudantes, na sua grande maioria, solicitaram questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), vestibulares e processos seletivos de Universidades Federais, devido a estarem na reta final do Ensino Médio e desejando ingressar no Ensino Superior.

Essas questões foram pautadas em três pontos importantes, conforme Van de Walle (2009): uma que o problema precisa fazer sentido para os alunos; segunda que ele deve estar ligado à matemática da aula, no sentido de resolver, produzir significados e desenvolver a compreensão das ideias; e, por fim, a aprendizagem necessita de uma explicação das respostas localizadas, formando o processo de resolução de problemas.

No próximo tópico, apresenta-se o detalhamento da plataforma utilizada para ministrar as aulas e o uso das ferramentas, no sentido de auxiliar na apresentação das questões e no recolhimento das respostas para a realização das análises.

---

<sup>5</sup> Será discutido na seção 4.4 deste Capítulo.

#### 4.4 Classroom – apoio pedagógico para resoluções de problemas

A produção dos dados ocorreu em dois ambientes, por intermédio das aulas síncronas virtuais e as aulas síncronas presenciais. Além disso, uma ferramenta importante durante o processo foi o *Classroom*, que é um recurso do Google Apps, sendo uma plataforma de aprendizagem virtual, cujo sistema de gerenciamento é voltado às escolas, no sentido de contribuir para a educação, proporcionando uma maior interação entre professor e aluno (GOOGLE FOR EDUCATION, 2021).

No Classroom ocorriam as aulas de reforço de Matemática, em horários programados pela escola. Esses encontros eram compostos por questões retiradas do Enem, vestibulares e processos seletivos das Universidades Federais.

Para defender a ideia da resolução de problema, foi abordado Kalmykova (1977), que investiga sobre o pensamento matemático de que resolver implica em processos de análise e síntese para a resolução de um problema. E também Romanatto (2012), como metodologia de ensino, no qual a resolução de problema evidencia o planejamento do professor na compreensão de um fenômeno complexo, em razão de que o docente precisa estar preparado para o aleatório, o não pensado, pois as soluções podem ser encontradas no decorrer das discussões.

A Matemática é uma das poucas disciplinas estudadas em todos os níveis educacionais, apresentando uma linguagem própria, concisa e universal. Acredita-se que uma aprendizagem matemática, individual ou coletiva, se dá no processo em que o aluno busca identificar as variáveis fornecidas pelo contexto do problema, a fim de criar uma síntese para atingir a solução procurada, mesmo que esta seja provisória (KALMYKOVA, 1977).

A abordagem de resolução de problema faz parte da constituição dessa linguagem universal e, sobretudo, do pensamento matemático, podendo-se aliar ao Ensino de Matemática por meio de jogos, meios tecnológicos, entre outros. Por isso, os jogos ou ferramentas digitais são elaborados de modo a possibilitar processos de pensamento de resolução de problemas (MARCO, 2004).

A resolução de problema precisa ter ênfase no processo cognitivo do aluno, pelo fato de que, ao definir as etapas de resolução, o aluno precisa ter a visão de como compreender a situação-problema, elaborar um plano de ação, executar esse

plano e analisar a solução obtida para a combinação dos seus conhecimentos prévios com os que está adquirindo.

Situação-problema apresenta-se em etapas, mas, também, de forma dialética, pelo fato de que o pensamento está em constante diálogo com o conhecimento lógico, criativo, imaginativo, social, cultural e afetivo (MARCO, 2004).

Uma vez que, na resolução de problemas os alunos exercitam suas capacidades intelectuais, mobilizando diferentes estratégias: “criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc.” (ROMANATTO, 2012, p. 5).

Na resolução dos problemas, precisa-se estar atento aos processos de pensamentos matemáticos elaborados pelos alunos, atentando à situação-dilemática de todos os aspectos da sua resolução (retirada dos dados, entendimento), não só as etapas de solução do problema. Por isso, a escolha de trabalhar com alunos do 3º ano, no ambiente *Classroom*, em aulas assíncronas.

A aula síncrona virtual aconteceu por meio da ferramenta *Google Meet*<sup>6</sup>, de forma interativa, com auxílio da mesa digital. Neste ambiente, os alunos tinham aula expositiva e dialogada, como uma sala de aula tradicional, com auxílio de *softwares* e aplicativos para a visualização dos sólidos geométricos e seus volumes em 2D<sup>7</sup> e 3D<sup>8</sup>. Utilizou-se o *Google Forms*<sup>9</sup> para a coleta das informações, ou seja, a apresentação das questões e a resolução dos problemas por parte dos estudantes. A ferramenta, também possibilitava que o aluno observasse um vídeo explicativo em cada questão, organizado pela própria pesquisadora, caso tivesse dificuldade na resolução.

A aula síncrona presencial ocorreu no espaço físico da escola, onde os alunos tiveram a oportunidade de manipular material lúdico, construindo pirâmides com palitos de churrasco e isopor, viabilizando a discussão, a reflexão e a sistematização para a resolução dos problemas propostos.

O auxílio presencial também ocorreu para aqueles que possuíam dificuldades em resolver as questões no Google Formulário, já que o período estava estipulado

---

<sup>6</sup> É um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google.

<sup>7</sup> Duas dimensões: largura e comprimento.

<sup>8</sup> Três dimensões: largura, comprimento e profundidade.

<sup>9</sup> É um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google, em Português Google Formulário.

para a execução das tarefas. Cabe ressaltar que não era obrigatório ir à escola em virtude da pandemia. A aplicação das atividades ocorreu no período de agosto a setembro de 2021, que dos 26 alunos da turma 304, participaram 17 alunos, sendo 8 meninos, e 9 meninas.

Para a produção dos dados, foi considerado o retorno das resoluções dos problemas disponíveis no Google Formulário e os materiais impressos daqueles que possuíam dificuldade na sua execução via on-line.

Eram oito perguntas objetivas e descritivas, onde as resoluções das questões foram organizadas em uma tabela e as respostas serão discutidas de maneira descritiva, com o auxílio de gráficos e tabelas, quando necessário. Além disso, também foram coletadas fotos das resoluções.

Nesse formulário, as questões foram intercaladas com e sem imagens, em que o aluno, após a realização da atividade, obtinha dois caminhos: se escolhesse a alternativa correta, aparecia o termo “acertou” e um vídeo explicativo sobre a resolução daquela atividade (Apêndice D). E, na sequência, o aluno tinha que responder à pergunta: “A figura apresentada no texto auxiliou para a sua resolução?”, com as alternativas “sim” e “não”, abria-se espaço para justificar a sua resposta, independente da escolha. Caso o aluno tivesse errado a questão, a ferramenta disponibilizava um vídeo com a apresentação de uma questão semelhante e sua resolução. Onde, na sequência, o aluno novamente realizava a questão, sendo que esse ciclo se repetia até a conclusão da atividade.

No final do formulário, os alunos precisavam anexar fotos das atividades feitas. O combinado era de que as folhas de rascunho também deveriam ser enviadas e o aluno não poderia apagar nenhum registro, e todo o desenvolvimento deveria ser feito a caneta.

#### **4.5 As atividades realizadas**

A sequência didática é uma proposta baseada em uma investigação, com atividades relacionadas ao tema da Geometria Espacial, sendo dividida em três momentos, com o intuito de proporcionar um melhor aproveitamento e possibilitar a aprendizagem dos sujeitos envolvidos. A sequência didática foi aplicada em um total de cinco (5) horas-aula (uma hora), conforme Quadro 2.

Quadro 2 - Momento programado.

<b>Encontro</b>	<b>Momento 1</b>	<b>Momento 2</b>	<b>Momento 3</b>
Dia x – 1 h/aula	Revisão	Questões	Correção
Dia x – 3 h/aulas	Aplicação	Aplicação	Aplicação
Dia x – 1 aula	Análise	Correção	Análise

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Como foram feitas as atividades? Inicialmente ocorria a explicação do conteúdo por videoaula explicativa, disponibilizada para os alunos no *Classroom*, em que a professora se encontrava on-line toda segunda-feira, no horário escolar. Também se utilizou como assessoria aos alunos o *Telegram*<sup>10</sup> e *Google Meet*, com duas horas de antecedência e de forma síncrona.

As atividades eram disponibilizadas aos alunos pelo Google Formulário, em que algumas questões eram de extrema relevância a apresentação da imagem, pois, caso não tivessem, dificultaria ou impossibilitava a sua resolução, sendo em outras apenas como um complemento. A maior parte das questões foi extraída de provas do Enem, outras de vestibulares. Destaca-se que as questões foram escolhidas a partir do interesse dos alunos.

A lista de questões desenvolvida com a turma do 3º ano, encontra-se de acordo com o Referencial Curricular Gaúcho (RCG), documento orientador utilizado pela escola. Na época, a turma possuía três períodos de uma hora aula semanal. Dessa forma, a aplicação da pesquisa ocorreu contando uma hora aula. Depois, aumentou-se para seis períodos semanais, de 45 minutos cada aula. Dentro delas, distinguem-se as aulas em: uma aula para revisão do conteúdo; duas para aplicação das atividades; e outra para correção, as quais estão disponíveis no Apêndice A - Cronograma das aulas na turma.

As aulas estão descritas conforme o sistema representado na Figura 4. Na primeira aula, focamos na discussão sobre área e volume dos sólidos, com questões de revisão do que foi estudado. Na segunda aula, aplicaram-se as atividades no Google Formulário, utilizando questões com e sem imagem, e, em seguida, um questionário sobre elas. Caso o aluno tivesse errado a questão, teria o auxílio de uma breve explicação, por vídeo explicativo, feito pela própria pesquisadora, sobre a situação, para que ele observasse a ideia do problema, tendo a oportunidade de

<sup>10</sup> O Telegram é um serviço de mensagens instantâneas baseado na nuvem. Não era um recurso oficial do Estado, sendo escolha da pesquisadora.

refazer até chegar à resposta correta. Por fim, na última aula, ocorreu a correção das atividades.

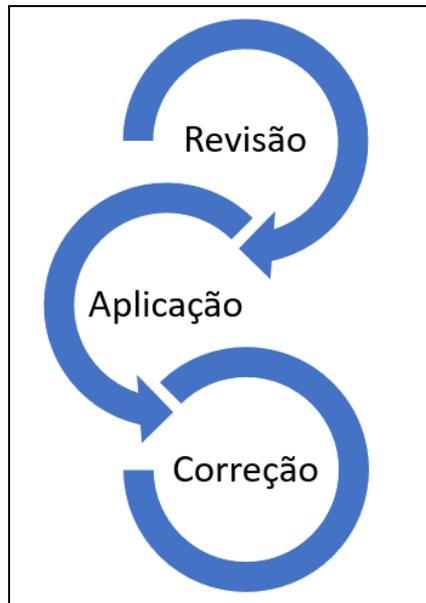


Figura 4 - Sequência das aulas.  
Fonte: A pesquisadora, 2021.

Para a primeira aula, foi necessária uma (1) hora-aula em virtude do processo de investigação e informações referentes à sondagem dos alunos. No primeiro momento, realizaram-se perguntas sobre a área e o volume dos polígonos, investigando os conhecimentos pré-existentes. A Figura 5 mostra o esquema da primeira aula.

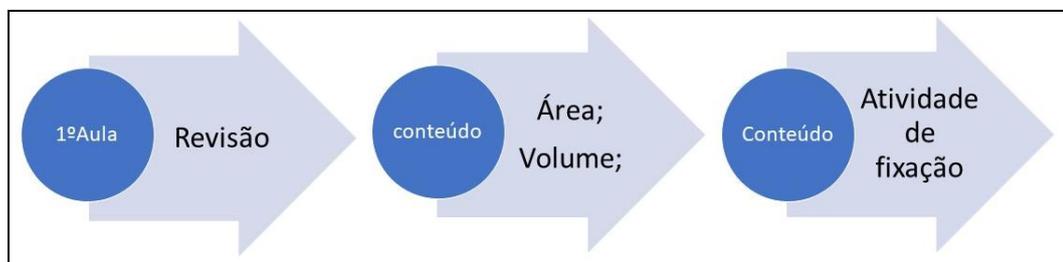


Figura 5 - Sequência Didática – Aula I.  
Fonte: A pesquisadora, 2021.

Algumas perguntas introdutórias foram: O que são Polígonos? Quais são as áreas do quadrado, retângulo, triângulo, cubo, paralelepípedo, cone, esfera e círculo? Quais são os volumes do cubo, paralelepípedo, cone e esfera? Na sequência, foram realizadas duas atividades, apresentadas no Quadro 3, as quais não serão analisadas na dissertação.

Quadro 3 - Atividades da Aula I.

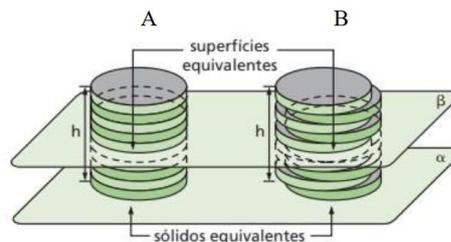
**Atividade I** - Um bloco maciço de pedra com forma de cubo foi explodido para a produção de areia. Quando essa areia foi descarregada da caçamba do caminhão de transporte, ela formou um cone reto maciço de altura 3 metros e perímetro da base 18 metros.



Adotando  $\pi = 3$  nos cálculos finais, a aresta do bloco cúbico de pedra que gerou a areia transportada, em metros, era igual a:

- a) 2,8
- b) 3
- c) 3,3
- d) 3,6

**Atividade II** - Um vendedor organiza suas moedas de 10 centavos em duas pilhas, A e B, exatamente como mostra a figura a seguir:



Um dia, Seu Carlos, um freguês constante da loja, observou esse hábito e curioso, tentou calcular o volume da pilha B, mas não obteve sucesso. Sabendo que a pilha A tem raio da base igual a 5 mm e altura  $h = 20$  mm, calcule o volume da pilha B.

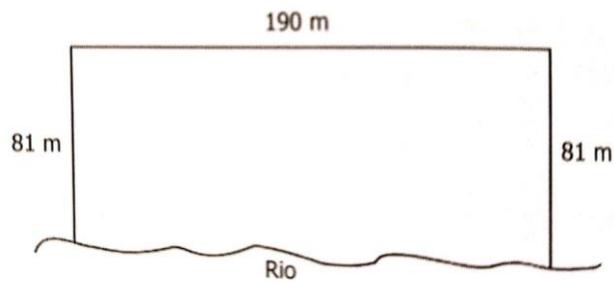
- a) 2,8
- b) 3,0
- c) 3,3
- d) 3,6
- e) 3,9

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Na segunda aula, ocorreu a coleta dos dados através dos formulários, na qual foram utilizadas três horas-aula, com um total de oito atividades (Quadro 4), o que demandou um maior tempo, pois as questões estavam relacionadas ao Enem.

Quadro 4 – Atividades da Aula II.

1. (Enem – 2013) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



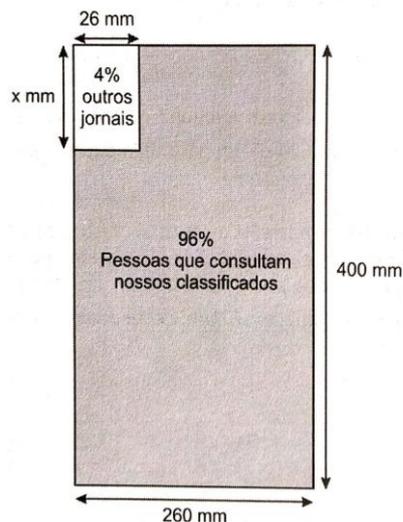
A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 11
- e) 12

2. (Enem - Adaptado) A questão 2 tem o seguinte enunciado: (Enem – Adaptado) A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetivos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões respectivamente: 2,5 m x 0,5m x 1,3 m. O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza:

- a) Massa.
- b) Volume.
- c) Superfície.
- d) Capacidade.
- e) Comprimento

3. (Enem - 2010) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificação. A folha inteira tem medida de 260 mm largura e 400 mm de comprimento.



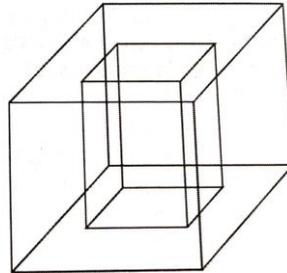
Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa 4% deve ser de aproximadamente:

- a) 1 mm
- b) 10 mm
- c) 17 mm
- d) 160 mm
- e) 167 mm

4. A altura de um prisma triangular regular é igual a 8 cm. Calcule a área total desse prisma sabendo-se que a aresta da base mede 4 cm.

- a)  $4\sqrt{3}$
- b)  $104\sqrt{3}$
- c)  $32\sqrt{3}$

5. (Enem-2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro está vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objetivo foi de:

- a)  $12 \text{ cm}^2$
- b)  $64 \text{ cm}^2$
- c)  $96 \text{ cm}^2$
- d)  $1216 \text{ cm}^2$
- e)  $1728 \text{ cm}^2$

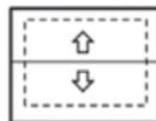
6. Dois cubos, um de aresta 2 cm e outro de aresta  $x$  e m, foram fundidos de modo a formar um paralelepípedo com 5 cm de largura, 7 cm de comprimento e 1 cm de altura. Calcular o  $x$ .

- a) 3
- b) 6
- c) 7
- d) 9

7. (Enem - 2020) A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.



(a) Casa



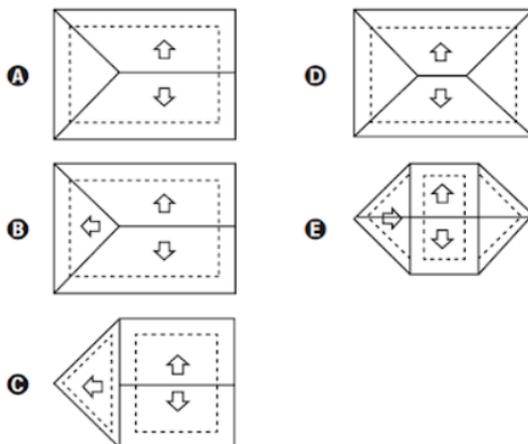
(b) Planta do telhado



Figura 2

Figura 1

A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é



8. Quantos litros de água são necessários para encher uma caixa-d'água cujas dimensões medem 1,20 m por 0,90 m por 1 m? (lembre-se:  $1000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$ )

- a) 1080 l
- b) 1080 m<sup>3</sup>
- c) 0,1080 l
- d) 0,10 m<sup>3</sup>

Fonte: A pesquisadora, 2021.

Na última aula, de uma hora aula, ocorreu a correção das atividades e debate sobre elas. O tema do debate estava direcionado ao entendimento se as figuras anexas nas perguntas auxiliaram no processo da resolução das atividades.

#### 4.6 O processo da análise

Para a análise dos dados coletados, utilizamos a Análise de Conteúdo, conforme apresentado por Bardin (1977), dialogando com as ideias de Boaler (2018; 2020).

Para Bardin (1977), o desenvolver de uma pesquisa consiste em três etapas: a) Pré-análise, b) Exploração dos materiais (codificação) e c) Tratamento (análise e resultado).

A etapa da pré-análise refere-se à preparação do material, angariando subsídios para analisar depois, sistematizando as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso de desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise (BARDIN, 1977). Desta forma, se realizou buscas sobre o referencial teórico em *sites* das Bibliotecas Digitais de Teses e Dissertações (BDTD), Periódicos Científicos e eventos da área da Matemática. Também investigamos questões na página do Enem e Universidades Federais. Deste modo, a teoria da organização e análise permitem criar categorias, conforme o que o material oferece, chamando-se de pré-análise (BARDIN, 1977).

A etapa da Exploração dos materiais (codificação) foi o momento de aprofundamento, com leituras dos materiais e organização do referencial teórico acerca do Ensino de Matemática, Tecnologias da Informação, Sequência Didática e Mentalidades Matemáticas. Além disso, a organização da sequência didática, do formulário e vídeos no *Google Forms*. Assim, partiu-se para administração da codificação pelo que foi analisado na primeira etapa, isto é, saber a razão *porque é que* se analisa e explicitá-lo de modo que se possa saber *como* analisar (BARDIN, 1977).

Para o fechamento e interpretação dos códigos, chegamos à terceira etapa, que é o tratamento desse material, determinar o seu significado, interligar com teorias e teóricos, o que auxiliará na interpretação da análise e resultados, seja em contraponto ou em soma a outras teorias (BARDIN, 1977).

Após o desenvolvimento da sequência didática, e da aplicação do formulário no *Google Forms*, a análise dos materiais foi realizada, a partir da coleta dos materiais anexados, e discussões da aula síncrona presencial, referente ao desenvolvimento dos problemas trabalhados na Aula II, o que desencadeou três categorias de análises e discussões, conforme Figura 6.

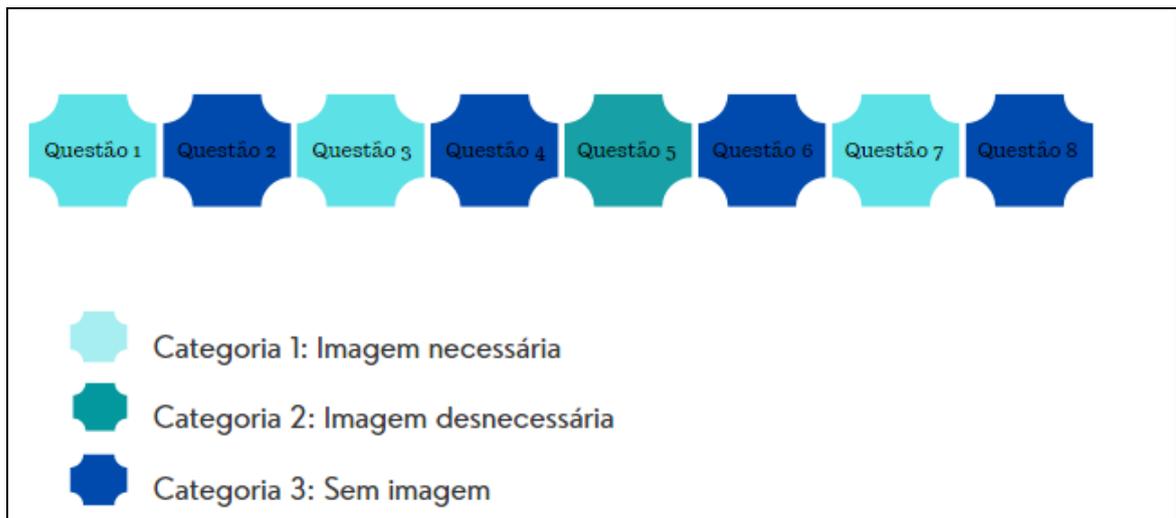


Figura 6 - Sequência das questões.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Salientamos que as categorias foram definidas depois da coleta de dados, porém a partir da estrutura das questões e não da resolução dos estudantes.

*Categoria 1: Imagem necessária.* Esta categoria foi assim nomeada pois no enunciado da questão existe uma imagem fundamental para a resolução, ou seja, o desenvolvimento depende da figura apresentada pois contém informações necessárias para que o problema possa ser interpretado e resolvido. Nesta categoria estão as questões 1, 3 e 7;

*Categoria 2: Imagem desnecessária.* Nesta categoria a imagem é apresentada apenas como complemento para a resolução, ou seja, existe a possibilidade do estudante resolvê-la caso a imagem fosse omitida, por isso o termo “desnecessária”. Esta é a menor categoria, formada somente pela questão 5;

*Categoria 3: Sem Imagem.* Esta última categoria apresenta questões que não constam imagens para o desenvolvimento das questões, ou seja, todas as informações estão apresentadas no enunciado. Nesta categoria estão as questões 2, 4, 6 e 8.

Neste sentido, para analisar os dados coletados, separados nas três categorias, utilizamos as concepções de Boaler (2013; 2018; 2019b; 2020) considerando que a capacidade cognitiva dos sujeitos não é algo fixo, imutável e inato, mas algo a ser desenvolvido através de experiências e treinamentos adequados, uma vez que o cérebro se modifica, ou seja, o músculo se molda a partir das situações de esforço, quando exercitado.

## 5 Análise dos dados

Foram aplicadas, no total, oito questões, já apresentadas no capítulo metodológico. Após cada questão, os alunos deveriam responder: “Caso não possuísse a figura, conseguira resolver do mesmo jeito? Justifique”.

A partir da resposta do aluno, “sim” ou “não”, o mesmo tinha uma segunda questão. Se a resposta fosse “sim”: “Se respondeu sim, gostaríamos de saber como iria resolver”, buscando identificar quais os argumentos e estratégias que os alunos iriam utilizar.

Se a resposta fosse “não”: “Se respondeu não, gostaríamos do porquê”, buscava-se analisar se os alunos compreendiam a importância do visual na questão como essencial ou complementar.

Para analisar as questões e preservar as identidades dos estudantes, optamos por usar números romanos. Em virtude disso, usaremos recortes na análise, mas também queremos esclarecer que, dos 26 (vinte e seis) alunos, somente 17 (dezesete) foram analisados, pelo fato de que alguns não quiseram participar, além de dois alunos com deficiência intelectual que não participaram da mesma em virtude de suas limitações frente ao conteúdo apresentado.

Desta forma, seguem as análises separadas em três categorias: Imagem necessária, Imagem desnecessária, e Sem Imagem, como descritas na metodologia.

### 5.1 Categoria 1: imagem necessária

A primeira categoria, denominada “Imagem necessária”, é composta pelas questões 1, 3 e 7 (Figura 7).

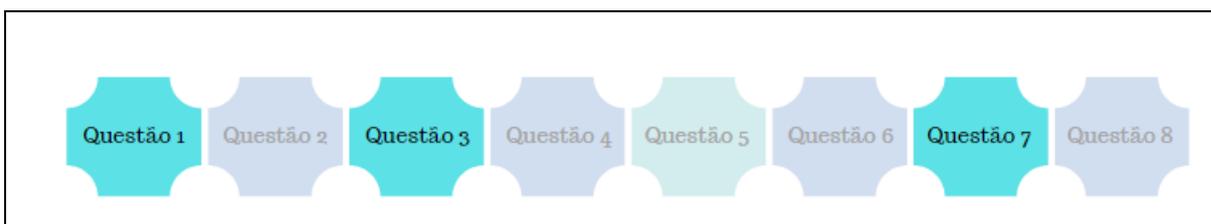


Figura 7 – Três questões da categoria Imagem necessária.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

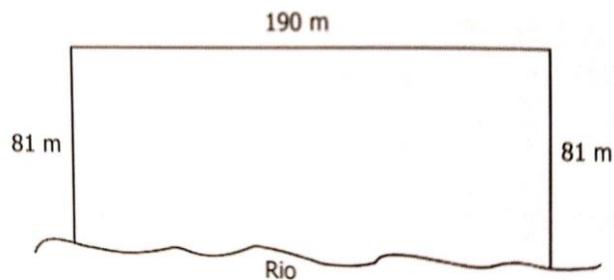
Denomina-se “Imagem necessária”, pois, no enunciado das questões, existem imagens sugeridas para o seu desenvolvimento, ou seja, depende da figura

apresentada. Por exemplo, na primeira pergunta, esperávamos que os estudantes percebessem que o terreno é margeado pelo rio e, também, a ideia de que apenas são vendidos rolos inteiros. Assim, as questões 3 e 7 também utilizam imagens para auxiliar na interpretação.

Então, iremos apresentar o resultado para cada uma das questões, destacando os elementos mais interessantes, a partir da resolução dos estudantes.

### 5.1.1 Questão 1

A questão 1 tem o seguinte enunciado: (Enem – 2013) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimentos.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 11
- e) 12

Percebe-se que a figura nessa questão é indispensável, pois, grande parte das informações estão presentes nela, auxiliando na resolução, como, por exemplo, os dados sobre largura e comprimento e o lado margeado pelo rio. A resolução esperada era a seguinte: como o lado margeado pelo rio não será cercado, serão necessários  $81 + 190 + 81 = 352$  metros de tela para cercar. O rolo possui 48 metros de comprimento, logo, serão necessários  $352:48 = 7,33$  rolos. Como só é possível

comprar rolos de tela inteiros, deverão ser comprados 8 rolos para o cercado de todo o terreno.

No formulário, caso os alunos errassem, eles poderiam refazer, assistindo um vídeo explicativo. Nessa primeira questão, todos os 17 alunos chegaram ao resultado correto, os quais receberam um *feedback* da professora, escrito: “*Parabéns pela dedicação!!*”. Conforme Boaler (2018), é importante que o professor valorize os alunos, que acreditem neles e deixe que eles saibam disso, pois o resultado é extremamente poderoso para a aprendizagem dos mesmos.

Referente às justificativas da resolução, nem todos os alunos tiveram a mesma opinião sobre a necessidade da figura da maneira em que foi apresentada, visto que, quando questionados: caso não possuísse a figura, conseguira resolver do mesmo jeito? Justifique (Gráfico 1), responderam:

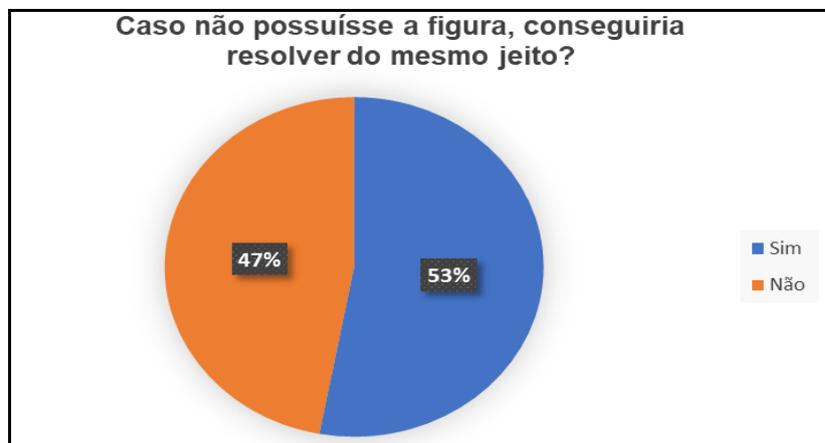


Gráfico 1 - Enquete referente a questão 1.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Nove alunos (47%) responderam que não e oito (53%) que sim. Dentre os que responderam que não é possível resolver o problema sem a apresentação da imagem, temos os seguintes relatos (Quadro 5):

Quadro 5 - Comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “não”.

Aluno	Justificativa
I	Não, por que sem a figura faltaria dados para fazer a resolução da questão
II	Eu não conseguiria porque com a figura é possível ter um melhor entendimento da forma e de suas medidas e assim conseguir realizar o cálculo
III	Pois somente no enunciado não se encontram todos os dados da questão, precisando assim da imagem para incrementar e conseguir entender
IV	Porque sem a figura eu não teria uma noção de cada dados que eu poderia utilizar. Pois na figura mostra, o tanto de cada lado para eu poder fazer o cálculo
IX	Na figura estão as informações necessárias para eu responder à pergunta, fica inviável de eu responder sem todas as informações

XIV	Não, pois no enunciado não possui os valores para poder realizar os cálculos
XVI	Não, já que na figura haviam dados para resolver a questão, porém se os dados estivessem especificados no enunciado, seria possível sem a figura

Fonte: A pesquisadora, 2022.

Todos deixam explícito que somente com as informações e sem a imagem não conseguiriam resolver a situação-problema, exceto se os dados estivessem escritos no enunciado. Assim, analisando o retorno dos formulários, concordamos com Boaler (2018), no sentido de que o formulário *on-line* é uma oportunidade para que os alunos reflitam, que auxilia na aprendizagem, fornecendo ao professor informações valiosas em relação ao que aprenderam e às ideias para as próximas aulas. Nesse caso, percebemos o quanto a imagem é justificada como sendo necessária para o desenvolvimento do problema.

O estudante “X” reafirma que seria impossível saber em qual das margens estaria o rio (Figura 8).

Se respondeu não, gostaríamos do por quê? \*

Ao realizarmos o cálculo do espaço que será coberto e dividirmos pelo tamanho do rolo que será utilizado, chegamos na dízima periódica de 7,3... Sabendo assim que apenas 7 rolos não bastariam, por isso usamos 8, teremos uma sobra de rolo porém é melhor sobrar do que faltar.

A imagem facilita na visualização da estrutura que será construída, assim, tornando mais fácil o entendimento. Sem a imagem seria impossível saber onde está o rio, logo, faltariam informações para resolver.

Figura 8 - Comentário – Estudante X.

Fonte: A pesquisadora, 2022.

Este aluno se preocupou em justificar sua resposta. Conforme Boaler (2018), os estudantes, ao escreverem suas avaliações matemáticas, desenvolvem a criatividade em seu pensamento, pois utilizam o pensamento matemático visual e intuitivo, ligado ao raciocínio numérico, sendo uma maneira de representar ideias visuais. Sendo a Matemática uma matéria mais abstrata, existe a necessidade de se utilizar/trabalhar em sala de aula com recursos visuais, visto que alguns estudantes possuem mais dificuldade que outros e precisam utilizar o recurso dos desenhos para enfatizar o seu entendimento.

Boaler (2018, p. 72) afirma que “a compreensão visual é incrivelmente poderosa para os estudantes, acrescentando todo um novo nível de compreensão”. Com isso, percebe-se que, quando as tarefas de matemática são abertas para

diferentes maneiras de se ver e resolver, podemos converter as tarefas de mentalidade fixa em mentalidade de crescimento, possibilitando o espaço para o aprendizado, oportunizando aos estudantes assumir sua própria aprendizagem.

No entanto, os demais alunos que responderam que é possível resolver a questão sem a imagem no enunciado, afirmam que apenas as informações no problema eram suficientes. Porém, os estudantes possuem uma ideia errônea de que as informações do desenho estariam descritas no enunciado e que apenas o retângulo e o traço do rio não estariam representados, pois a ideia de retirar a figura inclui retirar também as informações presentes nela. Para tanto, observamos as justificativas descritas no Quadro 6:

Quadro 6 - Comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “sim”.

Alunos	Justificativas
V	Creio que do mesmo jeito, somando ou multiplicando por 2 os lados iguais (81), somando junto o lado maior (190) e dividindo por 48 (tamanho do rolo)
VII	Sim, apenas com os dados das laterais
VIII	com os dados seria só seguir as fórmulas
XII	Eu teria somado do mesmo jeito, mas acredito que com a figura tenha facilitado um pouco para fazer a resolução
XVII	Conseguiria, mas levaria mais tempo, somaria os lados, e dividiria pelo tamanho de cada cerca

Fonte: A pesquisadora, 2022.

Para tanto, sempre existe alguma lógica na forma de pensar dos alunos, por isso é preciso ir além das regras e dos métodos, visto que, quando eles enxergam a matemática como padrão, eles ficam entusiasmados com a disciplina (BOALER, 2018). No caso dos relatos acima, os alunos estão atrelados às regras e às fórmulas, já que se referem a somar, dividir, dados e resolução. Já os estudantes “VI”, “XIII” e “XV” indicam que se, a imagem não estivesse disponível no enunciado, iriam desenhar para resolver a questão (Quadro 7).

Quadro 7 – Demais comentários acerca da questão 1, dos estudantes que assinalaram “sim”.

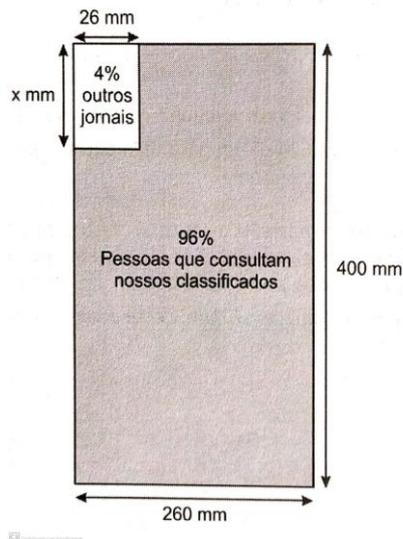
Alunos	Justificativas
VI	Sim, por que o enunciado já traz com si as informações necessárias para visualizar e desenhar um retângulo
XIII	Sim, pois com as informações da questão, conseguiríamos desenhar o retângulo, e assim realizar a atividade
XV	Se possuísse todos os valores fariam um desenho para melhor entendimento da questão e resolveria da mesma forma

Fonte: A pesquisadora, 2022.

De acordo com Boaler (2018), quando os alunos desenham, eles invariavelmente possuem novas ideias, sendo que a visualização matemática é o método de construção e transformação de imagens mentais e visuais, o qual possibilita compreender e explorar os fenômenos matemáticos na mente humana.

### 5.1.2 Questão 3

A questão 3 tem o seguinte enunciado: (Enem – 2010) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificação. A folha inteira tem medida de 260 mm largura e 400 mm de comprimento.



Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa 4% deve ser de aproximadamente:

- a) 1 mm
- b) 10 mm
- c) 17 mm
- d) 160 mm
- e) 167 mm

A resolução esperada para a referida questão era a seguinte: para a propaganda ser fidedigna à porcentagem de área permitida, o jornal terá que fazer com que o lado  $x$  multiplicado pelos 26 mm dado pela questão corresponda a 4% da área da página inteira e estabeleça as condições impostas pela questão, logo:

$$A_{\text{total}} = 260 * 400$$

$$x * 26 = 4\% A_{\text{total}}$$

$$x * 26 = 4/10 * 260 * 400$$

$$x * 26 = 4/10 * 260 * 400$$

$$x = 160 \text{ mm}$$

Nota-se que a imagem é fundamental para a resolução, não somente porque contém os dados, posto que é através dela que os estudantes percebem as dimensões do tamanho, logo, a proporção para resolver.

Para tanto, quando questionados, após a resolução, se era possível resolver sem a imagem no enunciado, observamos que quatro (24%) alunos apontaram que sim e 13 (76%) preencheram que não (Gráfico 2).

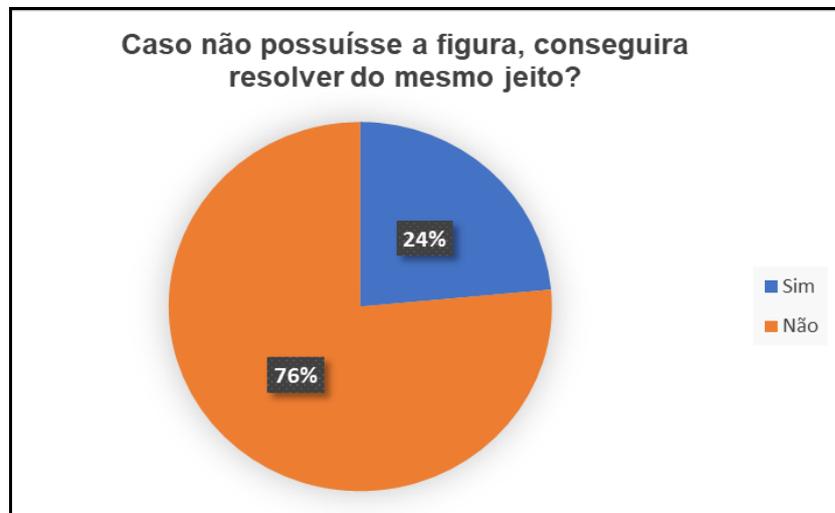


Gráfico 2 - Enquete referente a questão 3.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Pelo gráfico, verificamos que a maioria defendeu o uso da imagem como sendo fundamental para o desenvolvimento do problema, visto que é preciso visualizar para determinar as dimensões da área, conforme relatos descritos no Quadro 8.

Quadro 8 - Comentários acerca da questão 3, dos estudantes que assinalaram “não”.

Aluno	Justificativa
III	Novamente a questão em si só tinha os dados mais importantes, mas a figura tinha dados para ajudar a complementar a resposta, como os 26 mm que não se encontravam no enunciado
IV	Pois sem a figura eu não teria uma noção dos dados para fazer o cálculo, e não saberia quanto cada lado teria.
VI	Precisamos da figura para realizar o cálculo, pois traz dados como a porcentagem citada na imagem, quem é fundamental para o cálculo.

VII	É preciso para que se possa obter uma melhor compreensão sobre a questão
X	Não seria possível responder sem a figura, pois ela traz valores necessários para a resolução do cálculo e facilita o entendimento durante a realização
XII	Não, pois com a figura temos mais informações e uma certa base para conseguirmos realizar a atividade, de acordo com a porcentagem que na figura consta.
XIII	Porque na imagem temos medidas que serão necessárias para a resolução da questão, e sem a imagem a resposta seria outra.

Fonte: A pesquisadora, 2022.

Percebemos pelas justificativas que a imagem possuía dados importantes para o desenvolvimento do cálculo. De acordo com Boaler, Munson e Williams (2018), os neurocientistas apontam ser importante o pensamento visual e as conexões que os alunos fazem com as diferentes áreas dos seus cérebros enquanto trabalham com a matemática. A aluna “II” narra que (Figura 9):

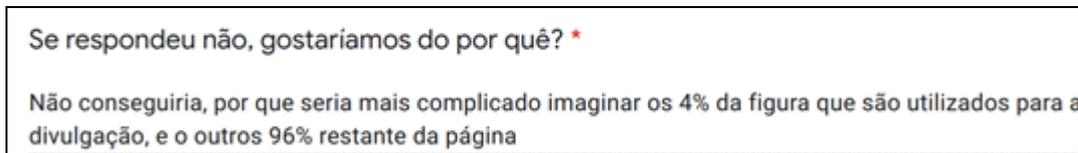


Figura 9 - Comentário – Estudante II.

Fonte: A pesquisadora, 2022.

A visualização facilita no sentido que será formado uma imagem mental, ou seja, ocorre uma transformação de conceitos abstratos em imagem real ou mentalmente visível (FERREIRA, 1999). Para Boaler (2018), o pensamento visual sobre a matemática é importante para os estudantes, já que dá acesso à compreensão e ao uso de diferentes rotas cerebrais.

A aluna “V” aponta que, sem a imagem, “[...] *teria bastante dificuldade para compreensão por se tratar de duas áreas, pois normalmente tenho dificuldade com este tipo de questão*”, e a aluna “XV” também aponta que, mesmo com a imagem, teve “*bastante dificuldade para resolver*”, e o aluno “XVI” afirma que pelo “[...] *enunciado provavelmente eu não entenderia a atividade*”. Portanto, acreditamos que esses relatos indicam a necessidade da visualização, e que, mesmo com dificuldades, conseguiram resolver o solicitado no enunciado. De acordo com Boaler (2018), as melhores oportunidades de aprender acontecem quando os estudantes acreditam em si mesmos, e que essa trajetória envolve mudanças no modo como se veem e também no modo como encaram a matemática, ou seja, a trajetória os leva a uma mentalidade matemática.

Pode-se perceber alguns alunos em conflito consigo mesmos, como, por exemplo, o estudante “IX”, que, ao responder o questionário, aponta: “as informações estão claras no enunciado, podendo ser respondida sem a figura, porém a figura facilita a compreensão xD”. Ele se contradiz, ao narrar que o enunciado é suficiente para resolver. Em razão de os dados estarem presentes, articula-se a ideia de que precisaria também ter conhecimento da equação da área do retângulo e usar as relações métricas para o desenvolvimento.

Também é possível perceber que este aluno possui uma interação professor/aluno, pois, no final, ele utiliza “xD”, sinal utilizado na linguagem pela internet para representar uma carinha com sorriso bem aberto. De acordo com Vigotski (2008, p. 5-6), “uma palavra não se refere a um objeto isolado, mas a um grupo ou classe de objetos; portanto, cada palavra já é uma generalização. A generalização é um ato verbal do pensamento e reflete a realidade de modo bem diverso daquele da sensação e da percepção”. Levando, portanto, a considerar a comunicação estabelecida como uma forma elevada do significado da palavra.

Referente os alunos que apontaram ser possível responder sem a imagem, temos as seguintes narrativas (Quadro 9):

Quadro 9 - Comentários acerca da questão 3, dos estudantes que assinalaram “sim”.

Alunos	Justificativa
I	Sim por que todos os dados necessários para resolver a questão está no enunciado
VIII	Só precisaria da fórmula de porcentagem, mas o cálculo se manteria fácil
XIV	Pois os dados que precisamos para resolver a questão estão no enunciado.
XVII	Iria calcular a área total, aplicar a regra de três e substituir os valores

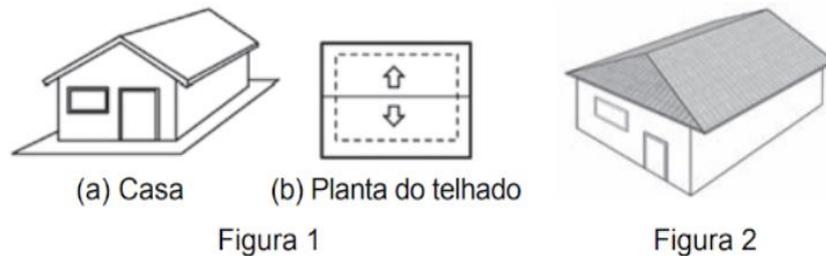
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Percebe-se, pelas narrativas, que eles acreditam conseguir desenvolver a questão apenas com o enunciado, a partir dos conhecimentos adquiridos até o momento. Uma vez que, quando estão diante de novas ideias, os alunos se esforçam para encaixá-las em seus atuais modelos mentais (BOALER, 2018).

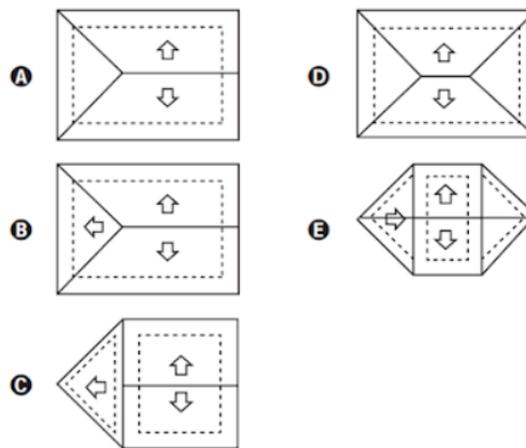
### 5.1.3 Questão 7

A questão 7 tem o seguinte enunciado: (Enem – 2020) A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento

da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.



A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é:



O que se esperava dos alunos, nessa questão, estava relacionado à percepção da lógica, isto é, a noção geoespacial (geometria plana) para a resolução. Logo no enunciado, diz que o telhado é dividido em três partes. Com isso, pensaremos na alternativa que mostra a direção do escoamento da água. As alternativas “D” e “E” mostram um telhado com quatro caídas, portanto, são alternativas descartadas. A alternativa “C” mostra um desenho de telhado que não combina com a Figura 2 apresentada no enunciado, sendo descartada também.

Entre as alternativas “A” e “B”, percebe-se que a alternativa “A” está incompleta, pois uma das partes do telhado não indica o caimento da água. Assim, a alternativa correta é a de letra B.

O professor precisa apresentar tarefas sem números, retirar as partes dos cálculos, visto que são aspectos numéricos e de cálculos que frequentemente fazem com que os alunos se sintam menos seguros de si, dado que, às vezes, é preciso

chegar à principal ideia matemática sem absolutamente nenhum número (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018).

A maioria dos estudantes, 88% (15), respondeu que não conseguiria resolver sem a imagem no enunciado, visto que a figura é fundamental para realização da questão (Gráfico 3).

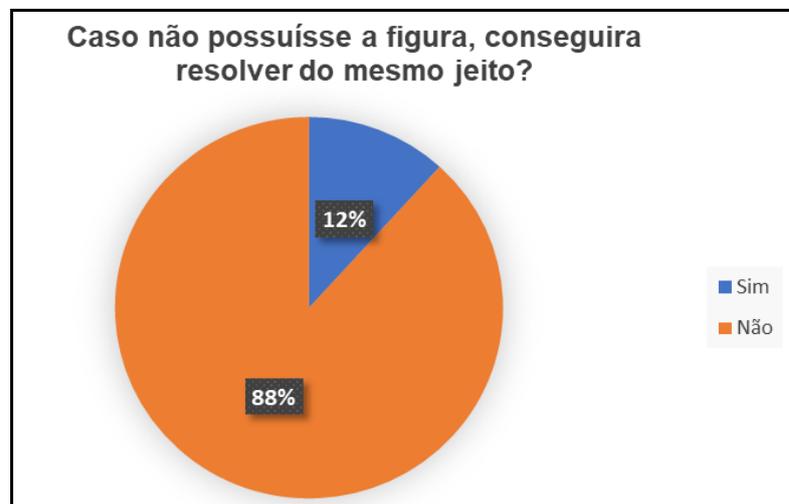


Gráfico 3 - Enquete referente a questão 7.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Como observado no Gráfico 3, os alunos “VI” e “XI”, marcaram ser possível resolver sem o uso da imagem, porém, justificam que “[...] *a imagem é fundamental para raciocinar a direção que a água irá escoar*”. Acreditamos que eles tenham se confundido ao ler o enunciado, visto que as questões são programadas para embaralhar, conforme algoritmo do Google formulário, e também porque, pela justificativa, estão afirmando que a imagem é fundamental, sendo que não é possível a resolução sem ela.

Sobretudo, é notório saber que a imagem é fundamental para a resolução dessas atividades, mesmo com a descrição no problema, ficaria inviável a sua resposta. As alunas “I”, “III”, “IV”, “V” e “XII”, em suas justificativas, associam as imagens, apontando a contextualização do dia a dia, relatando sobre o telhado e o pedreiro, já que, de fato, a questão procura aproximar os alunos a uma situação real.

A aluna “I” narra: “[...] *sem a imagem não teríamos a noção do telhado da casa*”; a aluna “IV”, que a imagem possibilita “[...] *ter uma noção de qual telhado é o correto*”; a aluna “V” detalha um pouco mais, no sentido de que “[...] *não teria como saber qual telhado seria o melhor, só temos a informação de que há 3 caídas de*

água”; e a aluna “XII” refere-se que “o telhado é dividido em 3 partes e na imagem vemos a casa, que é o exemplo de como terá que ser feito o escoamento pra chuva”.

Sobre o pedreiro, a aluna “III” descreve que “essa questão fala do modo em que o pedreiro precisa fazer a planta como na figura 2. A própria questão já diz que precisa de uma imagem, pois sem as figuras não teria como ter noção de qual planta ele iria fazer, não daria para analisar nada”. Para Boaler (2018), a matemática está presente em toda a natureza, devemos passar a matemática da vida real para um modelo matemático, analisando o resultado e interpretando as respostas, ela é uma matemática criativa, visual, conectada e viva.

No entanto, Boaler (2019b, p. 39), adverte que os contextos

[...] só devem ser usados quando são realistas e oferecem algo para os alunos, como aumentar seu interesse ou modelar um conceito matemático. Um uso realista do contexto é aquele no qual os alunos recebem situações reais que precisam de análise matemática, sendo necessário considerar (em vez de ignorar) as variáveis.

É importante os alunos perceberem que estão aprendendo uma matéria importante, a qual irá ajudá-los a entender o mundo.

Os demais alunos apontam que, sem a imagem, a informação é insuficiente (Quadro 10).

Quadro 10 - Comentários dos estudantes acerca da questão 7

Aluno	Justificativa
II	Não conseguiria, porque as figuras foram essenciais para entender que no modelo da figura 1 necessitava de um tipo de escoamento, e na figura 2 era outro modelo podendo observar qual melhor se adequava
VII	Precisa-se de um melhor detalhamento
VIII	A figura ali foi essencial para o bom entendimento já que a pergunta foi baseada em lógica
IX	Porque a figura é o único meio necessário para a resolução da questão xD
X	A questão inteira se baseia em análise de imagens, logo, sem as imagens de fato creio eu que dificultaria muuuuito.
XIII	Não, pois sem ela não saberíamos a direção para qual a água iria escorrer.
XVI	Sem a figura não seria possível realizar a atividade na minha opinião
XVII	Não por que não teria a mesma perspectiva

Fonte: A pesquisadora, 2022.

A partir das justificativas dos estudantes, podemos relacionar com o referencial teórico, no sentido de que é preciso envolver os alunos com a matemática de maneira conceitual e visual, pois, quando a aprendizagem acontece,

uma sinapse dispara, e para que ocorra a mudança cerebral estrutural, é preciso rever ideias e aprendê-las profundamente (BOALER, 2018).

Os estudantes com maior rendimento do mundo são os que abordam a matemática considerando o pensamento sobre as ideias fundamentais e as ligações entre elas (BOALER, 2018). E o crescimento no desempenho matemático ocorre quando os alunos desenvolvem estas conexões (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018).

A aluna “XV” refere-se que *“não conseguiria, pois sem a imagem não entenderia a questão, já que ela se faz necessária para o entendimento da questão”*, e, de acordo com Boaler (2020, p. 72), é “importante perceber que você não precisa viver sua vida como um “perito”, que você pode discutir situações e orgulhosamente compartilhar incertezas”. Assim, a aluna justifica apontando que, sem a imagem, não entenderia a problema, ou seja, ela parte do processo de mudança, abandonando a ideia de que seus fracassos passados ocorreram porque havia algo errado com ela, desencadeando, dessa forma, uma mudança de mentalidade matemática.

## 5.2 Categoria 2: Imagem desnecessária

A segunda categoria, denominada “Imagem desnecessária”, é composta apenas pela questão 5 (Figura 10).

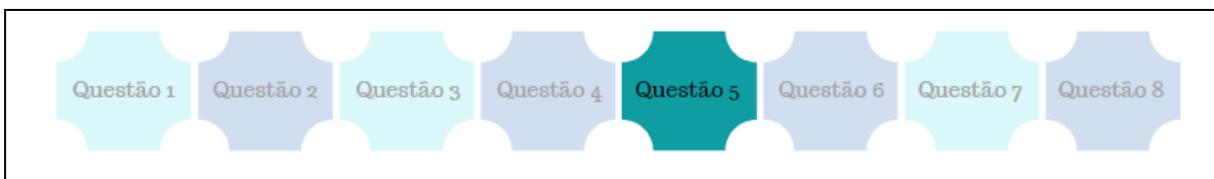
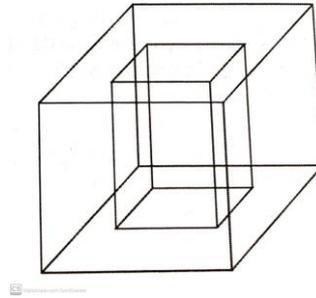


Figura 10 - Questão da categoria Imagem desnecessária.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Denomina-se “Imagem desnecessária” pelo fato de a figura constar como complemento, ou seja, a resolução não depende da ilustração apresentada no enunciado, sendo a intencionalidade dela permitir que os estudantes observem a matemática de maneiras diferentes, como benefícios.

### 5.2.1 Questão 5

A questão 5 tem o seguinte enunciado: (Enem - 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro está vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm, a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objetivo foi de:

- a) 12 cm<sup>2</sup>
- b) 64 cm<sup>2</sup>
- c) 96 cm<sup>2</sup>
- d) 1216 cm<sup>2</sup>
- e) 1728 cm<sup>2</sup>

Nessa questão, a figura apenas traz uma percepção visual da posição do volume, sendo que não é necessário seu uso. Para a resolução era necessário apenas fazer uma relação entre os volumes:

$$V_{\text{Médio}} = V_{\text{Maior}} - V_{\text{menor}}$$

$$V_m = 12^3 - 8^3$$

$$V_m = 1728 - 512$$

$$V_m = 1216 \text{ cm}^3$$

Quando questionados se o desenho auxiliou na resolução, 11 (65%) alunos afirmaram que sim, e seis (35%) apontaram que não, conforme o Gráfico 4.

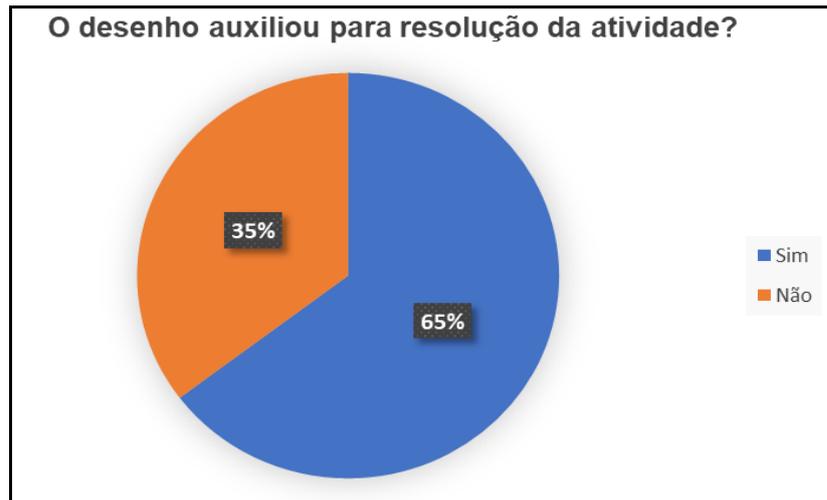


Gráfico 4 - Enquete referente a questão 5.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Para aqueles estudantes que apontaram referente a imagem não ser relevante para o desenvolvimento do problema, justificam que as informações estavam detalhadas no enunciado do exercício, conforme a aluna “I”: *“por que os dados necessários para a resolução do problema já estão no anunciado”*, a aluna “XV” narra que *“[...] era necessário somente os valores para poder entender a questão”*, as alunas “XII” e “III” referem-se: *“[...] a imagem serviu só como um modelo ilustrativo”* e *“dessa vez se não existisse o desenho, não faria muita diferença. Todos os dados estão na própria questão, e o desenho só veio para nos dar uma noção de como era o porta lápis, mas nada que fosse necessário pois nele não tem nenhum dado”*. Estas alunas explicaram apenas a representação visual, atrelada a uma ilustração, ou em forma de noção.

A aluna “IV”, justifica que (Figura 11):

Se respondeu não, gostaríamos do por quê? \*

Na minha opinião, o desenho ajuda quando ele possui dados que eu possa observar quanto cada lado possui e assim ter uma noção de como calcular.

Figura 11 - Comentário – Estudante IV  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Dialogando no sentido de que a visualização não auxiliou para a exploração das informações. Para tanto, conforme a neurociência, quando o aluno envolve números como recursos numerais, é possível realizar conexões entre diferentes

áreas do cérebro, essenciais para a aprendizagem e o êxito na matemática (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018).

Para os alunos que apontaram que sim, que a imagem auxiliou na resolução, temos que a aluna “II” descreve que *“com o desenho foi mais fácil entender, porque havia um cubo maior e outro menor que estava vazio, e assim foi possível ter uma melhor visualização para realizar os cálculos [...]”*; a aluna “VI” também refere-se que: *“com a imagem conseguimos identificar o valor do cubo [...]”*; o aluno “VII” aponta que *“olhando para a imagem temos uma melhor visualização do problema”*; o aluno “IX” também aponta melhor compreensão, pois *“com a figura a questão fica de forma de fácil compreensão xD”*; já o aluno “XIII” narra que *“com a figura conseguimos identificar que teríamos que colocar os valores do enunciado ao cubo, assim realizando e encontrando o resultado”*; e o aluno “XVI” declara que *“a imagem foi útil para entender o que deveria fazer de maneira mais clara”*. É possível perceber que esses alunos utilizam o pensamento visual associado às dimensões das formas. Sendo que a compreensão visual é incrivelmente poderosa para os alunos, acrescentando todo um novo nível de compreensão, como forma de crescimento (BOALER, 2018).

A aluna “V” aponta que *“da mesma maneira, calculando o volume de cada cubo e subtraindo o valor do menor”*, o aluno “VIII” aponta: *“eu desconsiderei primeiramente o fato do cubo interno já que levei ao pé da letra demais, mas a presença de outra figura auxilia até demais”* e o aluno “XVII” (Figura 12).

<p>Se respondeu sim, gostaríamos de saber como iria resolver, *</p> <p>.....          iria calcular o volume de ambos os cubos subtraindo o volume do cubo menor que esta vazio</p>
---

Figura 12 - Comentário – Estudante XVII.  
 Fonte: A pesquisadora, 2022.

Ambos utilizam, ao mesmo tempo, o pensamento visual e o numérico, eles raciocinam sobre os números, de acordo com a imagem dos cubos. Assim, as questões podem ser convertidas de tarefas matemáticas de mentalidade fixa em tarefas matemáticas de mentalidade de crescimento, abrindo espaço para o aprendizado (BOALER, 2018).

Ideias de representações tridimensionais de sólidos, no sentido de pensar na parte interna e externa dos cubos, sendo um pensamento geométrico muito importante, constroem conexões cerebrais significativas, pois, quando enfrenta a dificuldade, o cérebro se desenvolve (BOALER, 2018).

Para tanto, mesmo que a imagem traga apenas percepção visual da posição do volume, sendo que não é necessário seu uso, Boaler (2020) aponta que, quando estimulamos o ensino visual, não existe nenhum conceito de que não possa ser ilustrado, pois, ao trabalharmos a criatividade e a visualização, esses sujeitos estarão mais bem preparados para o futuro do mercado de trabalho, atrelado a tecnologias de visualização de informações.

Cabe destacar que a utilização de recursos visuais é uma introdução para uma matemática mais avançada ou abstrata, visto que existem evidências neurológicas auxiliares à compreensão sobre o impacto de ver para aprender matemática, ou seja, é um movimento cerebral amplamente distribuído que estabelece o processamento mental do conhecimento matemático, no qual existem investigações apontando que o caminho dorsal e ventral no cérebro são ativados durante a execução de tarefas matemáticas, sendo que, quando os alunos estão analisando representações visuais ou espaciais, o cérebro entra em ação (BOALER, 2019c).

### 5.3 Categoria 3: Sem imagem

Esta categoria busca relacionar o interesse aos aspectos ligados à visualidade, isto é, compreender a falta da visualização para tratar dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, possibilitando o processo de construção e transformação das informações em imagem, em outras palavras, desenhar os enunciados. As questões investigadas são: 2, 4, 6 e 8 (Figura 13).

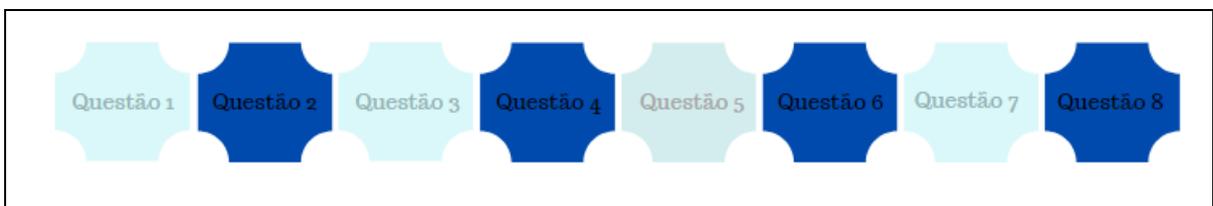


Figura 13 - Quatro questões da categoria sem imagem  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

### 5.3.1 Questão 2

A questão 2 tem o seguinte enunciado: (Enem – Adaptado) A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetivos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões, respectivamente: 2,5 m x 0,5m x 1,3 m. O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza:

- Massa.
- Volume.
- Superfície.
- Capacidade.
- Comprimento.

Os estudantes acertaram a questão, visto que se refere à definição de um conceito trabalhado em sala de aula ao longo dos anos, ou seja, desde o Ensino Fundamental. Sendo que, ao ter todas as informações no enunciado, a figura por si só não era precisa. No entanto, para responder à questão, o aluno precisava relacionar as três dimensões relatadas como sendo volume do paralelepípedo. Assim, a situação permitiu a identificação do assunto abordado.

Por isso, todos justificaram assinalando a opção não, remetendo que a apresentação da imagem no enunciado para a resolução não era importante. A estudante “VI” destaca, na justificativa, apontando a equação do paralelepípedo (Figura 14).

Como sabemos que é um paralelepipedo, conseguimos identificar que possuem largura, altura, comprimento e volume.  $V = C.L.H$ , Com as três dimensões utilizamos (Largura, altura e comprimento) para chegar ao volume

Figura 14 - Comentário – Estudante VI.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Semelhante à aluna “VI”, os estudantes “II”, “V”, “X” e “XIII” também identificaram que as três dimensões resultam no volume e que as informações estão indicadas no enunciado. A aluna “II” aponta: “*consegui resolver sem ter a figura, porque possuía no enunciado as três dimensões do paralelepípedo, que são comprimento, altura e largura, que estavam sendo multiplicadas assim possibilitando o entendimento de que seria o volume*”. O aluno “V” relata que “[...] não precisa de

*figura, basta saber como calcular o volume*"; para o estudante "X", *"não é necessário a apresentação de figura, pois, temos os todos os valores e dados necessários para sabermos que trata-se da fórmula de volume, tendo assim a resposta"*; e o aluno "XIII" diz que, *"a partir que a questão define ser um paralelepípedo, no momento a figura foi reproduzida em nossa mente, assim sabendo que a figura largura, altura e comprimento, para se descobrir o volume"*.

Podemos supor que para identificar um paralelepípedo os alunos usaram uma "memória visual", ou seja, recordam em sua memória qual o formato dessa figura espacial para identificar a resposta correta. Mesmo sem desenhar, o visual pode ter sido usado como um recurso, pois, de acordo com Boaler et al. (2016, p. 2, tradução nossa), "pesquisadores da cognição apontam que muitos de nossos conceitos matemáticos são mantidos em memórias motoras visuais e sensoriais".

Já os alunos "IV" e "XIV" justificam, em relação ao cálculo, que multiplicando os valores será determinado o volume, a pensar que o enunciado não solicita a quantidade de volume. A aluna "IV" aponta que *"para calcular o Volume basta multiplicar os valores"*, estudante "XIV" também justifica que deve *"apenas multiplicar o x e achamos o volume"*. E o aluno "VIII" possuía o entendimento, na sua resposta, de dispensada imagem, ao afirmar não *"necessário de uma figura pois não envolve cálculo algum"*.

As demais respostas que apontam que a imagem não é importante para o desenvolvimento da questão 2 são apontadas no Quadro 11.

Quadro 11 - Comentários dos estudantes acerca da questão 2.

Aluno	Justificativa
I	Não porque já fornecia os dados necessários para o desenvolvimento da questão
III	Não tinha necessidade de uma figura, essa era ao meu ver uma questão para se interpretar, não precisava de algo para dar a noção, já estava bem claro
VII	Não, pois é bem explicativa por si só
VIII	Não é necessário de uma figura pois não envolve cálculo algum
IX	[...] já que os dados estavam no enunciado de forma clara, não precisava da figura para resolver.
XII	É de fácil compreensão, basta saber calcular.
XV	[...] a questão tinha todas as informações necessárias para resolver
XVI	Porque os dados estavam claros no enunciado, sendo possível realizar a questão sem figura
XVII	Tendo os valores apresentados seria fácil entender, mas provavelmente levaria mais tempo

Fonte: A pesquisadora, 2022.

Acreditamos que os alunos estão muito atrelados a resolver/calcular/determinar um valor, pois ficou forte nos discursos o calcular. Desta

forma, o professor precisa trabalhar com “maior ênfase na matemática visual e física, no sentido de ajudar os alunos a entender a matemática” (BOALER, 2016, p. 2, tradução nossa). Entender que a matemática vai além disso, e que podemos criar uma memória visual nos alunos, desencadeando mentalidade matemática que surge através de compreensões profundas dos conceitos trabalhados em sala de aula, que trarão sentido a determinados estudos verificados ao longo da caminhada escolar.

### 5.3.2 Questão 4

A questão 4 tem o seguinte enunciado: A altura de um prisma triangular regular é igual a 8 cm. Calcule a área total desse prisma, sabendo-se que a aresta da base mede 4 cm.

- a)  $4\sqrt{3}$
- b)  $104\sqrt{3}$
- c)  $32\sqrt{3}$

Esperava-se dos alunos, nessa questão, primeiramente, a verificação da área lateral do prisma triangular regular, e depois, a soma da área total.

$$A_L = 3 \cdot a \cdot h$$

$$A_L = 3 \cdot 4 \cdot 8$$

$$A_L = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2B$$

$$A_T = 3ah + 2\left(\frac{a^2(3^{1/2})}{4}\right)$$

$$A_T = 96 \text{ cm}^2 + 2\left(\frac{4^2(3^{1/2})}{4}\right)$$

$$A_T = 96 + 2 \cdot (4 \cdot 3^{1/2})$$

$$A_T = 104 \cdot 3^{1/2} \text{ cm}^2$$

Diante dessa questão, percebe-se que a figura não se faz necessária, desde que os alunos consigam remeter a imagem mental e as equações que envolvem o prisma reto. Sendo que quatro (25%) alunos apontaram que a questão necessitava

de figura e 12 (75%) estudantes assinalaram que não necessitava de imagem para a resolução, conforme Gráfico 5. Uma estudante não registrou a resposta.



Gráfico 5 - Enquete referente a questão 4.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Com o recurso visual e os valores descritos no enunciado, possibilitaria que o estudante tivesse uma melhor compreensão do que estava sendo solicitado, facilitando o desenvolvimento da resolução da atividade, já que o prisma triangular reto, demanda uma melhor compreensão dos conceitos discutidos em sala de aula (Figura 15).

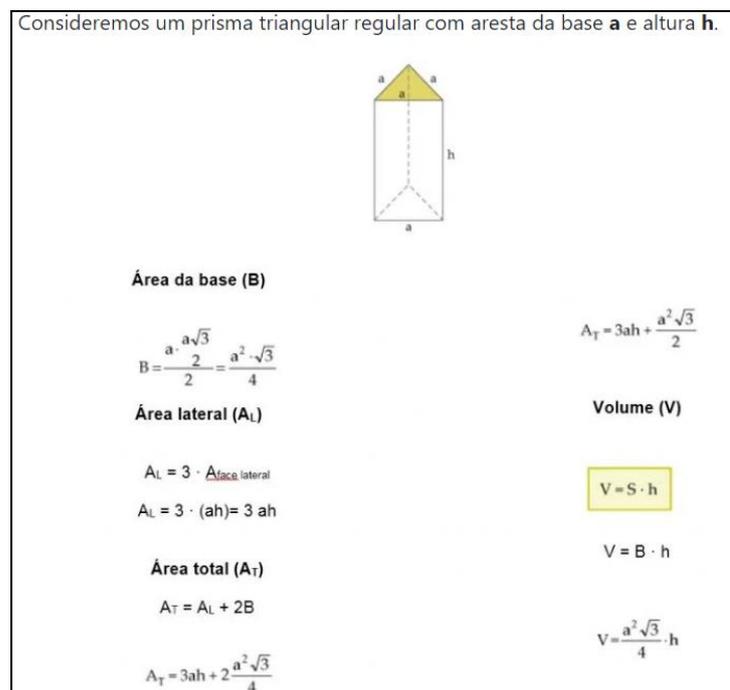


Figura 15 - Representação do prisma triangular regular e equações  
Fonte: Ramos, 2016.

Para tanto, apontamos relatos do aluno “VII”, o qual diz que “*com a figura, seria mais auto didática*”, o aluno “XIII” aponta que “*com a figura facilitaria o processo do cálculo*”, e o aluno “IX”, remetendo não necessitar do desenho, mas descreveu que com “*a figura ajudaria bastante na compreensão da questão xD*”, temos indicativos de que a representação visual facilitaria na interpretação da questão. Para Boaler et al. (2016, p. 3, tradução nossa), “o trabalho visual, geralmente é encorajado como um prelúdio para o desenvolvimento de ideias abstratas, uma ferramenta para ver e estender ideias matemáticas e fortalecer importantes redes cerebrais”.

A estudante “II” apontou, no formulário, que a imagem não era necessária, porém, na folha de desenvolvimento, além da equação, descreveu que “*se tivesse a figura seria mais fácil a resolução*” (Figura 16).

4-  $A_t = A_b + A_r$   
 $A_t = 36 + 2 \cdot 4\sqrt{3}$   
 $A_t = 104\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$A_1 = a \cdot h \cdot n$   
 $A_1 = 4 \cdot 8 \cdot 3$   
 $A_1 = 96 \text{ cm}^2$

Just: Sim porque foi possível realizar o calculo, mas se tivesse a figura seria mais fácil a resolução

Figura 16 - Desenvolvimento da atividade – Estudante II  
 Fonte: A pesquisadora, 2022

Segundo Boaler et al. (2016, p. 4, tradução nossa), o pensamento visual provoca mudanças nos alunos, necessárias à sua inserção, pois, muitas vezes, as aulas “promovem que os alunos memorizem e calculem bem, mesmo quando esses alunos são fracos em visualizar, modelar ou pensar em conceitos visualmente”. Possibilitando, assim, que eles consigam, em determinados momentos, aplicar esses conhecimentos, desenvolvidos através da visualização.

Dos alunos que apontaram que a imagem não era necessária, temos os estudantes “VI” e “XVII”, que desenharam a questão para visualizar melhor (Figuras 17 e 18).

$A_t = A_b + 2AB$        $A_t = 36 + 2 \cdot 4\sqrt{3}$   
 $A_b = a \cdot b \cdot h$        $A_t = 104\sqrt{3} \text{ cm}^2$  → apenas o enunciado já foi suficiente  
 $A_b = 4 \cdot 8 \cdot 3 = 96 \text{ cm}^2$

Figura 17 - Representação do prisma realizado pelo estudante VI  
 Fonte: A pesquisadora, 2022.

Observa-se que o aluno “VI” se ariscou a fazer um esboço do que seria o prisma, e utiliza a equação para a resolução, apontando que “*apenas o enunciado já foi suficiente*”. E o estudante “XVII” desenha corretamente e resolve a operação, porém, podemos notar que, ao somar a área total, o estudante se equivocou (Figura 18). No entanto, no Google formulário, foi marcado corretamente, apesar de ele afirmar que “[...] tendo os valores e as formulas faz-se apenas mais demorado interpretar a questão”.

$A_b = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$   
 $A_t = 2 \cdot A_b = 2 \cdot 16 = 32$   
 $A_t = 36 + 64\sqrt{3}$   
 $104\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Figura 18 - Representação do prisma realizado pelo estudante VII  
 Fonte: A pesquisadora, 2022

Para Boaler et al. (2016, p. 4, tradução nossa), “as representações visuais que eles geralmente compartilharão é o rico conhecimento que possuem, da compreensão profunda [...] das ideias matemáticas visualmente”, que quando os alunos utilizam elementos visuais para pensar, passam a fazer sentido dos conceitos da matemática.

O aluno “X” remete que “*é possível realizar a atividade apenas através das fórmulas, considerando que temos os valores necessários torna-se desnecessária a utilização de imagem*”. E sobre conceitos discutidos em sala de aula, a estudante “II” descreve que consegue “[...] *realizar sem a figura, por que são valores mais simples e formas que já vimos, então era só aplicar as fórmulas que aprendemos em aula*”. A utilização da imagem torna-se desnecessária, visto que, no decorrer das atividades, os alunos desenvolvem mentalidades de crescimento produtivo, resultando em implicações para o ensino (BOALER, 2013).

Os demais tiveram respostas padrão: “*o enunciado continha todas as informações necessárias*” (Aluno XV). O estudante “IX” também representou essa ideia (Figura 19).

Se respondeu não, gostaríamos do por quê? \*

Não pois o enunciado continha todas as informações necessárias

Figura 19 - Comentário – Estudante IX.

Fonte: A pesquisadora, 2022.

O aluno “XVII” nos faz pensar que, mesmo tendo as informações no enunciado, os alunos podem ter dificuldade em interpretar, e que a imagem poderia facilitar essa interpretação, a partir do uso de uma segunda linguagem na questão (Figura 20).

Se respondeu não, gostaríamos do por quê? \*

porque tendo os valores e as formulas faz-se apenas mais demorado interpretar a questão

Figura 20 - Comentário – Estudante XVII.

Fonte: A pesquisadora, 2022

Sobretudo, ressaltamos a percepção de que a matemática, assim como outras disciplinas, é interpretativa, isto é, podemos resolver de várias maneiras para chegar ao mesmo resultado. Portanto, essa questão remete a problemas clássicos desenvolvidos no Ensino Médio, para tanto, a falta de representações visuais possibilita uma perda para o aluno, já que o uso de “atividades que incentivam a

compreensão visual de fatos numéricos, permitem conexões cerebrais” (BOALER, 2015, p. 2, tradução nossa).

Ao analisar todas as respostas, pode-se perceber que está sendo oferecida aos estudantes a oportunidade de aprender de forma reflexiva, isto é, descrevendo o processo que fez e observando se a falta da figura auxiliou ou não na resolução.

### 5.3.3 Questão 6

A questão 6 tem o seguinte enunciado: Dois cubos, um de aresta 2 cm e outro de aresta  $x$  cm, foram fundidos de modo a formar um paralelepípedo com 5 cm de largura, 7 cm de comprimento e 1 cm de altura. Calcular o  $x$ .

- a) 3
- b) 4
- c) 7
- d) 9

Nessa questão, como não existe a figura, é necessário imaginar os dois e a sua junção em paralelepípedo. Conforme a Figura 21.

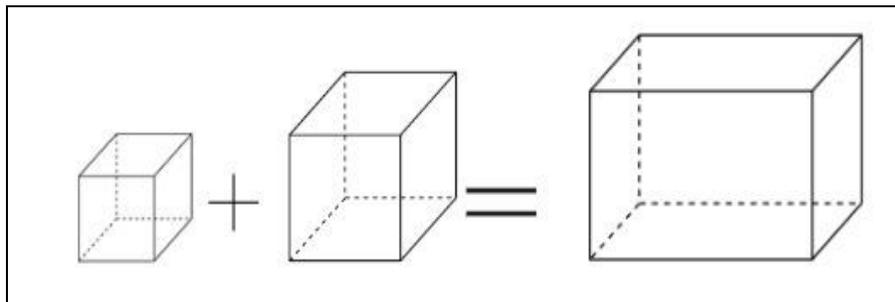


Figura 21 – Interpretação visual da questão 6.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Para a resolução, era necessário pensar na junção dos dois cubos, o que resultaria no paralelepípedo, atrelado às seguintes relações matemáticas de volumes:

Primeiro cubo

$a = 2\text{cm}$

Segundo cubo

$a = x^3$

Paralelepípedo

$$l = 5 \text{ cm}$$

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$h = 1 \text{ cm}$$

$$V_{\text{cubo}} = a^3$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = h \cdot c \cdot l$$

Primeiro cubo + Segundo cubo = Paralelepípedo

$$a^3 + b^3 = h \cdot c \cdot l$$

$$2^3 + x^3 = 1 \cdot 7 \cdot 5$$

$$8 + x^3 = 35$$

$$x^3 = 35 - 8$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

Percebe-se que cada lado do cubo tem valor 3 cm, e seu volume corresponde a 27 cm<sup>3</sup>. Essa atividade incentiva que o aluno “visualize” acerca da relação entre dois cubos que, fundidos, resultariam em um paralelepípedo. Nossa expectativa era de que eles, ao imaginassem a questão, entendessem, observando os valores das arestas. Diante disso, se trata de uma oportunidade de observar os dados visualmente, podendo ser usado para encorajar os estudantes a pensar em desenvolver as atividades com auxílio do desenho.

De acordo com o formulário, nove (53%) alunos responderam que sim, dois (12%) responderam que não e seis (35%) não responderam à pergunta que estava relacionada ao uso de imagem no enunciado (Gráfico 6).



Gráfico 6 - Enquete referente a questão 6.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Nesta questão, foi o problema que mais gerou respostas relacionadas a importância da visualização para o desenvolvimento da tarefa, pois os alunos apontaram que, com o auxílio da imagem, ficaria mais fácil de resolver. A aluna “II” aponta que (Figura 22):

Se respondeu sim, gostaríamos de saber como iria resolver, \*

Ficaria mais fácil o entendimento dessa questão se tivesse as figuras, por que no enunciado diz que foi somado dois cubos para formar um paralelepípedo, assim poderíamos visualizar os cubos e o paralelepípedo formado podendo fazer os cálculos para descobrir o valor do x

Figura 22 - Comentário – Estudante II.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Semelhante a ela, a aluna “I” narra que: “por que desenhando a figura conseguimos ter uma melhor visualização da questão” (Figura 23).

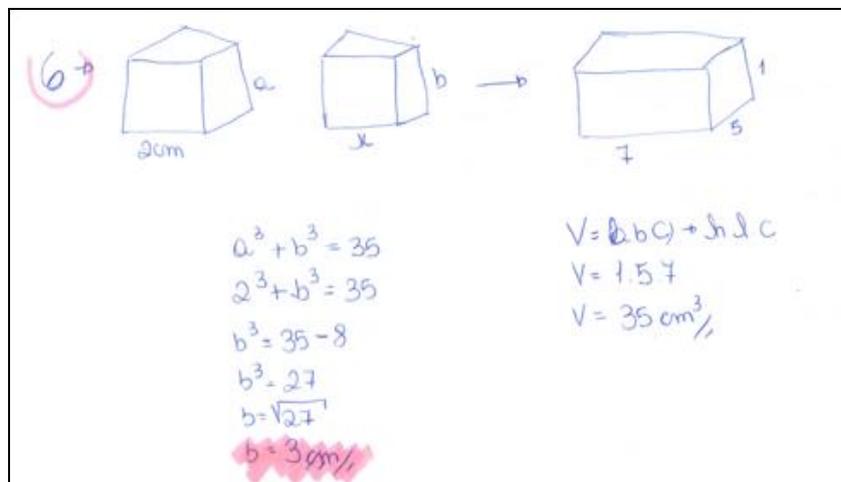


Figura 23 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pela estudante I.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

É possível observar que o estudante precisa da imagem mental para a resolução da questão. Para a aluna “XV”, “com a figura teria sido mais fácil de ser realizada a atividade” e, segundo a aluna “XIV”, “[...] com o desenho é possível uma melhor compreensão do exercício” (Figura 24).

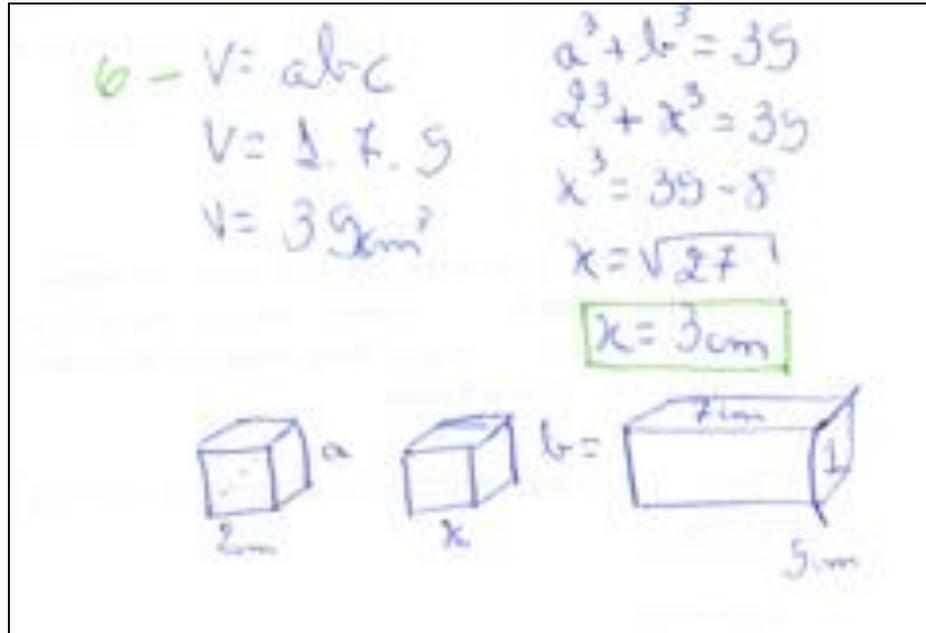


Figura 24 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pela estudante XIV.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

O bom desempenho matemático não está ligado ao cálculo rápido apenas em números, visto que o cálculo rápido não é o necessário em trabalhos matemáticos de alto nível, os estudantes fortes em matemática são aqueles que pensam profundamente, fazem conexões e visualizam (BOALER et al., 2016).

A aluna “VI” também aponta que “*para o melhor entendimento do cálculo é preciso desenhar os cubos para facilitar*”. Que a qualidade mais notável dos nossos cérebros é a sua adaptabilidade e potencial de mudança e crescimento, pois ele possui capacidade de mudar, reorganizar-se e crescer em um curto espaço de tempo (BOALER, 2018).

Já os alunos “VII” e “IX” remeteram que não era necessário o uso da imagem no enunciado da questão, apontando que “*basta um pensamento crítico*” (aluno “VII”), o qual é representado nas anotações, conforme o desenho (Figura 25). E o aluno “IX” aponta que “*o enunciado xD estava claro e fácil de compreender e responder*”. Sendo que a consciência de que a habilidade é maleável e que os alunos precisam desenvolver mentalidades de crescimento produtivo tem profundas implicações para o ensino (BOALER, 2013).

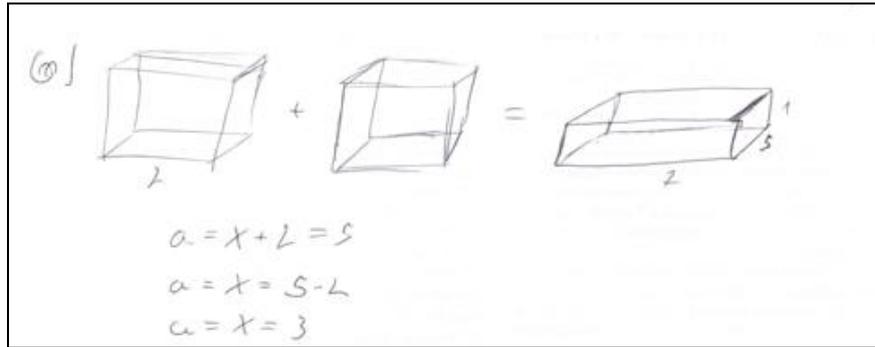


Figura 25 - Representação dos cubos e do paralelepípedo realizado pelo estudante VII.  
Fonte: A pesquisadora, 2022.

Contudo, foram importantes as colocações dos estudantes, que horas estavam concordando, horas discordando. Percebeu-se que trabalhar questões que os desafiem permite com que façam conexões, permite que eles sejam estimulados a pensar.

### 5.3.4 Questão 8

A questão 8 tem o seguinte enunciado: Quantos litros de água são necessários para encher uma caixa-d'água, cujas dimensões medem 1,20 m por 0,90 m por 1 m? (Lembre-se: 1000 L = 1 m<sup>3</sup>).

- a) 1080 l
- b) 1080 m<sup>3</sup>
- c) 0,1080 l
- d) 0,10 m<sup>3</sup>

Essa questão exige conhecimentos gerais sobre a relação entre diferentes unidades de grandezas, isto é, a conversão de litros para metros, mesmo o anunciado apresentando um lembrete. Após isso, o estudante poderia resolver de formas distintas, uma delas, a regra de três simples, que coincidentemente a grande maioria o fez, conforme desenvolvimento abaixo:

$$V = c * l * h$$

$$V = 1,20 * 0,90 * 1$$

$$V = 1,08 \text{ m}^3$$

$$1000l * 1,08 \text{ m}^3 = 1 \text{ m}^3 * x$$

$$1080 \text{ l m}^3 = 1 \text{ m}^3 x$$

$$1080 \text{ l} = x$$

Logo, percebe-se que fizeram e acertaram, conforme Figura 26.

$120.0,9 = 1,080 \text{ m}^3$        $\frac{1000}{x} = \frac{1 \text{ m}^3}{1,080^3}$        $x = 1,080 \cdot 1000$   
 $x = 1080 \text{ h}$   
 Não havia necessidade

Figura 26 - Comentário – Estudante XVII  
 Fonte: A pesquisadora, 2022.

Para Boaler (2018), o ato de raciocinar é importante na Matemática, pois, através do raciocínio, é possível explicar porque os métodos são escolhidos e como os passos estão interligados. Referente ao desenho, nenhum aluno apontou.

Dos 17 estudantes, todos assinalaram que não era necessária a inserção de imagem no enunciado, porém, poucos justificaram suas respostas. Dentre as apontadas, temos a aluna “IV”: “com os dados e internação é fácil a resolução”, as alunas “V” e “XII”, que disseram “não há necessidade”, a aluna “XV” afirmou que “o enunciado tinha todas as informações” e o aluno “XVII”, conforme a Figura 27.

Se respondeu não, gostaríamos do por quê? \*

por que tendo os valores apresentados é só calcular o volume multiplicando estes, e fazendo a transformação de m<sup>3</sup> para litros

Figura 27 - Comentário – Estudante XVII.  
 Fonte: A pesquisadora, 2022.

Mesmo que os alunos tenham apontado que o uso da imagem não era necessário, acreditamos que mentalmente eles resgataram na memória visual uma caixa d’água, visto que o desenvolvimento cerebral desta questão já foi desenvolvido visualmente em sala de aula. E, além do mais, esta questão retrata que precisamos mostrar, desmistificar, codificar questões, explorando situações e favorecendo o rompimento da mente (BOALER, 2018).

Nos relatos dos alunos, por intermédio das justificativas, as anotações são importantes para manter os registros organizados, dado que auxiliam a entender e

se apropriar do pensamento matemático, proporcionando criatividade e compartilhamento de ideias (BOALER, 2018).

## 6 Considerações finais

A pesquisa está centrada em responder “como a visualidade potencializa a aprendizagem matemática, num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido”. Para tanto, por acreditar no processo evolutivo e adaptativo da sociedade, salientamos a utilização das mídias nas aulas e a interação social, como estando em um futuro próximo, visto que a Educação será de forma híbrida, em distintos níveis, devido a um amadurecimento dos estudantes e da sociedade.

O modelo de Ensino Virtual Enriquecido, por intermédio da sequência didática, focou na construção do conhecimento do aluno sobre geometria espacial, a fim de demonstrar a importância das figuras no desenvolvimento dos problemas, ou seja, a importância da visualidade no ensino de geometria, tornando-se um cidadão consciente e dando aplicabilidade aos conceitos matemáticos, no seu dia a dia. Porém, cabe destacar que, a ênfase sobre o ensino híbrido enriquecido e a sequência didática não foram essenciais para a análise dos dados.

No desenvolvimento das atividades, introduziram-se reflexões sobre o cotidiano, as quais proporcionaram aos alunos maior participação, desencadeando um pensamento crítico, auxiliando na mediação do conhecimento ao conteúdo programado, despertando o interesse de cada um pela busca de novas respostas para as situações-problema apresentadas. Dado que, através da matemática complexa, as conexões cerebrais se desenvolvem.

Para tanto, na pesquisa, os dados produzidos desencadearam três categorias de análises: Categoria 1: Imagem necessária, composta pelas questões 1, 3 e 7; Categoria 2: Imagem desnecessária, composta pela questão 5; e Categoria 3: Sem Imagem, composta pelas questões 2, 4, 6 e 8.

Na questão 1 da categoria Imagem necessária, a partir da pergunta: caso não possuísse a figura, conseguiria resolver do mesmo jeito? Nove alunos (47%) responderam que não e oito (53%) que sim. Nesse sentido, constatamos que, a partir dos relatos, na matemática, por ser uma matéria mais abstrata, existe a necessidade de utilizar/trabalhar em sala de aula com recursos visuais, visto que alguns estudantes possuem mais dificuldades que outros, sendo necessário utilizar recursos como desenhos para enfatizar o entendimento, destacando que sim, a visualidade potencializa a aprendizagem matemática para essa pergunta.

Na questão 3 da categoria Imagem necessária, a partir da pergunta: caso não possuísse a figura, conseguiria resolver do mesmo jeito? Quatro (24%) alunos apontaram que sim e 13 (76%) preencheram que não. Percebemos, nesta questão, a importância do pensamento visual e as conexões que os alunos fazem com as diferentes áreas dos seus cérebros enquanto trabalham com a matemática. Uma vez que a visualização facilita uma imagem mental, desencadeando transformações dos conceitos abstratos em imagem real ou mentalmente visíveis. E para aqueles que apontaram que conseguiriam responder sem a imagem, acreditamos que, quando estão diante de novas ideias, os alunos se esforçam para encaixá-las em seus atuais modelos mentais.

Na questão 7 da categoria Imagem necessária, a partir da pergunta: caso não possuísse a figura, conseguiria resolver do mesmo jeito? A maioria dos estudantes, 88% (15), respondeu que não conseguiria resolver sem a imagem no enunciado, visto que a figura é fundamental para realização da questão. As justificativas dos alunos apontam a contextualização do dia a dia, relatando sobre o telhado e o pedreiro, já que, de fato, a questão procura aproximar os alunos a uma situação real, pois a matemática está presente em toda a natureza, sendo que, enquanto educadores, devemos passar a matemática da vida real para um modelo matemático, analisando o resultado e interpretando as respostas, proporcionando uma matemática criativa, visual, conectada e viva.

Na categoria 2: Imagem desnecessária, composta apenas pela questão 5, quando questionados sobre: o desenho auxiliou para a resolução da atividade? 11 (65%) alunos afirmaram que sim e seis (35%) apontaram que não. Para aqueles estudantes que apontaram referente a imagem não ser relevante para o desenvolvimento do problema, justificaram que as informações estavam detalhadas no enunciado do exercício. Para os alunos que apontaram que sim, que a imagem auxiliou na resolução, se percebe que esses alunos utilizam o pensamento visual associado às dimensões das formas. Sendo que a compreensão visual é incrivelmente poderosa para os alunos, acrescentando todo um novo nível de compreensão como forma de crescimento, em que as representações tridimensionais de sólidos, tanto na parte interna quanto externa dos cubos, refletem um pensamento geométrico importante, construindo conexões cerebrais significativas, já que, quando enfrentam a dificuldade, o cérebro se desenvolve.

Na questão 2, da categoria sem imagem, todos justificaram, assinalando a opção não, remetendo que a apresentação da imagem no enunciado para a resolução não era importante. Supomos que para identificar um paralelepípedo os alunos usaram uma memória visual, ou seja, recordam em sua memória qual o formato dessa figura espacial para identificar a resposta correta. Também acreditamos que os alunos estão muito atrelados a resolver/calcular determinando um valor, pois ficou evidente, nos discursos, o calcular. Dessa forma, o professor precisa trabalhar com maior ênfase na matemática visual e física, no sentido de ajudar os alunos a entenderem a matemática.

Na questão 4, categoria sem imagem, quando questionados: esta questão necessitava de figura para melhor compreensão? Quatro (25%) alunos apontaram que a questão necessitava da figura e 12 (75%) estudantes assinalaram que não necessitava da imagem para a resolução. Para alguns, a representação visual facilitaria na interpretação da questão, uma vez que o pensamento visual provoca mudanças nos alunos, possibilitando que consigam, em determinados momentos, aplicar esses conhecimentos desenvolvidos através da visualização.

Na questão 6, categoria sem imagem, quando questionados sobre: essa questão necessitava de figura para melhor compreensão? Nove (53%) alunos responderam que sim, dois (12%) responderam que não e seis (35%) não responderam à pergunta que estava relacionada ao uso de imagem no enunciado. Nesta questão, foi o problema que mais gerou respostas relacionadas à importância da visualização para o desenvolvimento da tarefa, pois os alunos apontaram que com o auxílio da imagem ficaria mais fácil de resolver. Acreditamos que o bom desempenho matemático não está ligado ao cálculo rápido em apenas números, visto que o cálculo rápido não é o que é necessário em trabalhos matemáticos de alto nível, pois os estudantes bons em matemática são aqueles que pensam profundamente, fazem conexões e visualizam.

Por fim, na questão 8, da categoria sem imagem, todos assinalaram que não era necessária a inserção de imagem no enunciado, porém, poucos justificaram suas respostas. Mesmo que os alunos tenham descrito que o uso da imagem não era necessário, acreditamos que mentalmente eles resgataram na memória visual uma caixa d'água, visto que o desenvolvimento cerebral desta questão já foi desenvolvido visualmente em sala de aula. E além do mais, esta questão retrata que

precisamos mostrar, desmitificar, codificar questões, explorando situações e favorecendo o rompimento da mente.

Assim, para o desenvolvimento das mentalidades matemáticas, enfatizamos que quando os alunos pensam porque algo está errado, novas conexões sinápticas são desencadeadas, fazendo com que o cérebro cresça, tendo profundas implicações para o ensino e aprendizagem. Isto remete que os professores precisam valorizar os erros e deixar de vê-los como falhas de aprendizagem para vê-los como conquistas de aprendizagem.

Para tanto, os alunos precisam trabalhar em situações desafiadoras que, caso resultem em erros, tenham seus erros considerados, proporcionando possibilidades para o desenvolvimento cerebral e a aprendizagem.

Sendo que nas aulas de matemática podemos dar ênfases nas abordagens da matemática visual, convidando os alunos a um pensamento visual, pois a escola é um local de potencializar e incentivar os alunos, capacitando-os. Igualmente, que duas das competências a potencializar são a autonomia do sujeito e a criticidade. Com tudo isso, evidenciamos que a figura do professor continua sendo indispensável na sociedade contemporânea.

Queremos, com a pesquisa, demonstrar a aprendizagem pelo processo visual, em outras palavras, as figuras facilitam na resolução das atividades. Mas, também, se dá importância, neste trabalho, ao fato de que os alunos criem seus próprios conceitos, e que o estudo da Matemática, diante disso, passe a ser para eles uma motivação.

A matemática visual pode ser usada relacionada ao mundo da tecnologia, que, há alguns anos, o conhecimento no ambiente escolar era apenas baseado em palavras, números e repetições, e agora, o conhecimento do mundo é baseado em imagens, que são ricas em conteúdo e informações.

A escolha do modelo refere-se à atual situação, pois sabemos que vivemos num mundo de pluralidades e possibilidades, indo ao contraponto das fragilidades. Sobretudo, precisamos pensar no futuro e como imergir diante das dificuldades para potencializar nossos alunos. Sendo que os pesquisadores apontam que quando explicamos as ideias, mesmo quando não temos as palavras que precisamos, tendemos a desenhar formas no ar.

Assim, como contribuição da pesquisa, fica registrado a importância do tema que envolve o Ensino da Matemática e a visualidade, pois, na matemática existe

muito conceitos abstratos, quando não trabalhado de forma adequada desencadeiam o fracasso na aprendizagem dos alunos. Portanto, através da estratégia metodológica adotada nessa investigação, que envolveu a visualidade, configurou-se em uma expressiva contribuição para a Educação Matemática. Sendo que, a aprendizagem de geometria espacial é um desafio em qualquer nível de ensino, por intermédio das dificuldades nas resoluções de problemas que envolvem a necessidade de visualização da situação descrita no enunciado.

Assim, acreditamos que para enriquecer ainda mais a investigação e dar continuidade, temos que desenvolver trabalhos futuros voltados ao engajamento dos alunos em relação ao pensamento visual produtivo, onde eles devem ser questionados, em intervalos regulares, sobre como eles veem as ideias matemáticas, e solicitar que desenhem, no sentido de auxiliar na formulação de ideias e no desenvolvimento dos sujeitos envolvidos.

## Referências

ANDRADE, L. D. M. **O Processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria Espacial, Utilizando Calques 3D Fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa**. 2018. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2018.

ANJOS, O. S. **Sala de aula híbrida: uma experiência com alunos do ensino fundamental**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Duque de Caxias, 2017.

ARRUDA, E. P. Educação remota emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **Em Rede-Revista de Educação a Distância**, v. 7, n. 1, p. 257-275, 2020.

BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologia Ativas: Uma abordagem Teórico-Prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia da educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições, 1977.

BARROS, A. F. de V. **A reescrita colaborativa de textos: uma alternativa qualitativa para ressignificar a produção textual no Ensino Fundamental**. 2015. 277 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Letras) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

BATTISTI, S. **O ensino da Matemática e a utilização das TIC nas escolas estaduais da cidade de Erechim-RS: uma investigação**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação, Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, 2017.

BLUMENTHAL, G. Educação Matemática, inteligência e afetividade. **Educação Matemática em Revista**, n. 12, p. 30-34, 11 jan. 2018.

BOALER, J. Ability and Mathematics: the mindset revolution that is reshaping education. **Forum**, v. 55, n. 1, p. 143-152, 2013.

BOALER, J. Developing Mathematical Mindsets. **American Educator**, p. 28-40, 2019a.

BOALER, J. **Mentalidades matemática: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J. **Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2020.

BOALER, J. **O que a matemática tem a ver com isso?** Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. Porto Alegre: Penso, 2019b.

BOALER, J. Ver para entender: A importância da matemática visual para o cérebro e o aprendizado. **Youcubed at Stanford University**. 2019c. Disponível em: <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2018/05/Ver-para-Entender.pdf>. Acesso em: 29 set. 2022.

BOALER, J. Without Fear: Research Evidence on the Best Ways to Learn Math Facts. **YouCubed at Stanford University**, p. 1-28, 2015.

BOALER, J.; CHEN, L.; WILLIAMES, C.; CORDERO, M. Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. **Journal of Applied & Computational Mathematics**, v. 5, n. 5, p. 1-6, 2016.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades matemáticas na sala de aula: ensino fundamental**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2016].

BRASIL. **Parâmetro curriculares Nacionais**. Matemática. Ensino Médio. MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Ministério da Educação e Cultura**. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Brasília-DF: MEC, 1998.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CAMPOS, M. A.; FARIAS, L. M. S.; BARROS, C. C. A. Uma sequência didática e o ensino de matemática no contexto da/pós pandemia covid-19: discutindo o acesso, a viabilidade e as possibilidades. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EM TEIA**, v. 11, n. 2, p. 1-18, 2020.

CHRISTENSEN, C. M.; HORN, M. B.; STAKER, H. **Ensino Híbrido: uma Inovação Disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos**. Clayton Christensen Institute for Disruptive Innovation. Tradução Fundação Lemann e Instituto Península, 2013.

CORREIA, M. P. C. de A. **As sequências didáticas como estratégia para a aprendizagem da escrita**. 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa, 2018.

CRUZ, L. M.; MENEZES, C. C. L. C.; COELHO, L. A. Formação continuada de professores/as da Educação Infantil num contexto pandêmico: reflexões freirianas. **Práxis Educacional**, v. 17, n. 47, p. 1-22, 2021.

D'AMBRÓSIO, U. **Ciências, Informática e Sociedade: uma coletânea de textos**. Brasília: EUB, 1985.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, 35-41, mar. 1996.

FASSARELLA, L. Matemática: natureza e ensino-aprendizagem. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 5, n. 2, 2015.

FERREIRA, A. B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2. ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

FERREIRA, N. de A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, ano 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002.

FIGUEREDO, M. Z. A.; CHIARI, B. M.; GOULART, B. N. G. Discurso do Sujeito Coletivo: uma breve introdução à ferramenta de pesquisa qualiquantitativa. **Distúrbios da Comunicação**, São Paulo, v. 25, n. 1, p. 129-136, abril, 2013.

FIORENTINI, D. A questão dos conteúdos e métodos no ensino da matemática. *In*: Encontro Gaúcho de Educação Matemática - EGEM, 2., 1993, Porto Alegre. **Anais [...]**. Porto Alegre, 1993. p. 38-46.

FLORES, C. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **ZETETIKÉ**, v. 18, número temático, p. 271-294, 2010.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em Visualização na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, p. 31-45. 2012.

FOSTER, H. **Vision and visibility**. Seattle: Bay Press, 1988.

FREITAS, L. F. A. **As TIC no contexto escolar do ensino médio: um estudo em escolas da rede pública de Santa Maria-RS**. 2014. Especialização (Tecnologias da Informação e da Comunicação Aplicadas à Educação) – Universidade Aberta do Brasil, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

GOOGLE CLASSROOM: conheça a plataforma virtual de ensino e aprendizagem. **Google For Education**. Educador do Futuro. 13 dez. 2021. Disponível em: <https://educadordofuturo.com.br/google-education/google-classroom/>. Acesso em: 13 set. 2022.

GRASEL, P. L. S.; PRESTES, R. F.; KRAUSE, J. C. Modelo de ensino híbrido rotações por estações como proposta para o Ensino de Matemática. **Educação Matemática sem fronteiras**: Pesquisa em Educação Matemática, v. 3, n. 2, p. 234-253, 2021.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L. N.; HOMA, A. I. R. Integrando sequências didáticas e o uso de tecnologias de ensino eletrônico com o conteúdo de análise combinatória. *In*: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA, 02 a 05 de junho de 2009, Ijuí/RS. **Anais [...]**. 2009.

KALEFF, A. M. M.R. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos. Niterói: EdUFF, 2003.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. *In*: LURIA, *et al.* **Psicologia e pedagogia**: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos. Editorial Estampa, Lisboa, 1977.

LIMA, F. de O.; BRANDÃO, D. N.; SILVA, D. M. da; BRITO, L. R.; VIEIRA, W. de B. A Matemática Visual para o Desenvolvimento de Mentalidades Matemáticas em Alunos de uma Escola Pública. **Diversitas Jornal**, v. 6, n. 4, p. 4086-4106, out./dez. 2021.

LIMA, L. H. F. de; MOURA, F. R. de. O Professor no Ensino Híbrido. *In*: BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia da educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

MARCO, F. **Estudo dos processos e Resolução de Problema Mediante a Construção de Jogos Computacionais de Matemática no Ensino Fundamental**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.

MARTINS, L. C. B. **Implicações da organização da atividade didática com uso de tecnologias digitais na formação de conceitos em uma proposta de Ensino Híbrido**. 2016. Tese (Doutorado em Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano) - Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

MORAES, I. E. S. Q. **O ensino de volume de Sólidos Geométricos por atividades**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

MORAIS, J. M. **Neurociência cognitiva e ensino híbrido**: investigando o modelo por rotações no ensino de matemática. 2019. 279 f. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências) - Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2019.

MORAN, J. Educação Híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. *In*: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015a. Cap.1, p. 27-46.

MORAN, J. **Mudando a educação com metodologias ativas**. [Coleção: Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. v. II] Carlos Alberto de Souza e Ofelia Elisa Torres Morales (orgs.). PG: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015b.

MOREIRA, D. M. S. **Geometria Espacial – Cálculo de Volume usando App Inventor**. 2018, 177 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papyrus, 1997.

NOVAES, R. C. N. **Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

NOVAES, M. A. B. et al. Metodologias ativas no processo de ensino e de aprendizagem: Alternativas didáticas emergentes. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 4, p. 1-10, 2021.

PAVANELO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil, causas e consequências. **Revista Zetetiké**, ano 1, v. 1, p. 7-17, 1993.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender geometria? In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. **Anais [...]**, 2004.

PRESMEG, N. C. Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. In: GUITIERREZ, A.; BOERO, P. (eds.) **Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future**. The Netherlands, Sense Publishers, p. 205-235, 2006.

RAMOS, M. Prismas: geometria espacial para a matemática do Enem. **Blog do Enem**, 25 nov. 2016. Disponível em: <https://blogdoenem.com.br/prismas-geometria-espacial-para-a-matematica-do-enem/>. Acesso em: 13 out. 2022.

REZENDE, F.; DUARTE, M. S.; SCHWARTZ, L. B.; CARVALHO, R; C. Qualidade da educação científica na voz dos professores. **Ciência educação**, v. 17, n. 2, p. 269-288, 2011.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades. **Dia a dia da Educação**, p. 1-17, 2009.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p.299-311, mai. 2012.

SANTOS, G. de S. Espaços de Aprendizagem. In: BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia da educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

SCALABRIN, A. M. M. O.; MUSSATO, S. A espacial com o software geogebra: uma proposta de atividades investigativas para o ensino de pirâmides. **Boletim do Museu Integrado de Roraima**, v. 13, n. 1, p. 123-145, 2020.

SETTIMY, T. F. de O.; BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **VIDYA**, v. 40, n. 1, p. 177-195, jan./jun., 2020.

SILVEIRA, J. F. P. da. **Usando o Passado para Entender o Presente**. Encontro de educação. Ed. Campinas: Hemus, 2003.

SOUZA, A. R. **A Internet Aliada à Educação** - O Uso de Recursos Digitais como Ferramentas Didáticas para a Complementação da Aprendizagem de Matemática. Brasília, 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

TOLEDO, L. A.; SHIAISHI, G. F. Estudo de Casos em pesquisas exploratórias qualitativas: um ensaio para a proposta de protocolo do estudo de caso. **Revista FAE**. v. 12, n. 1, p. 103-119, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

XOTESLEM, W. V. **Personalização do ensino de matemática na perspectiva do ensino híbrido**. 2018. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

ZUFFI, E. M.; MENEGHETTIB, R. C. G.; NETTO, M. de S. L. Tornando-se um Professor de Matemática Autônomo para Gerar um Ambiente de Ensino e Aprendizagem Enriquecido. **Jornal Internacional Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 80-89, 2022.

## **Apêndices**

## Apêndice A – Cronograma das aulas da turma

### PLANO DE AÇÃO – TURMA 304

Hora/aula	Conteúdo	Objetivos	Estratégias e recursos utilizados
1 hora/aula	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometria Espacial: Superfícies, área e volumes;</li> <li>• Poliedros: prisma e pirâmides.</li> <li>• Fractais: transformações e áreas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.</li> <li>• Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- M.C.U</li> <li>- Relembrar o conteúdo trabalhado;</li> <li>- Aula expositiva e dialogada;</li> <li>- Situação-problema.</li> </ul>
3 horas/aula	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometria Espacial: Superfícies, área e volumes;</li> <li>• Poliedros: prisma e pirâmides.</li> <li>• Fractais: transformações e áreas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.</li> <li>• Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- M.C.U</li> <li>- Questionário</li> <li>- Relembrar o conteúdo trabalhado;</li> <li>- Aula expositiva e dialogada;</li> <li>- Correção de situação-problema -</li> </ul>
1 horas/aula	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometria Espacial: Superfícies, área e volumes;</li> <li>• Poliedros: prisma e pirâmides.</li> <li>• Fractais: transformações e áreas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.</li> <li>• Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- M.C.U</li> <li>- Relembrar o conteúdo trabalhado;</li> <li>- Aula expositiva e dialogada;</li> <li>- Correção de situação-problema.</li> </ul>

Fonte: A pesquisadora, 2021.

## **Apêndice B – Carta de autorização da escola**

Pelotas, 01 de julho de 2021.

Prezado Prof. Paulo Roberto Freitas Barcellos  
Diretor da Escola Estadual Ensino Médio Ruy Barbosa

Venho por meio desta, solicitar a sua autorização para que a mestranda **Clara de Mello Maciel**, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel, realize uma pesquisa como parte das atividades da dissertação do Mestrado. Tal pesquisa tem como título provisório ***Ensino Virtual Enriquecido: uma proposta de Investigação no processo de aprendizagem matemática por uma sequência didática*** e tem, provisoriamente, como objetivo principal **identificar e analisar o processo de aprendizagem no ensino da matemática num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido com utilização de figuras nas situações-problemas**.

Para a realização da pesquisa será necessário que a mestranda desenvolva as atividades previamente definidas com alunos do Ensino Médio da escola, no período de **agosto a setembro** de 2021.

Tal proposta de pesquisa será utilizada apenas para fins acadêmicos, em que não será divulgado o nome da escola, respeitando, também, o sigilo das informações referente aos sujeitos da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa ou a instituição poderão requisitar os resultados da mesma a qualquer momento, tendo assim, também o direito de interromper a sua participação na pesquisa. Ao concordar em participar da pesquisa o pesquisado estará de acordo e ciente dos termos adotados pela orientação do Trabalho.

A orientação do trabalho de pesquisa está a cargo da Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmänn, do Departamento de Educação Matemática (DEMAT/IFM/UFPel).

Nesse sentido, gostaria de contar com sua participação e solicitar, gentilmente, a sua autorização para o cumprimento e desempenho das atividades propostas.

Atenciosamente,|

---

Profa. Thaís Philipsen Grützmänn

Eu **autorizo** a mestranda acima citada, a realizar a pesquisa e utilizar as informações (vídeos, fotos, atividades produzidas, outros) para a pesquisa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Mestrado – e futuras publicações que dela se originem.

---

Diretor da Escola

---

Carimbo da Escola

## Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

---

Pesquisadora responsável: **Thais Philipsen Grützmann**  
Mestranda responsável: **Clara de Mello Maciel**  
Instituição: Universidade Federal de Pelotas  
Endereço: Rua Gomes Carneiro, 01. 96010-610. Pelotas/RS. Campus Anglo. Sala 303.  
Telefones: (53) 98465-1201 / (55) 99915-2204.

---

Concordo em participar do estudo com o título provisório “**Ensino Virtual Enriquecido: uma proposta de Investigação no processo de aprendizagem matemática por uma sequência didática**”. Estou ciente de que estou sendo convidado a participar voluntariamente do mesmo.

**PROCEDIMENTOS:** *Fui informado de que o objetivo geral (provisório) da pesquisa é “identificar e analisar o processo de aprendizagem no ensino da matemática num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido com utilização de figuras nas situações-problemas”, cujos resultados serão usados para fins de pesquisa. Estou ciente de que a minha participação envolverá “participação nas atividades pedagógicas propostas pela equipe da pesquisa”.*

**RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES:** *Fui informado que os riscos são mínimos.*

**BENEFÍCIOS:** *“O benefício de participar da pesquisa relaciona-se ao fato que os resultados serão incorporados ao conhecimento científico e posteriormente a situações de ensino-aprendizagem voltadas especialmente à Educação Matemática”.*

**PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA:** *Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento.*

**DESPESAS:** *Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras.*

**CONFIDENCIALIDADE:** *Estou ciente que a minha identidade será preservada durante todas as etapas do estudo.*

**CONSENTIMENTO:** *Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de consentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa do estudo, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este Formulário de Consentimento Pré-Informado será assinado por mim e arquivado na instituição responsável pela pesquisa.*

Nome do participante/representante legal: \_\_\_\_\_

Identidade: \_\_\_\_\_

ASSINATURA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR:** *Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, assinar este consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato através do telefone e/ou endereço acima.*

---

Pesquisadora responsável

---

Mestranda responsável

**Apêndice D – Carta de autorização: uso da imagem e das produções**

**CARTA DE AUTORIZAÇÃO – USO DA IMAGEM E DAS PRODUÇÕES**

Eu,

\_\_\_\_\_, CPF:  
\_\_\_\_\_, responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, da turma do 3º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Ensino Médio Ruy Barbosa, **AUTORIZO** a utilização de sua imagem (vídeos e fotos), bem como de sua produção escrita (textos, cadernos, outros) para o desenvolvimento e a divulgação dos resultados parciais e/ou finais da pesquisa de mestrado com título provisório “**Ensino Virtual Enriquecido: uma proposta de Investigação no processo de aprendizagem matemática por uma sequência didática**”, da Profa. Clara de Mello Maciel, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do Instituto de Física e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas.

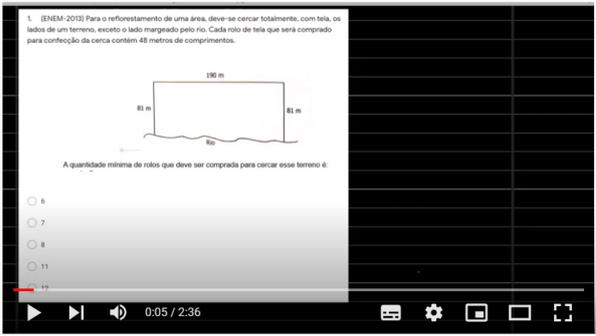
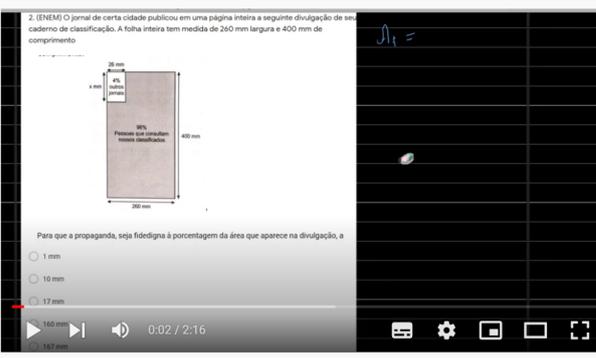
Estou ciente que a pesquisa tem por objetivo geral “**identificar e analisar o processo de aprendizagem no ensino da matemática num ambiente de Ensino Virtual Enriquecido com utilização de figuras nas situações-problemas**”, e que serão respeitadas as informações referentes ao sujeito participante. Ainda, que o sujeito ou seus representantes legais poderão requisitar os resultados da mesma a qualquer momento, tendo assim, também o direito de interromper a sua participação. A pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann, do Departamento de Educação Matemática (DEMAT/IFM/UFPel).

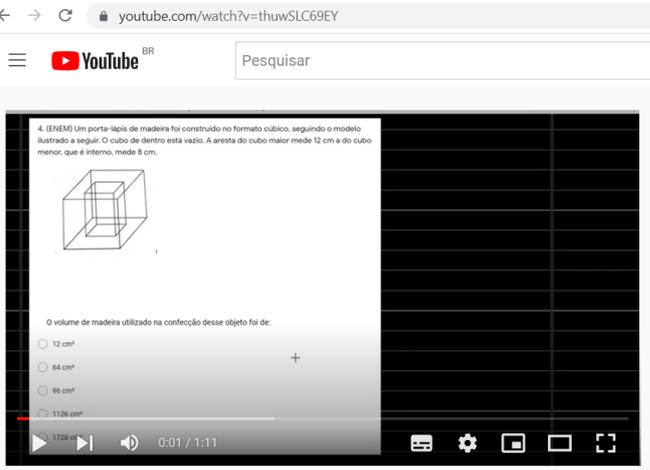
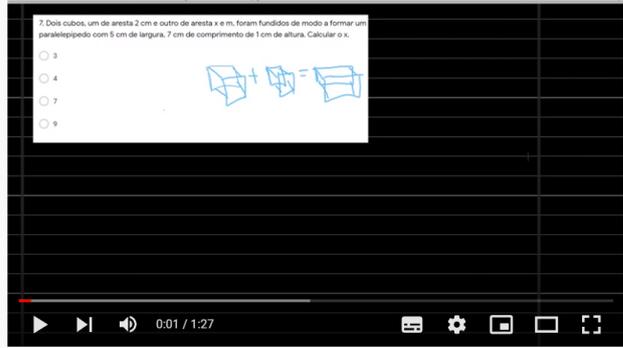
Ciente e de acordo.

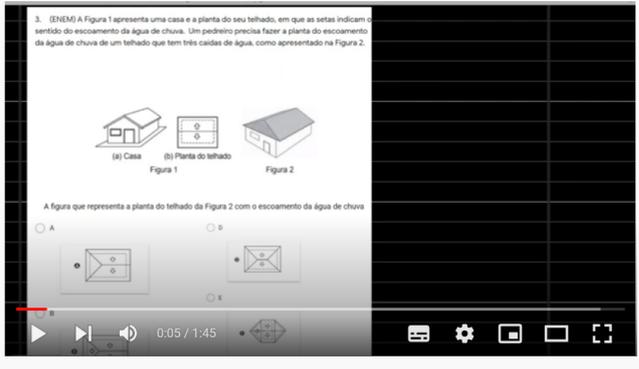
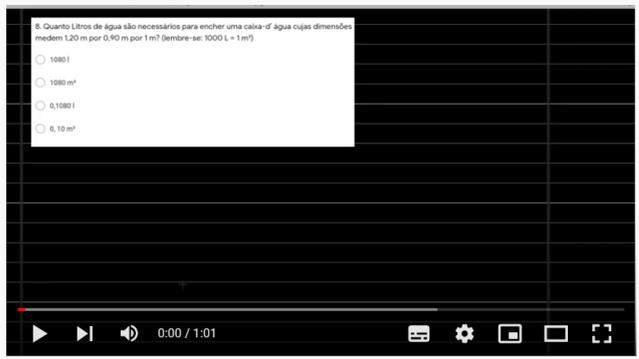
Pelotas, \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2021.

\_\_\_\_\_  
Representante legal

## Apêndice E – Vídeos disponibilizados aos alunos

Questão 1	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/v-g08F6oJqg">https://youtu.be/v-g08F6oJqg</a></p> 
Questão 2	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/NJ-VZDzd4d0">https://youtu.be/NJ-VZDzd4d0</a></p> 
Questão 3	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/NKfSKIOrN0g">https://youtu.be/NKfSKIOrN0g</a></p> 
Questão 4	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/dalKs6JWBb0">https://youtu.be/dalKs6JWBb0</a></p>

	
<p>Questão 5</p>	<p>Disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=thuwSLC69EY">https://www.youtube.com/watch?v=thuwSLC69EY</a></p> 
<p>Questão 6</p>	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/M6GdZNSPVUI">https://youtu.be/M6GdZNSPVUI</a></p> 
<p>Questão 7</p>	<p>Disponível em: <a href="https://youtu.be/QbI3U-qq7XE">https://youtu.be/QbI3U-qq7XE</a></p>

	 <p>3. (ENEM) A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.</p> <p>(a) Casa (b) Planta do telhado Figura 2</p> <p>A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva</p> <p><input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D <input type="radio"/> E</p>
<p>Questão 8</p>	<p>Disponível em:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=1DSa5NktQLo">https://www.youtube.com/watch?v=1DSa5NktQLo</a></p>  <p>8. Quanto Litros de água são necessários para encher uma caixa-d' água cujas dimensões medem 1,20 m por 0,90 m por 1 m? (Lembre-se: 1000 L = 1 m³)</p> <p><input type="radio"/> 1080 l <input type="radio"/> 1080 m³ <input type="radio"/> 0,1080 l <input type="radio"/> 0,10 m³</p>