UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática

Dissertação

Scape Book de Frações: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental

Marcos Aurélio da Silva Martins

Pelotas, 2022

Marcos Aurélio da Silva Martins

Scape Book de Frações: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

M379s Martins, Marcos Aurélio da Silva

Scape book de frações : possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do ensino fundamental / Marcos Aurélio da Silva Martins ; Thaís Philipsen Grützmann, orientadora. — Pelotas, 2022.

152 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Scape book. 2. Ensino de matemática. 3. Multidimensionalidade. 4. Fração. 5. Anos finais do ensino fundamental. I. Grützmann, Thaís Philipsen, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Elaborada por Simone Godinho Maisonave CRB: 10/1733

Marcos Aurélio da Silva Martins

Scape Book de Frações: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 22/08/2022

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann (Orientadora)
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

Profa. Dra. Eleni Bisognin
Doutora em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Profa. Dra. Rozane da Silveira Alves
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

Profa. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Doutora em Pedagogia pela Universidade Bielefeld, Alemanha.

RESUMO

MARTINS, Marcos Aurélio da Silva. **Scape Book de Frações**: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. 2022. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

A presente pesquisa de caráter qualitativo define-se como uma pesquisa-ação e tem como questão “Quais as possibilidades e desafios do uso do Scape Book de Frações em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental?”. Para responder à questão o objetivo da pesquisa foi analisar, a partir das produções dos alunos, como o Scape Book de Frações contribuiu para o entendimento do conceito de frações. Os sujeitos da pesquisa são alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Pelotas, RS. O texto perpassa por uma discussão a respeito da teoria de jogos na qual utilizou-se como referencial principal Huizinga (2019). Além disso, discutem-se os estudos do campo da Neurociência aplicados à Educação Matemática. Encontramos em Boaler (2018; 2019; 2020) considerações importantes e que foram fundamentais para a construção do Scape Book proposto, que tem três ideias gerais: os conceitos de Mentalidade Fixa e Mentalidade de Crescimento, a importância dos erros e uma abordagem Multidimensional. Para a produção e coleta de dados o Scape Book foi aplicado na íntegra aos 20 alunos da turma, num total de 12 encontros, entre fevereiro e março deste ano. A finalização foi feita a partir da produção do Diamante de Papel, em um único encontro no mês de abril. Assim, os dados da pesquisa são os registros feitos no próprio Scape Book de cada aluno, além do Diário de Campo do pesquisador. A análise dos dados foi realizada a partir da Análise de Conteúdo, considerando as etapas descritas por Bardin (2016). Foi analisada a questão da página nove do Scape Book, em comparação com o Diamante de Papel de cada estudante, resultando em três categorias de análise: Sala de Aula, Casa e Alimentação. Como resultados da pesquisa podemos perceber principalmente o avanço significativo dos alunos nas diferentes formas de representar um mesmo problema.

Palavras-chave: Scape Book. Ensino de Matemática. Multidimensionalidade. Fração. Anos finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

MARTINS, Marcos Aurélio da Silva. Fractions Scape Book: Possibilities and challenges from its usage in a 6th grade group in Elementary School. 2022. 152 f. Thesis (Master's in Math Education) – Postgraduate Program in Math Education, Physics and Math Institute, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2022.

This qualitative research is defined as an action research and its question is "What are the possibilities and challenges of using the Fractions Scape Book in a 6th grade group in Elementary School?". To answer to this, the objective of the research was to analyze, based on the students' productions, how the Fractions Scape Book contributed to the understanding of the concept of fractions. The research subjects are students from the 6th grade group in Elementary School from a private school in Pelotas, RS. The text goes through a discussion about game theory in which Huizinga (2019) was used as the main reference. In addition, studies in the field of Neuroscience applied to Mathematics Education are discussed. We find in Boaler (2018; 2019; 2020) important considerations that were fundamental for the construction of the proposed Scape Book, which has three general ideas: the concepts of Fixed Mindset and Growth Mindset, the importance of mistakes and a Multidimensional approach. For the production and collection of data, the Scape Book was fully applied to the 20 students in the class during 12 meetings, between February and March of this year. The finalization was made from the production of the Paper Diamond in a single meeting in April. Thus, the research data are the records made in each student's own Scape Book, in addition to the researcher's Field Diary. The data analysis was performed using Content Analysis, considering the steps described by Bardin (2016). The question on page nine of the Scape Book was analyzed in comparison with each student's Paper Diamond, resulting in three categories of analysis: Classroom, Home and Food. As a result of the research we can mainly see the significant progress of students in different ways of representing the same problem.

Keywords: Scape Book. Math Teaching. Multidimensionality. Fraction. Final years of Elementary School.

RESUMEN

MARTINS, Marcos Aurélio da Silva. **Scape Book de Fracciones**: Posibilidades y desafíos de su utilización en una clase del 6º año de la Enseñanza Fundamental. 2022. 152 f. Disertación (Maestría en Educación Matemática) – Programa de Post-graduación em Educación Matemática, Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

Este estudio cualitativo se define como una investigación-acción y trae como cuestión: "¿Cuáles posibilidades y desafíos del uso del Scape Book de fracciones en una clase del 6° año de la Enseñanza Fundamental?". Para contestar a la pregunta, el objetivo del estudio fue analizar, por medio de las producciones de los alumnos, cómo el Scape Book de fracciones contribuyó a la comprensión del concepto de fracciones. Los sujetos de la investigación son alumnos del 6° ano de la Enseñanza Fundamental de una escuela privada de Pelotas, RS. El texto desarrolla una discusión acerca de la teoría de juegos en la que se utilizó como referencia principal Huizinga (2019). Además, se comentan los estudios en el campo de las Neurociencias aplicadas a la Educación Matemática. Encontramos en Boaler (2018; 2019; 2020) consideraciones importantes, fundamentales para la construcción del Scape Book, que tiene tres ideas generales: los conceptos de Mentalidad Fija y Mentalidad de Crecimiento, la importancia de los errores y un abordaje Multidimensional. Para la producción y recolección de datos, se aplicó el Scape Book integralmente a los 20 alumnos del grupo, en un total de 12 encuentros, entre febrero y marzo. La finalización se hizo a partir de la producción del Diamante de Papel, en una cita única en el mes de abril. Así que los datos de la investigación son los registros hechos en el propio Scape Book de cada alumno, además del Diario de Campo del investigador. El análisis de los datos se realizó por medio del Análisis de Contenido, considerando las etapas descriptas por Bardin (2016). Se analizó la cuestión de la página nueve del Scape Book, en relación al Diamante de Papel de cada estudiante, resultando en tres categorías de análisis: Aula, Casa y Alimentación. En el resultado del estudio percibimos principalmente el avance significativo de los alumnos en las distintas maneras de representar el mismo problema.

Palabras-clave: Scape Book. Enseñanza de Matemáticas. Multidimensionalidad. Fracción. Años finales de la Enseñanza Fundamental.

Lista de Figuras

Figura 1: Livro La Casa de Papel. 41
Figura 2: O hipocampo. 46
Figura 3: Rotas neurais. 48
Figura 4: Cinco áreas do cérebro. 52
Figura 5: Conteúdo de maneira multidimensional. 53
Figura 6: Personagens e logo. 62
Figura 7: Mapa do Connect Park. 62
Figura 8: Saguões e Big Tower Premiada. 63
Figura 9: Brinquedos do Bloco 2. 64
Figura 10: Brinquedos do Bloco 3. 64
Figura 11: Brinquedos do Bloco 4. 65
Figura 12: Brinquedos do Bloco 5. 66
Figura 13: Borda da página e identificação do brinquedo 66
Figura 14: Letra E. 71
Figura 15: Letra D. 71
Figura 16: Letra R. 72
Figura 17: Recorte do E-book, p. 12. 73
Figura 18: Letra Ã. 76
Figura 19: Letra O. 76
Figura 20: Obra Ninhos. 78
Figura 21: Obra Retalhos. 79
Figura 22: Para Fixar. 80
Figura 23: Letra I. 81
Figura 24: Letra V. 82
Figura 25: Letra S. 83
Figura 26: Tabela do desafio final do Bloco 5 83
Figura 27: O método da análise de conteúdo. 86
Figura 28: As etapas da organização da análise. 87
Figura 29: As etapas da organização da análise. 87

Figura 30: Palvras-chave emergentes do exercício da página 9. 90
Figura 31: Palavras-chave emergentes do diamante de papel. 90
Figura 32: Categorias emergente das produções dos alunos. 91
Figura 33: Resolução do documento 1, Aluna S1. 93
Figura 34: O desempenho da Aluna S1 no documento 2. 94
Figura 35: Resolução do documento 1, da Aluna S2. 95
Figura 36: O desempenho da Aluna S2, no documento 2. 96
Figura 37: Resolução do documento 1, do Aluno S3. 97
Figura 38: O desempenho do Aluno S3, no documento 2. 98
Figura 39: Resolução do documento 1, do aluno S4. 99
Figura 40: O desempenho do aluno S4, no documento 2. 100
Figura 41: Resolução do documento 1, do aluno S5. 101
Figura 42: O desempenho do aluno S5, no documento 2. 103
Figura 43: Resolução do documento 1, do aluno S6. 104
Figura 44: O desempenho do aluno S6, no documento 2. 105
Figura 45: Resolução do documento 1, do aluno S7. 106
Figura 46: O desempenho da aluna S7, no documento 2. 107
Figura 47: O desempenho do aluno C1, no documento 1. 109
Figura 48: O desempenho do aluno C1, no documento 2. 110
Figura 49: O desempenho do aluno C2, no documento 1. 111
Figura 50: O desempenho do aluno C2, no documento 2. 112
Figura 51: O desempenho da aluna C3, no documento 1. 113
Figura 52: O desempenho da aluna C3, no documento 2. 114
Figura 53:O desempenho da aluna C4, no documento 1. 115
Figura 54: O desempenho da aluna C4, no documento 2. 116
Figura 55: O desempenho do aluno C5, no documento 1. 117
Figura 56: O desempenho do aluno C5, no documento 2. 118
Figura 57: Frações no livro didático.....120
Figura 58: Frações no livro didático.....121
Figura 59: Resolução do documento 1, da aluna A1. 121
Figura 60: O desempenho da aluna A1, no documento 2. 122
Figura 61: Resolução do documento 1, do aluno A2. 123
Figura 62: Resolução do documento 1, do aluno S6. 123
Figura 63: O desempenho da aluna A2, no documento 2. 124

Figura 64: Resolução do documento 1, do aluno A3. 125
Figura 65: O desempenho da aluna A3, no documento 2. 127
Figura 66: Resolução do documento 1, Aluno A4. 128
Figura 67: O desempenho do aluno A4 no documento 2. 129
Figura 68: Resolução do documento 1, Aluno A5. 131
Figura 69: O desempenho do Aluno A4, no documento 2. 132
Figura 70: Resolução do documento 1, Aluno A5. 133
Figura 71: O desempenho do Aluno A5 no documento 2. 134
Figura 72: Resolução do documento 1, Aluno A6. 135
Figura 73: O desempenho do Aluno A6 no documento 2. 136
Figura 74: Resolução do documento 1, Aluno A7. 137
Figura 75: O desempenho do Aluno A7 no documento 2. 138
Figura 76: Um recorte da página 14 do Scape Book. 140
Figura 77: Capa do Scape Book.....148

Lista de Tabelas

Tabela 1: Trabalhos selecionados. 32
Tabela 2: Resultados no EBRAPEM. 36
Tabela 3: Resultados no XIII ENEM. 38
Tabela 4: Resultados no SIPEM. 39
Tabela 5: Divisão dos capítulos do Scape Book 61
Tabela 6: Encontros. 67
Tabela 7: Primeiro encontro. 68
Tabela 8: Encontros do Bloco 2. 69
Tabela 9: Retomada do Bloco 2. 72
Tabela 10: Encontros do Bloco 3. 74
Tabela 11: Encontro do Bloco 4. 77
Tabela 12: Finalização do Bloco 4. 78
Tabela 13: Retomada do Bloco 4. 80
Tabela 14: Bloco 5. 81
Tabela 15: Desafio final do Bloco 5. 82
Tabela 16: O segredo do Ticket Dourado. 84
Tabela 17: A quantidade de desafios do Scape Book. 88

Lista de Abreviaturas e Siglas

BBC	British Broadcasting Corporation
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EUA	Estado Unidos da América
IFSul	Instituto Federal Sul-riograndense
LAM	Laboratório Virtual Multilinguagens
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
NPOR	Núcleo de Preparação de Oficiais da Reserva
OCDE	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PISA	Programa Internacional para Avaliação de Alunos
PPGEMAT	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática
RS	Rio Grande do Sul
SISU	Sistema de Seleção Unificada
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
UFPel	Universidade Federal de Pelotas

Sumário

1 Introdução 12
2 A teoria dos jogos no ensino da Matemática 21
2.1 A teoria dos jogos em sala de aula 21
2.2 Aspectos importantes do ato de jogar: da pesquisa aos registros gerados pelos alunos 27
2.3 O que se tem escrito sobre o ensino de frações 31
2.4 Conhecendo a proposta do Scape Book 40
3 Mentalidades Matemáticas 42
4 Metodologia da pesquisa 56
4.1 Definindo o tipo de pesquisa 56
4.2 Questão e objetivos 59
4.3 O local e os participantes da pesquisa 59
4.4 A produção do Scape Book 60
4.5 A aplicação do Scape Book 67
5 O processo da análise e a discussão dos resultados 86
5.1 Categoria 1: SALA DE AULA 92
5.2 Categoria 2: CASA 109
5.3 Categoria 3: ALIMENTAÇÃO 120
6 Considerações Finais 140
Referências 144
Apêndices 147
Apêndice 1 – Scape Book de Frações 148
Apêndice 2 – Termo de Autorização da Escola 149
Apêndice 3 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido 150
Apêndice 4 – Carta de Autorização – Uso das Produções 151
Apêndice 5 – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido 152

1 Introdução

Inicialmente, gostaria de começar a escrita utilizando a primeira pessoa do singular, deste modo, solicito autorização do leitor, para que neste primeiro capítulo eu possa apresentar um pouco da minha história escolar e acadêmica, descrevendo os caminhos que me levaram até o mestrado em Educação Matemática, aqui neste programa. Irei estabelecer relações deste percurso que acabam por justificar minhas escolhas.

Recordo-me de passeios na faixa etária dos 6 anos de idade, quando ingressei na 1ª série (nomenclatura em 2001) do Ensino Fundamental, além de idas e vindas para a escola. E, já nesta época, eu gostava de brincar com os números, que estavam presentes por todos os lados, em placas de promoções de estabelecimentos, nos carros, os próprios números das casas.

O interesse pela Matemática surgiu desde cedo. O desempenho também era significativamente mais alto do que nas matérias de humanas. Acredito que por isso, a partir da 5ª série, em 2005, eu acabava por gostar mais dos meus professores de Matemática, e por isso de certa forma, eles se tornaram marcantes. Sou da época em que chegava à sala de aula com cartinhas para a professora e podia, até mesmo, sentar-me na própria cadeira dela. Eu sempre gostei do ambiente escolar. Adorava estar na sala de aula. E a admiração pela figura do professor sempre existiu.

Fui o tipo de aluno que detestava atividades de pintar, recortar e de colar, além de não me familiarizar com as tarefas que exigiam ler muitos textos. Eu gostava dos números. Lembro-me de me empenhar bastante em decorar absolutamente toda a famosa tabuada de multiplicação, e o quanto eu era admirado por ter conseguido isto antes dos demais colegas. Hoje, percebo que todos os elogios que eu recebia, eram porque eu tinha muita facilidade de memorizar padrões, e não porque a Matemática era trabalhada priorizando os significados, ou então, um ensino que contemplasse a todos. Atualmente, enquanto mestrando, percebo que algumas práticas deveriam ser diferentes

para que todos tenham as mesmas oportunidades de aprendizagem. Mas esse assunto fica para os próximos capítulos. Voltemos ao meu encanto pelas exatas.

Em 2007 troquei a Escola Estadual de Ensino Fundamental Nossa Senhora das Graças, que ficava a menos de 100 metros da minha casa, pelo Colégio Municipal Pelotense, pois este tinha o Ensino Médio, e deste modo eu poderia terminar os estudos sem outras trocas futuras. Foi neste ano que conheci novas disciplinas, como por exemplo, Literatura, na qual justamente tive minha primeira reprovação em um trimestre. Fui apresentado também a Filosofia. Eu ficava um pouco confuso no começo, pois eu me saia muito bem nos testes que eram feitos. O professor utilizava alguns problemas de lógica semelhantes aos conteúdos de Introdução a Lógica, disciplina do primeiro semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), para explicar os conteúdos.

Foi em 2007 também que conheci uma das melhores professoras que tive até hoje, sem dúvidas uma inspiração a seguir. Não somente porque era de Matemática, mas pelo fato de que as aulas não eram tão padronizadas quanto as demais. Havia espaço para brincadeiras, momentos descontraídos, mesmo que o ensino fosse da maneira tradicional, além de toda sua didática incrível. Tive outros professores maravilhosos também, cada um com as suas particularidades, que acabam por ter uma parcela de participação nessa trajetória.

Durante o Ensino Médio percebi que meu desempenho e facilidade estavam presentes em Matemática, Física e Química. Nada mudou de 2001 até 2010, pois aonde os números estavam meu interesse despertava. E por ter essa facilidade, muitas vezes acabava ajudando os colegas que possuíam mais dificuldades.

Em um dia de muito sol, eu e alguns colegas passamos a tarde inteira na escola estudando para uma prova de Química, e o conteúdo exigia muita Matemática. Foi uma das primeiras vezes que atuei com um papel semelhante ao de professor, pois literalmente fui ao quadro para tirar as dúvidas dos meus amigos e explicar tudo que eu sabia. Preciso afirmar que eu já gostava de ensinar e nem percebia. Outros fatos poderiam ser destacados, mas acredito que os mais marcantes que quero enfatizar aqui neste texto para estabelecer

relações com a pesquisa a ser realizada foram vivenciados pós 2012 na UFPel, que irei relatar a seguir.

A respeito do meu ingresso na UFPel, em 2012, a Licenciatura em Matemática foi uma escolha, e não uma “falta” de opção. Logo após realizar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e fazer a minha inscrição no Processo de Seleção Unificada (SISU), a Matemática esteve sempre na primeira opção, e a segunda era a incerteza, e constantemente era alternada. Sempre uma das engenharias por saber que elas tinham muita Matemática também.

A certeza pelo curso a escolher é fruto do gosto pela Matemática em um primeiro momento, ao mesmo tempo em que a admiração pela figura do professor existiu desde cedo, como comentei anteriormente.

Preciso admitir que a engenharia sempre esteve em um plano alternativo, não exatamente porque eu queria ser um engenheiro, mas porque nas pesquisas breves realizadas no Ensino Médio, foi possível perceber que havia um grande estudo das exatas e naturalmente o salário era mais tentador. Aí ocorre naturalmente aquela “pressão”, não necessariamente da família, mas da sociedade em geral. Tu realmente vais ser professor? Eu escolhi ser.

Irei dividir minha trajetória após ingressar na UFPel nos seguintes tópicos: 1) Alistamento militar, o afastamento da graduação e um retorno confuso; 2) A troca de curso frustrada, o retorno para a licenciatura da qual eu não deveria ter saído; 3) Os projetos de ensino, pesquisa e extensão, e a gratidão por poder ter participado de cada um deles; e 4) A escolha da pós-graduação em Educação Matemática, o resultado de uma formação pautada na prática.

No final do ano de 2013, por volta do quarto semestre chegou o período do alistamento militar, apesar de estar com um desempenho adequado na Licenciatura em Matemática, e satisfeito pela escolha, após conversar com um amigo que já havia passado pelo exército, e dada minha curiosidade por essa experiência, optei pela adesão ao serviço militar. Eu estava ciente de que seriam 10 meses intensos no ano de 2014 no Núcleo de Preparação de Oficiais da Reserva (NPOR), e que possivelmente haveria a possibilidade de uma breve conciliação com a universidade, o que na prática não aconteceu. Com

toda a função do alistamento e o ingresso inicial, todo o período de 2013/2 foi perdido em relação à graduação.

Durante os primeiros meses como militar foi praticamente impossível realizar as duas coisas ao mesmo tempo. Ao longo do ano, foi possível concluir duas disciplinas. O fato é que após o final do NPOR, o retorno para a licenciatura foi coberto por diversas frustrações.

Assim, em 2015, num primeiro momento, eu estava totalmente isolado, sem a minha turma inicial, sem amigos próximos para estudar. Além disso, diversos conteúdos das disciplinas do primeiro semestre eu sequer conseguia recordar. E isso me incomodava bastante. Eu me senti totalmente perdido, cada dia da semana eu cursava uma disciplina de um semestre diferente. Eu senti que a minha graduação havia sofrido uma interrupção que não foi benéfica, e que o resultado final estava totalmente comprometido. Eu não aceitava o fato de que eu não lembrava as coisas básicas de Pré-cálculo, por exemplo, e achava que não poderia ser um bom professor por isso. Como resultado disso, optei pela troca de curso. Apesar de que “lá no fundo” eu sabia que isso não daria muito certo.

Fiz a troca de curso pelo sistema de reopção da UFPel, fui parar então na Engenharia Hídrica, em 2016. Bastaram duas semanas de aula para eu ter certeza que não devia de fato ter trocado. As aulas práticas estavam muito longe do que eu realmente queria. É verdade que no Ensino Médio eu gostava de Química, inclusive, fui aprovado para o curso de Técnico em Química no Instituto Federal Sul-riograndense – campus Pelotas (IFSul), e desisti logo no começo pois junto com a graduação estava tudo muito corrido, mas o fato é que eu não me via dentro daqueles laboratórios, como eu ainda me via sendo professor. Não estudar Matemática praticamente todo o tempo me deixava incomodado. Por fim, após dois meses decidi largar todas as disciplinas, já que nenhuma seria reaproveitada na licenciatura. Então precisei realizar o ENEM novamente, para voltar para a Matemática.

No segundo semestre da Engenharia cursei duas disciplinas na Matemática como aluno especial. Após o primeiro afastamento em 2014, este era o terceiro ano de uma série de decepções, sem um foco nos estudos devido ao fato de estar perdido: o primeiro, no exército; o segundo, quando retornei perdido e confuso, e o terceiro, na engenharia.

Logo após retornar para a Matemática através do ENEM, em 2017, tive a oportunidade de participar novamente de um projeto, desta vez de extensão. Mas antes de contar sobre este, é preciso voltar um pouco mais no tempo. O primeiro projeto havia sido no começo do curso, em 2012, quando fiz parte do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). E aqui começou uma trajetória importante na minha graduação. Costumo comentar que eu me criei dentro de laboratórios de ensino, e sempre realizando oficinas. No PIBID, os trabalhos eram realizados em uma escola estadual da cidade de Pelotas-RS, e oficinas sempre foi o grande foco. As aplicações e a coleta de dados ensinavam muito, inclusive a partir da análise de todo o processo publicou-se um livro do programa.

Além disso, havia os estudos teóricos, quando se realizaram leituras de documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Oficinas foram ministradas em diversos momentos, com diferentes objetivos e finalidades, para públicos distintos, englobando o Ensino Fundamental e a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Foi através do PIBID que eu passei a conhecer esse mundo da Educação Matemática, pois ao ingressar no curso, sequer imaginava que havia estudos e formação inicial e continuada nessa área. E foi através do PIBID também que as primeiras escritas e publicações passaram a acontecer no segundo ano de curso, ao relatar no XI Encontro Nacional de Educação Matemática (XI ENEM) uma oficina realizada em uma escola local. Já nesta época passei a perceber as potencialidades e entendia a importância de atividades práticas e lúdicas em sala de aula (CHAVES; MARTINS, 2013). Encerrando a participação no PIBID, veio a participação no capítulo de livro intitulado Pibid Matemática/UFPel: Narrativas de formação, no qual se evidencia a importância de atividades e experiências práticas para a formação do professor (PIEPER et al., 2015).

Já no Laboratório Virtual Multilinguagens (LAM), que participei tanto em 2015 quanto em 2017, as funções foram as mesmas nos dois anos que atuei, pois, o projeto deu sequência mantendo as mesmas propostas, os estudos abordando as tecnologias e as produções técnicas de vídeos didáticos se intensificaram.

No LAM, o foco era gravar vídeos para o canal oficial do projeto no YouTube, explicando o passo a passo de jogos, que poderiam ser aplicados como oficinas. Essa era a minha função como bolsista: pesquisar, confeccionar e gravar jogos destinados a alunos e professores. Aqui comecei a realizar críticas a alguns jogos. E eu tinha liberdade para isto, pois, para gravar, era preciso jogar para entender, e diversas vezes tais regras ou até mesmo a própria dinâmica do jogo, poderia ser adaptada ou melhorada, a criatividade poderia ser coloca em prática.

Outro ponto relevante deste projeto de extensão estava no incentivo à publicação de trabalhos em eventos, seja através de relatos de experiências das oficinas com os jogos que eram produzidos, ou até mesmo análise teórica desses jogos. Ou seja, havia também o incentivo à leitura e estar atento à escrita. Foi um período que gerou algumas publicações locais.

Na etapa final da graduação, em 2018, foi a vez de participar do Projeto de Pesquisa Produção de Videoaulas de Matemática com tradução em Libras – *MathLibras*, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) entre 2017 e 2019. Enquanto bolsista, inicialmente as funções consistiam em pesquisar e preparar os roteiros de aulas que seriam gravadas por professores surdos da UFPel, além de gravar os áudios destes vídeos.

Com o passar dos meses, jogos também passaram a ser confeccionados no *MathLibras*, com o objetivo de serem gravados para que professores e alunos pudessem ter acesso a outros conteúdos disponíveis no canal do YouTube. Novas ideias, parcerias e possibilidades foram surgindo, deste modo, os jogos passaram a ser aplicados em escolas públicas e privadas da cidade de Pelotas/RS, dando origem a versão do *MathLibras* na extensão, intitulado *MathLibras* – Ano 1 (2019), *MathLibras* – Ano II (2020), *MathLibras* – Ano III (2021) e *MathLibras* – Ano IV (2022).

As diversas oficinas realizadas sempre tinham além de seus objetivos principais, coletar os registros dos alunos, para que pudéssemos posteriormente realizar uma análise interna, entre Coordenadora e oficineiros (bolsistas e voluntários), sempre buscando pontos a serem melhorados para futuras aplicações, bem como escrever relatos em eventos sobre os resultados encontrados. Isso se concretizou de maneira ampla, pois tive a oportunidade

de realizar diversas publicações em eventos locais, estaduais e nacionais, voltando inclusive a participar novamente do ENEM, desta vez em 2019, na 13º edição do evento (MARTINS; GRUTZMANN; UMETSUBO, 2019).

Foi na época do *MathLibras* que fui apresentado pela minha orientadora ao Scape Room e aos livros e escritas de Jo Boaler. O primeiro refere-se a salas temáticas imersivas, contendo diversos enigmas e desafios palpáveis. O jogador é o personagem da história, e há um tempo pré-determinado para concluir tudo e conseguir escapar. No Brasil a primeira sala real foi inaugurada em 2015. Como sou apaixonado por jogos de tabuleiro como, por exemplo, War, Detetive e Interpol, que desafiam o raciocínio lógico e a competitividade entre os jogadores, logo que conheci já relatei para a coordenadora do *MathLibras*, hoje minha orientadora de mestrado, que algumas ideias já estavam surgindo na minha cabeça, e que uma pesquisa de mestrado aplicando um Scape Room no Ensino Médio poderia ser uma ótima experiência.

Após ter ingressado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEMAT) a pandemia causada pelo Corona vírus me impossibilitou de colocar em prática esta ideia. Então veio a proposta de adaptação do mesmo, o Scape Book, que vamos conhecer nos próximos capítulos. Sobre a Jo Boaler, no momento em que fui apresentado, não pude realizar grandes leituras, era a reta final de graduação, mas o assunto Neurociência me despertou grande interesse, e posteriormente se tornou um dos pilares desta pesquisa de mestrado, principalmente através de Boaler (2018, 2019, 2020), pelo fato dos livros estarem diretamente ligados a Educação Matemática. Estes assuntos serão retomados ao decorrer do texto. Agora irei finalizar este capítulo expressando minha gratidão pelas oportunidades durante a graduação.

Ser bolsista nos três pilares do Ensino Superior, ensino, pesquisa e extensão, talvez não seja um privilégio a todos e destaca-se esta trajetória acadêmica durante a graduação, para que o leitor perceba a suma importância que os projetos tiveram. Sou muito grato à maneira como estes projetos ajudaram a me manter mais próximo da minha maior paixão, a Matemática. Em diversos momentos aconteceram imprevistos, e por vezes, estes projetos, ajudaram a manter um vínculo que por vezes parecia se perder. Mas sou grato

também a riqueza da minha formação que foi muito além das disciplinas obrigatórias e atividades complementares.

As inúmeras horas pesquisando, confeccionando, gravando e aplicando jogos, que geraram publicações, me levaram até o mestrado em Educação Matemática. Não faria sentido algum a escolha por estudar a Matemática pura ou aplicada, se durante toda a minha graduação, eu estive presente dentro da sala de aula. E foi justamente nesse ambiente que vi a possibilidade de uma pesquisa, pois ainda ficaram muitas dúvidas e curiosidades pelo caminho.

Por fim, e com certo destaque, eu diria que sequer conhecia essa área do conhecimento antes de ser um universitário, lá em 2012. Ao ingressar na Licenciatura, eu imaginava que iria estudar basicamente muita Matemática. A estrutura do curso me surpreendeu, eu acreditava que iria aprender a ensinar e as áreas do ensino e educação que conheci, fui aprendendo a gostar. E virou uma paixão.

Ainda quero destacar as reações dos alunos durante as oficinas a cada descoberta. As novas estratégias abordadas, diferentes respostas para um mesmo problema, aprender a como lidar com o próprio erro e o do aluno, foram experiências que inspiram a novos estudos. Além disso, o incentivo do corpo docente da área da Educação Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da UFPel com os alunos, sempre orientando e estimulando a novas leituras e publicações, expandindo seus conhecimentos, por meio dos projetos. Mesmo com uma trajetória de muitos estudos e publicações, naturalmente nem todas as dúvidas foram respondidas.

Se hoje sou aluno do PPGEMAT, é fruto de todo profissionalismo dos professores da licenciatura que me trouxeram para essa área do conhecimento para dar continuidade a justamente estas perguntas que ainda não consegui responder. E iremos ver a seguir quais são elas, e de onde elas surgiram.

Assim, a questão da pesquisa é a seguinte: "*Quais as possibilidades e desafios do uso do Scape Book*[1] *de Frações em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental?*".

[1] O Scape Book consiste em contar uma história, mas para que o leitor possa avançar em sua leitura, desafios de raciocínio lógico precisam ser resolvidos para que tudo faça sentido.

Portanto, o objetivo geral da pesquisa é *analisar, a partir das produções dos alunos, como o Scape Book de Frações contribuiu para o entendimento do conceito de frações.*

O Scape Book foi produzido em formato de e-book, dividido em cinco blocos. A dinâmica consiste em passear por dois brinquedos, coletar informações referentes aos conteúdos de matemática específicos de cada bloco, para concluir o desafio final, no terceiro brinquedo. Ao concluir, o estudante está apto a seguir em frente, podendo explorar o restante do Connect Park.

O texto está estruturado em seis capítulos, referências e apêndices. O capítulo 2 apresenta estudos referentes à teoria dos jogos no ensino de Matemática. Apoiamo-nos em Huizinga (2019) além de outros autores para podermos entender as relações do jogo como elemento da cultura humana bem como compreender diferentes definições para o mesmo termo.

O capítulo 3 perpassa três obras de Jo Boaler (2018; 2019; 2020), que abordam estudos da Neurociência recentemente aplicados à Educação Matemática. Além da importância da atuação de pais e professores na busca pela desmistificação de que a Matemática é para poucos e de trabalhar a Matemática de maneira criativa e aberta, através do incentivo diário com os alunos.

O capítulo 4 aborda a metodologia, no qual se define o tipo de pesquisa, a questão e os objetivos, bem como o local e os participantes, e, por fim, a produção de dados e os encontros realizados, incluindo o processo de produção do *Scape Book de Frações*.

Por fim, no capítulo 5 a análise das produções dos estudantes é feita nos baseando no método da análise de conteúdo de Bardin (2016), para observar o avanço que os alunos obtiveram ao longo da pesquisa.

No capítulo 6 são apresentadas as considerações finais e, na sequência, as referências e os apêndices.

2 A teoria dos jogos no ensino da Matemática

Neste capítulo são apresentados estudos referentes à teoria dos jogos no ensino de Matemática. Inicialmente, no item 2.1 é na teoria de Huizinga (2019) que nos apoiamos para entender como o jogo se construiu ao longo das civilizações. Na sequência é feita uma relação entre conceitos de diferentes autores, como Grando (2004) e Carmo e Marco (2018) para este mesmo termo.

No item 2.2 são apresentados os aspectos importantes do ato de jogar: da pesquisa aos registros gerados pelos alunos, apresentando o antes, o durante e o depois de jogar.

O item 2.3 apresenta o Estado do Conhecimento, que buscou por pesquisas próximas a que será apresentada ao longo deste texto. Durante as leituras o foco principal estava nas metodologias que outros professores já utilizaram para o ensino de frações, como ponto de partida para a criação do Scape Book. Na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, local da primeira pesquisa, ainda não se tinha determinado o uso da neurociência, por isso o termo não foi incluído nas buscas.

Por fim, uma breve ideia do que é o Scape Book é apresentada no item 2.4, sendo que a construção do mesmo será descrita no capítulo 4.

2.1 A teoria dos jogos em sala de aula

Os primeiros estudos teóricos apresentados nesta pesquisa são justamente sobre o jogo, que além de estudado durante a graduação em Licenciatura em Matemática, foi abordado no PPGEMAT como uma das Tendências em Educação Matemática.

Percebeu-se que era necessário investigar aonde o conceito começou a ganhar forma. Se tal prática remete ao instinto natural do ser humano com o passar do tempo, ou se pode ser visto como uma teoria criada por uma determinada área do conhecimento, por exemplo.

Discorreremos sobre Huizinga (2019), que apresenta, reúne e interpreta um dos elementos fundamentais da cultura humana: o instinto do jogo. Ainda faremos uma relação sobre o conceito da palavra jogo na visão de autores que concordam com Huizinga (2019), como Grando (2004) e Carmo e Marco (2018).

Diante de uma graduação repleta de experiências em sala de aula e, por consequência disso, publicações em eventos da área de Educação Matemática, durante esse período surgiu a necessidade de apropriar-se dessas teorias e escritos que corroboram com tais práticas, para então apresentar os resultados fundamentados. É verdade que na prática, devido às inúmeras responsabilidades presentes em um curso de ensino superior, em dados momentos o aprofundamento teórico necessário nem sempre é feito. Daí surge o interesse em estudar com profundidade o máximo possível de aspectos importantes sobre a teoria dos jogos e, ainda, sua aplicação em sala de aula. Começaremos com o que dizem as obras que citam o conceito de jogo sendo formado nos povos antigos.

Huizinga (2019) em sua obra intitulada *Homo Ludens: O jogo como Elemento da Cultura*, descreve estar convicto de que é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve. Deste modo, procura analisar o jogo como um fenômeno cultural e não biológico, sendo estudado em uma perspectiva histórica, e não propriamente científica com o objetivo de integrar o conceito de jogo ao de cultura, além de destacar a importância fundamental do fator lúdico para a civilização. A obra é considerada por muitos como a “bíblia dos jogos” tendo sua primeira versão sido escrita em 1938.

Segundo Huizinga (2019), que é historiador e linguista inglês, o jogo é mais antigo do que a cultura, e a maneira como o autor constrói seus argumentos para dar propriedade a tal afirmação, tornam-se interessante objeto de estudo. Ele utiliza do fato de que os próprios animais já brincavam, sem a necessidade de o homem lhes ensinar ou conduzi-los a tal. Utilizou-se o termo brincar, e não jogar, para ser fiel a obra. Pois é destacado que em muitos países não há distinção entre as duas palavras, o que no Brasil, pode acontecer de maneira clara. Deste modo, em certos momentos, os termos aqui podem variar, porém acabam por ter a mesma finalidade de expressão.

Voltando aos animais e a relação apresentada pelo autor, encontramos a

seguinte afirmação:

> Como a realidade do jogo ultrapassa a esfera da vida humana, é impossível que tenha seu fundamento em qualquer elemento racional, pois nesse caso, limitar-se-ia à humanidade. A existência do jogo não está ligada a qualquer grau determinado de civilização, ou a qualquer concepção de universo. Todo ser pensante é capaz de entender à primeira vista que o jogo possui uma realidade autônoma, mesmo que sua língua não possua um termo geral capaz de defini-lo. A existência do jogo é inegável. É possível negar, se se quiser, quase todas as abstrações: a justiça, a beleza, a verdade, o bem, espírito, Deus. É possível negar-se a seriedade, mas não o jogo (HUIZINGA, 2019, p. 4).

Podemos perceber através do exemplo dos animais e de algumas das ideias principais apresentadas acima, que o jogo é entendido como um elemento dado, existente antes da própria cultura. E os estudos direcionam para compreender este como função social. E a maneira como as diferentes atividades estão interligadas e se formalizaram através de jogos.

Procurava-se atentamente durante estes estudos, através de sínteses, compreender então, na visão de Huizinga (2019), qual a definição formal de jogo, e quais os elementos essenciais que seriam destacados por este autor. Pois assim, poderíamos começar a estruturar e estabelecer relações diretas com a pesquisa, ou seja, com a área da Educação Matemática, caso fosse realmente válido. Deste modo, vale destacar que:

> O jogo é uma função do ser vivo, mas não é passível de definição exata em termos lógicos, biológicos ou estéticos. O conceito de jogo deve permanecer distinto de todas as outras formas de pensamento através das quais exprimimos a estrutura da vida espiritual e social. Teremos, portanto, de limitar-nos a descrever suas principais características (HUIZINGA, 2019, p. 8-9).

Assim, o conceito de jogo na verdade é visto através de características. Estas serão destacadas a seguir, apresentadas conforme o autor define cada uma delas, e logo após, espera-se poder realizar uma ligação com os jogos utilizados no ensino de Matemática, e jogos em geral para a educação.

A primeira característica formal apresentada refere-se ao "fato de ser livre, de ser ele próprio liberdade" (HUIZINGA, 2019, p. 10). O autor relata que o jogo precisa ser visto como uma atividade voluntária, ou seja, podemos entender como algo que não deve ser forçado, ou que dentre suas etapas, o jogador não se sinta pressionado, ou não se sinta livre em suas atitudes. Ainda, "as crianças e os animais brincam porque se divertem, e é precisamente em tal

fato que reside sua liberdade" (HUIZINGA, 2019, p. 9), podendo o jogo ser terminado ou suspenso a qualquer momento após o seu começo.

Ao trazer essa característica e interpretando-a para a área da Educação Matemática, compreendemos que o fator essencial que irá fazer com que o aluno jogue espontaneamente, sem que seja uma atividade forçada em sala de aula, e tenha um caráter livre, consiste no interesse próprio do aluno por aquilo, que deve ser despertado de diferentes maneiras pelo professor. Porém, existem diversos fatores que podem fazer com que um jogo com conteúdos de Matemática torne-se atrativo, divertido, e por consequência disso, desperte a curiosidade do aluno, para que jogue sem que seja pressionado.

A segunda característica diz que o jogo não é vida "corrente" nem vida "real". Huizinga (2019) utiliza os termos "fazer de conta" e "só brincando". Neste momento, uma discussão pertinente é levantada, quando aborda o fator seriedade que contrasta com o jogo. É possível afirmar que mesmo estando neste universo paralelo, o jogo possui total seriedade dos jogadores, pois há um objetivo em que todos querem chegar: todos querem vencer. Deste modo, percebe-se que a realidade durante o jogo não é a vida real antes mencionada, mas isso não prediz que o que está sendo realizado, necessariamente não possui seriedade, ou que não deve ser encarado dessa maneira.

Esta é uma característica que levanta uma discussão importante quando o professor procura abordar os jogos com conteúdo de matemática em sala de aula. Como torná-lo de fato produtivo, interessante e sério ao mesmo tempo? Nem todos os tipos de jogos conseguem despertar a imaginação do aluno, "tirá-lo da vida real", inseri-lo em um cenário temporário. Ao mesmo tempo, sem parecer com que tudo isso seja apenas um "joguinho" ou um "passatempo", deixando claro que as suas estratégias e atitudes próprias definem a chegada ao êxito.

Este cenário “paralelo” e a maneira de diferenciá-lo da vida comum resultam na terceira característica citada: seu isolamento, sua limitação (HUIZINGA, 2019, p. 11). Limitação no sentido de espaço e tempo, enfatizando que o jogo precisa ser jogado até o fim. Um aspecto importante mencionado, diz que “mesmo após ter chegado ao fim, ele permanece como uma criação nova do espírito, um tesouro a ser conservado pela memória” (HUIZINGA, 2019, p. 12). Essa conservação pode ser um fator importante quando

buscamos interpretá-lo no campo da Educação Matemática. Ao trabalharmos com os conteúdos, em nada estaríamos mudando as nossas práticas se os jogos forem meras reproduções de exercícios disfarçadas de jogos, por meio de tabuleiros “estáticos” sem dinâmica, com questões fechadas. É preciso que as propostas levem ao aluno ao pensamento profundo, porém, estas questões serão abordadas nos capítulos seguintes.

Outra qualidade importante elencada é a repetição. Diante de diversas experiências em sala de aula com oficinas desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até a Educação de Jovens e Adultos, entende-se que na primeira vez que os alunos jogam, podem encontrar dificuldades diversas, que variam desde os conceitos abordados até mesmo a própria dinâmica e melhores caminhos e estratégias que devem ser seguidos para vencer. Deste modo, muitas vezes, ao repetir o jogo, pode acontecer que um jogador esteja mais adaptado a situação, melhorando consideravelmente o seu desempenho. A respeito da repetição, Huizinga (2019) nos diz que esta é uma das qualidades mais fundamentais.

Outra característica do jogo, a quarta aqui mencionada, é dita como uma das mais positivas: “ele cria ordem e é ordem” e ainda “exige uma ordem suprema e absoluta: a menor desobediência a ela ‘estraga o jogo’”. (HUIZINGA, 2019, p. 12). O autor descreve essa ordem como uma das belezas do jogo, atribuindo a estética que ele possui. Outra afirmação importante nos diz que “o jogo vincula e desprende. Fascina. Ele conjura, quer dizer, cativa. Está investido das duas qualidades mais nobres que somos capazes de ver nas coisas: o ritmo e a harmonia” (HUIZINGA, 2019, p. 13).

Como então identificar esses elementos quando procuramos levá-los para a área da Educação Matemática? As etapas do jogo precisam estar conexas, isto é, entendemos que deve haver ligações entre todas as ações no jogo, que as atitudes e tomadas de ideias, tenham interferência direta na etapa seguinte e num possível resultado final. Deste modo, entende-se estar mais perto de deixar o aluno cativado, vinculado ao jogo, pois tudo deve estar entrelaçado fazendo mais sentido, havendo harmonia.

Chegamos então às regras do jogo. Esta característica será retomada no item 2.2, que descreve os aspectos importantes do ato de jogar. Aqui, para Huizinga (2019), todo jogo tem suas regras. “São elas que determinam aquilo

que ‘vale’ dentro do mundo temporário por ele circunscrito. As regras de todos os jogos são absolutas e não permitem discussão” (HUIZINGA, 2019, p. 13).

Caso estas regras sejam quebradas, precisamos voltar a primeira característica, e lembrar que ela nos diz que o jogo “não é vida real”, ou seja, podemos compreender o momento como um cenário paralelo que deve ser vivenciado, logo, quebrando as regras “todo o mundo do jogo entra em colapso, no caso, este cenário paralelo. O jogo acaba: o apito do árbitro quebra o feitiço e a vida ‘real’ recomeça” (HUIZINGA, 2019, p. 13).

Além disso, o autor descreve a diferença entre o “desmancha prazeres” e o trapaceiro (HUIZINGA, 2019, p. 14). Afirma que o “desmancha prazeres” seria aquele que não age de má fé, mas que acaba por desrespeitar as regras, já o segundo, não encara o momento com seriedade. Deste modo, suas atitudes acabam por abalar o mundo do próprio jogo.

Visto que a definição de jogo na visão de Huizinga (2019) acaba por ser descrita através de características o próprio autor as resume como:

> [...] uma atividade livre, conscientemente tomada como ‘não séria’ e exterior a vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter lucro, praticada dentro de limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras. Promove a formação de grupos sociais com tendências a redearem-se de segredo e a sublinharem sua diferença em relação ao resto do mundo por meio de disfarces ou outros meios semelhantes. (HUIZINGA, 2019, p. 16).

Em busca de leituras complementares procurou-se entender de que maneira outros autores abordavam este conceito, ou seja, de que modo se alinhavam a maneira de pensar de Huizinga. As considerações a seguir complementam definição de jogo no contexto social e filosófico.

Inicialmente apresentamos o que nos diz Grando (2004). Para a autora o conceito de jogo vai além daquele material concreto que utilizamos em sala de aula. Esta denomina o ato de jogar como atividade lúdica. E, além disso, faz diversas atribuições históricas como, por exemplo, ao fato de as atividades lúdicas serem inerentes ao ser humano e que cada grupo étnico apresenta sua forma particular de “ludicidade”, no qual o jogo se apresenta como objeto cultural.

Ainda segundo Grando (2004), o prazer que as próprias atividades podem oferecer ligadas a necessidade do homem em desenvolver atividades lúdicas, são os fatores que determinam a criação de jogos e brincadeiras.

Com relação à definição do termo jogo, é preciso entender essas perspectivas para chegarmos à compreensão do significado, que podem ser filosóficas, históricas, pedagógicas, psicanalista e psicológica.

Na visão de Huizinga (1990 *apud* GRANDO, 2004) o jogo faz parte da cultura e gera a própria cultura. Para este, é uma atividade livre, capaz de mobilizar o jogador de maneira intensa, podendo então categorizar o jogo como muitas das manifestações humanas.

Segundo Carmo e Marco (2018) o jogo se caracteriza como a ação lúdica envolvendo situações estruturadas pelo próprio tipo de material que tem regras externas definidas, por exemplo, o jogo Banco Imobiliário[2].

Carmo e Marco (2018) afirmam que o contexto histórico da abordagem de jogos traz a ideia de que esses são uma atividade especial da criança, uma atividade histórica e social. O jogo ocupa um lugar no manifesto da própria atividade humana enquanto criança. Carmo e Marco (2018, p. 14) ainda afirmam que o jogo é a principal forma de a criança vivenciar o seu processo de humanização. Mas é preciso levar em consideração que o jogo não está afastando a criança do mundo real, e sim uma forma de apropriação desse mundo.

2.2 Aspectos importantes do ato de jogar: da pesquisa aos registros gerados pelos alunos

Durante a participação nos projetos já mencionados, percebeu-se que a aplicação de um jogo, no formato de oficina, vai muito além de simplesmente imprimir o material, dividir os alunos em grupos e aplicar/desenvolver em sala de aula a proposta. O processo completo é muito trabalhoso, porém gratificante, especialmente quando se tem êxito.

[2] Banco Imobiliário é um jogo de tabuleiro, lançado pela Estrela. O jogo consiste na compra e venda de propriedades, sendo o vencedor aquele que tiver mais propriedades compradas em mãos.

Ao término da leitura deste item, espera-se que o leitor tenha um guia inicial de todas as etapas importantes e necessárias para aplicar um jogo. Estamos falando desde o momento em que o professor chega à conclusão que irá utilizar um jogo em sala de aula, passando pela realização de fato até o registro gerado pelos alunos. Deste modo, o subcapítulo está dividido da seguinte forma:

a) Antes da aplicação;
b) Durante a aplicação;
c) Após a aplicação.

Antes da aplicação, o professor precisa inicialmente ter de maneira muito clara para si mesmo qual é o objetivo no processo de ensino e aprendizagem que ele busca. Este é o ponto de partida para encontrar o melhor jogo. É preciso definir se o jogo será para introduzir um novo conteúdo, para reforçar algo que já foi visto, ou ainda para ampliar e aprofundar os conhecimentos. Tendo isto claro, é possível definir o grau de dificuldade levando em consideração a realidade da sua turma.

Pode ser que o professor queira também trazer uma atividade diferente para seus alunos, para tornar o ensino mais divertido e atraente. Neste caso, é preciso estar atento a dinâmica do jogo e o público alvo. Jogos de sorte ou que pouco exige uma estratégia mais elaborada em suas etapas podem desinteressar os alunos em poucas rodadas.

A pesquisa pelo jogo não significa que aquele encontrado deve ser necessariamente seguido “à risca”. Pois cada turma possui uma realidade diferente. A criatividade e autonomia para adaptar e modificar devem estar presentes sempre.

Além disso, o professor precisa organizar-se de acordo com o tempo de aplicação. Para que o jogo não extrapole o tempo máximo da aula. E ainda, é indispensável realizar rodadas testes antes de aplicar com os alunos. Um bom planejamento evita que o professor seja questionado sobre uma regra que ele desconhecia, sobre uma possibilidade de exploração que ele mesmo não testou. Conhecer o material muito bem é fundamental.

Durante a aplicação, como vimos anteriormente em Huizinga (2019) é preciso que as regras estejam bem definidas e claras. Elas não podem ser

quebradas. Portanto, os alunos devem estar cientes do comprometimento que todos devem ter para que possam aproveitar o momento da melhor maneira possível.

Outro ponto importante que não pode gerar dúvidas é o como jogar. O aluno precisa ter o seu posicionamento sem que ninguém lhe tire o direito de chegar as suas próprias conclusões. As dificuldades e os erros devem existir, e a partir destes novos questionamentos devem surgir para se chegar ao resultado satisfatório. Ao se deparar com uma situação na qual um estudante não consiga resolver, ele tem a possibilidade de receber alternativas tanto dos colegas quanto do professor.

Se antes da aplicação o professor realizou rodadas teste para conhecer o jogo, com os alunos não deve ser diferente. O mesmo procedimento pode ser realizado para que os alunos explorem o material inicialmente.

Após a aplicação, os registros são uma ferramenta importante para o professor, pois permite realizar uma análise em um momento posterior. Mas este tem que ser diferente de uma prova, é preciso que tanto o jogo quanto os registros priorizem o caminho percorrido pelo aluno. De acordo com Smole, Diniz e Milani (2007, p. 18), “[...] após jogarem, os alunos podem ser convidados a escrever ou desenhar sobre o jogo, manifestando suas aprendizagens, suas dúvidas, suas opiniões e suas impressões sobre a ação vivenciada”.

Corroboramos com as autoras, a partir das práticas vivenciadas nos projetos da UFPel, conforme descrito anteriormente. São diversos os benefícios de um registro se olharmos tanto na perspectiva do aluno quanto do professor.

Para o aluno é o momento de autorreflexão a respeito da sua aprendizagem, da organização do pensamento para expor sua opinião em público. Além disso, foi possível perceber que ao preencherem esses registros, novas dúvidas acabavam surgindo, desafiando o aluno a pensar cuidadosamente sobre as etapas do que foi realizado, para descrever corretamente.

Para o professor as potencialidades e análises desses registros geram resultados amplos. Na formação inicial, enquanto acadêmico, os registros oriundos de oficinas aplicadas serviram em diversos momentos como suporte

para publicações em eventos da área da Educação Matemática, quando se relatou tais experiências, por exemplo.

Os registros “são instrumentos importantes de avaliação de aprendizagem” (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 19). Estas análises servem para evidenciar os pontos positivos do jogo proposto, bem como adaptar, reorganizar os pontos negativos, sejam estes relativos a qualquer um dos aspectos importantes, como dinâmica, regras, tempo de aplicação, diversão. Esta discussão é fundamental visto que encontramos em uma das formas de organizar e produzir os registros de uma das etapas desta pesquisa. Trata-se de uma lista de sugestões para ter sucesso no jogo, ou para indicar como superar determinados obstáculos.

Acreditamos que esse tipo de abordagem, em formato de escrita livre, permite ao aluno dissertar sem barreiras os caminhos que o levaram a avançar no jogo e mais ainda, a indicar ao próximo o que não fazer, com base nas suas experiências que não deram certo.

Outro aspecto importante fala sobre a função de socialização do jogo é dado pela importância da interação entre os alunos, gerando discussões com seus pares, desenvolvendo potencial de participação, cooperação, respeito mútuo e crítica (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007). Tal afirmação é evidenciada e já experimentada na prática através do que foi descrito na introdução deste projeto de dissertação. Em uma das oficinas aplicadas, intitulada “Trilha das operações” cujo material concreto consistiu de um tabuleiro, dados e baralhos, foi possível perceber que mesmo estando em uma competição, na qual haveria apenas um vencedor, os alunos acabavam por ajudar os seus colegas quando estes não conseguiam resolver tais desafios para avançar no jogo, mesmo cientes de intervindo e colaborando com o colega este poderia até mesmo lhe ultrapassar na corrida.

Ainda segundo estas autoras a criança “sozinha poderá dizer e fazer o que quiser pelo prazer e pela contingência do momento; porém em grupo, diante de outras pessoas, sentirá a necessidade de pensar naquilo que dirá, que fará, para que possa ser compreendida” (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 11), o que proporciona organização das ideias.

Por fim, utilizar desta metodologia de ensino não é a garantia de resultados satisfatórios. Diante de todos os aspectos analisados, é preciso

destacar que para que objetivos possam ser alcançados o diferencial está na atuação do professor, independentemente de este ser o mediador ou não durante tal jogo.

Desde a escolha até análise final do jogo, o papel do professor é fundamental. Pois assim como a Matemática da forma tradicional, somente por meio de algoritmos não alcança resultados considerados adequados, pois depende da maneira como o professor trabalha em sala de aula, com os jogos a regra é a mesma. Deste modo acreditamos que ambas as abordagens podem levar ao caminho do êxito, porém os jogos e atividades lúdicas acabam por contemplar um público maior em sala de aula, que naturalmente possui maiores dificuldades com as exatas.

2.3 O que se tem escrito sobre o ensino de frações

O Estado do Conhecimento foi realizado inicialmente na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Segundo Morosini e Fernandes (2014, p. 155) o estado do conhecimento

> [..] é identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica. Uma característica a destacar é a sua contribuição para a presença do novo na monografia.

Deste modo, é possível afirmar que o objetivo desta etapa consiste em criar um mapeamento de pesquisas, teses e dissertações para diversos fins que serão relacionados a seguir. Morosini e Fernandes (2014) ainda afirmam que se faz necessária a identificação da temática da tese ou da dissertação, com clarificação da pergunta de partida, e das palavras-chave ligadas ao tema.

As palavras-chave destacadas foram também objeto de estudo na disciplina de Seminário de Pesquisa do PPGEMAT. Este tema recebe ênfase por diversos motivos, como por exemplo, o resultado final do próprio Estado do Conhecimento, visto que quanto mais adequadas forem as escolhas, mais próximas da sua pesquisa os resultados serão, podendo assim estabelecer relações diretas e indiretas com tais autores, utilizar de seus conhecimentos como base de ponto de partida em alguns aspectos.

Além disso, realizam-se exercícios de identificação destas palavras em resumos e textos, e análise das mesmas procurando entender se estão de acordo com a ideia do pesquisador, para que no momento de definir as próprias palavras-chave, estas sejam feitas de maneira correta.

Deste modo, a primeira etapa consistiu em definir as palavras-chave, para realizar as buscas de maneira que pudéssemos ter uma visão geral da quantidade de pesquisas já realizadas somente com a palavra fração, tema principal. Logo após, filtrando para trabalhos mais próximos do que esperávamos, ampliamos para fração–matemática, na qual o número encontrado ainda era considerado alto. Em seguida, delimitados essa última busca para o período dos últimos dez anos, compreendido entre 2010 e 2020. Por fim, buscamos por fração-matemática-jogo, sem delimitação temporal. Salientamos que nesta primeira busca a palavra neurociência não foi utilizada pois não havia sido incorporada a estrutura da pesquisa.

A seguir vamos observar a Tabela 1 que apresenta detalhadamente os números obtidos nos resultados.

Tabela 1: Trabalhos selecionados.

Palavras-Chave	Textos Encontrados	Delimitação de tempo	Textos Selecionados
Fração	8544	-	-
Fração – Matemática	471	-	-
Fração – Matemática	306	2010 a 2020	20
Fração – Matemática – Jogo	2	-	1

Fonte: BDTD, pesquisa realizada em 17 set. 2020.

Será que realmente só existem na BDTD dois trabalhos cuja prática adotada por tal pesquisadores envolve o conteúdo de Frações e como metodologia de ensino os jogos? É um questionamento pertinente, quando se faz uma análise da importância das palavras-chave. Analisando, percebemos que ao estabelecer a delimitação de tempo na segunda busca, os trabalhos em sua maioria correspondem aos últimos 10 anos, sendo assim pesquisas atuais, totalizando 306. Como não necessariamente pode haver a palavra-chave nos títulos dos trabalhos, mas este recurso estar presente na metodologia foi feita uma análise desses 306 textos a partir da leitura dos títulos, inicialmente. Desta etapa foram selecionados 20 trabalhos.

Na leitura resumida destes 20 textos buscou-se analisar a metodologia aplicada, como a prática em sala de aula foi realizada. Ainda, se os materiais já são utilizados por outros professores, se consistem de ideias novas, criações ou adaptações. Procurou-se entender se o autor, em termos de material didático/concreto/lúdico, produzirá algo novo e relevante, uma aspiração à parte do pesquisador.

Não há um número máximo ou mínimo de pesquisas a serem adotadas para que a leitura completa seja realizada; os caminhos, necessidades e interesses do pesquisador vão moldando essa etapa. Visto que a metodologia a ser aplicada resultará em um material considerado novo, realizar a leitura do máximo de trabalhos possíveis irá contribuir também para novas ideias e estratégias, da melhor maneira de abordagem.

E como este “novo” estava em fase de construção, entender como pesquisadores realizaram a coleta e análise de dados, permitiu criar algo que já favoreça essas ideias, ou seja, muitas vezes é preciso criar registros, questionários, gravar as aplicações, utilizar o diário de campo. Então, ao estudar o máximo de possibilidades possíveis, surgiu um novo desafio, de criar um jogo no qual o desempenho do aluno ficasse registrado ali mesmo, sem a necessidade de aplicação de questionários ou avaliações para consolidar a compreensão dos conteúdos.

Observando ainda a Tabela 1, é possível perceber que existem na BDTD apenas dois trabalhos com as três palavras-chave que foram definidas e um destes foi encontrado na mesma busca por Fração-Matemática, logo ao todo foram estudados 21 trabalhos.

Como citado anteriormente, nesta etapa do Estado do Conhecimento, buscou-se analisar a metodologia das pesquisas selecionadas, deste modo, de todos os textos selecionados no primeiro momento, apenas dois deles foram considerados para discutir, interpretar e avaliar, pois percebeu-se que metodologicamente estavam mais alinhados com as perspectivas desta pesquisa, ou seja, utilizavam práticas que poderiam trazer novas ideias para a criação do *Scape Book*. As primeiras considerações serão feitas sobre a dissertação de Adevanilde Batagin Martins Ribeiro, intitulada *As frações que o ladrilhamento revela*. Anteriormente citou-se o interesse em produzir um material didático novo que naturalmente gera resultados antes não percorridos.

Essa ideia de esperar por resultados antes não conhecidos, não tabelados, baseados nas experiências dos alunos, concorda com Ribeiro (2013, p. 79), quando afirma que:

> [...] o intuito de abordamos o assunto, frações ordinárias, de modo diferenciado, levarnos-á, possivelmente, a uma atividade inédita, cumprindo o papel de colocar todos os alunos numa situação experimental, compartilhada. Essa atividade inédita consiste em trilhar um caminho novo, diferente, o quanto possível das situações de vivências que foram empregadas e apontadas pelos professores, nas séries anteriores, a partir dessas considerações, optamos pelo ladrilhamento.

Antes de apresentar sua metodologia em sala de aula e a série de atividades, Ribeiro (2013) analisou as potencialidades e desafios de outros materiais, como o Cuisinaire e o Tangram, relatando que apesar de serem muito utilizados em sala de aula, estes não contemplam discussões fundamentais, como o conceito de parte-todo. (RIBEIRO, 2013). Em sua pesquisa optou por aplicar o Ladrilhamento além do Jogo Pentaminós que consolidam a parte lúdica. É possível perceber, nos diversos momentos com as turmas, os resultados diferentes para mesmas perguntas, o que se mostra motivador quando estamos em uma pesquisa qualitativa. Os resultados encontrados através de comentários gerais dos alunos mostram que as frações foram vistas de um modo diferente, já enquanto professor percebeu que cada aluno ao seu modo experimentou situações de sucesso e crescimento (RIBEIRO, 2013).

A segunda dissertação selecionada é de Paulo Cesar dos Santos, intitulada *Uso do Material Concreto: Um fator facilitador da ensinagem de Frações com alunos da 5ª Série*. A própria questão de pesquisa chamou a atenção convidando a realizar a leitura na íntegra do texto, pois possui relação direta com a utilização do lúdico e do material concreto no processo de ensino aprendizagem no ensino de frações. Utilizou em sua prática, materiais bem conhecidos como os Blocos Fracionários e os Discos de Fração. Alguns referenciais teóricos chamaram a atenção, pois durante a graduação o autor já havia realizado a leitura dos mesmos, como os PCN, por exemplo.

Santos (2010) destaca qual o lugar do material concreto na aprendizagem, uma abordagem interessante, pois faz ressalvas da necessidade de o professor preparar aulas diferenciadas, justamente um dos

focos desta pesquisa. Ainda, demonstra preocupação com a aprendizagem dos alunos através de momentos descontraídos, com diversão, brincadeiras, raciocínio, investigação e tomada de ideias para concluir etapas, chegando assim aos resultados satisfatórios.

Destaca, também, a importância de o público alvo ter um bom conhecimento prévio e ainda, dependendo da característica do jogo, a necessidade de já terem conhecimento dos conceitos a serem abordados, pois deste modo, mesmo que a atividade possua uma dinâmica interessante e atraia o aluno, ele não pode esbarrar na falta de conhecimentos prévios para realização do mesmo.

Santos (2010) destacou, ainda, sobre o momento em que a atividade será aplicada, na introdução, fixação ou aprofundamento de determinado conteúdo, devendo o professor ter clareza do que pretende em cada caso. Ao abordar a resolução de problemas como metodologia faz ressalvas importantes, como por exemplo, a maneira que os alunos passam a receber o conhecimento. E o fato de que na atividade o professor não pode ser somente um aplicador, deve ser o mediador no processor de ensino aprendizagem.

Após a primeira busca na BDTD optou-se por realizar uma busca em alguns eventos importantes na área da Educação Matemática. Nesta busca, além dos termos já utilizados, acrescentou-se o termo Neurociência, pois o assunto já havia sido incluído como referencial teórico da pesquisa, fazendo jus a sua inserção nas buscas.

A seguir serão apresentados os resultados encontrados em três eventos da área de Educação Matemática. O Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM) nos anos de 2017, 2018 e 2019, o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) de 2019, e o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) de 2015 e 2018.

Para o EBRAPEM, os descritores, total de trabalhos encontrados e ainda os selecionados através da leitura do título e resumo constam na Tabela 2.

Tabela 2: Resultados no EBRAPEM.

Palavras-Chave	Edição do evento: XXI, em 2017	Edição do evento: XXII, em 2018	Edição do evento: XXIII, em 2019	Total de trabalhos selecionados
Jogo	5	7	11	0
Fração	1	0	1	1
Frações	0	5	2	2
Neurociência	0	1	0	1
Total	6	13	14	4

Fonte: Sites dos eventos.

Os dois primeiros artigos selecionados são da mesma autora (Souza, 2018; 2019), e relatam as fases da sua pesquisa, em desenvolvimento e em conclusão, respectivamente. Como o primeiro deles chamou a atenção do pesquisador, naturalmente o interesse pelo segundo, com ênfase na aplicação das atividades também precisou ser considerado. Em leitura prévia, percebeu-se o foco na equivalência de frações, um dos assuntos que nesta etapa já estavam previamente definidos. A autora cita também a importância das diferentes representações para um mesmo objeto, alinhando-se a abordagem multidimensional que já mencionamos. Na metodologia do seu trabalho, percebeu-se a utilização de materiais que já eram de conhecimento do pesquisador, como o Tangram, pizzas em E.V.A., dentre outros. “Segundo as autoras, esse material pode ser utilizado para introduzir o conceito de frações como parte/todo, frações equivalentes, comparação de frações e operações básicas com frações (BALDIN; MARTINS; SILVA, 2017 *apud* SOUZA 2019, p. 7). Esse era o olhar mais importante na leitura destes trabalhos, como apresentar os conceitos de frações, no Scape Book, partindo da situação em um parque de diversões.

Já o terceiro foi um texto importante pois o autor trouxe com clareza os múltiplos empregos dos números racionais em sua representação fracionária, ou seja, a fração como medida, como quociente de números inteiros ou como divisão indicada, fração como razão, fração como operador multiplicativo e probabilidade. Durante a organização do Scape Book, em virtude do tempo de conclusão e da demanda dos desenhos próprios que foram produzidos, ficou claro que nem todas as representações poderiam ser abordadas. Foi então que

optamos por focar na ideia de parte todo. Além disso, na aplicação das atividades, o autor priorizou algumas práticas que serviram de modelo para algumas criações do Scape Book, quando cita que

> Ao longo de cada encontro, priorizou-se, num primeiro momento, que as atividades fossem desenvolvidas pelos alunos, sem nenhum tipo de ajuda ou intervenção do professor. Depois disso, passou-se às discussões em grande grupo, momento no qual cada um pode expressar suas ideias e considerações. (SILVA, 2017, p. 6).

Cada atividade proposta de fato propiciava ao aluno essa construção própria no primeiro momento. Portanto, para os textos selecionados do EBRAPEM nos anos de 2017, 2018 e 2019, podemos perceber que as contribuições foram importantes para filtrar melhor os conteúdos do Scape Book, em como planejar as atividades, como apresentar os conteúdos e ainda a percepção de quais materiais estavam sendo utilizados no ensino de frações, para verificar se alguns poderiam ser reproduzidos, utilizados como inspiração para criações, ou até mesmo, não considerando as ideias, por terem abordagens mais usuais.

Por fim, o quarto texto selecionado logo chamou a atenção do pesquisador porque indica ao leitor que irá apresentar como o professor de matemática pode utilizar das contribuições da neurociência para potencializar o ensino-aprendizagem, ou seja, conhecer o funcionamento do cérebro é importante para propor métodos aos alunos que podem facilitar a aquisição de novos conceitos. A autora faz afirmações importantes, que partem das suas questões de pesquisa, refletindo por exemplo, sobre a necessidade de haver formação continuada de professores com ênfase na neurociência cognitiva.

Para propor um Scape Book capaz de fazer com que os alunos percebam a matemática com um olhar diferente, sejam criativos, e possam expressar as suas próprias conclusões, já utilizamos ao longo desta pesquisa os conhecimentos principais de Boaler (2020) porém essa reflexão de como o cérebro aprende proposta por Toledo nos fez refletir ainda do quanto se tem para aprender sobre neurociência, e o quanto esta área do conhecimento pode e deve cada vez mais fazer parte da vida dos professores. Por ser um texto que explora a pesquisa de doutorado de Toledo antes da aplicação, metodologicamente não tivemos informações sobre as estratégias que ela

utilizou, porém, os conhecimentos teóricos se tornaram essenciais para o andamento da referente pesquisa.

Na Tabela 3 temos os dados do XIII ENEM, de 2019, no qual foram dois trabalhos selecionados.

Tabela 3: Resultados no XIII ENEM.

Palavras-Chave	Edição do evento: XIII em 2019	Total de trabalhos selecionados
Jogo	78	2
Fração	0	0
Frações	1	0
Neurociência	3	0
Total	82	2

Fonte: Site do evento.

O primeiro texto selecionado intitulado "*Trabalhando adição e subtração com jogos de bolinhas de gude (bolitas) no 6º ano do ensino fundamental"* apesar de não citar as frações foi escolhido por conter o mesmo público alvo da pesquisa, e deste modo, a procura por dinâmicas diferenciadas no ensino sempre se manteve durante as leituras, para que as propostas mesmo que em outros assuntos pudesse ser adaptada. As resoluções dos alunos para a oficina que foi aplicada na ocasião chamaram a atenção. Os autores citam que "em muitas atividades aplicadas notou-se que os estudantes conseguiam chegar às mesmas respostas por "caminhos diferentes", demonstrando distintos pontos de vistas e estratégias de solução" (CORRÊA; RIBEIRO, 2019, p. 8), um dos pontos que buscávamos alcançar, e que iremos citar no capítulo seguinte.

Já o segundo texto apresenta um relato de experiência com o uso de um triminó específico para frações. Foi importante perceber os resultados, no qual o jogo serviu como ferramenta para identificar as dificuldades dos alunos em realizar algumas das operações com frações.

No SIPEM as edições de 2015 e 2018 foram escolhidas para realizar a busca. Os resultados estão presentes na Tabela 4.

Tabela 4: Resultados no SIPEM.

Palavras-Chave	Edição do evento: VI, 2015	Edição do evento: VII, 2018	Total de trabalhos selecionados
Jogo	3	3	1
Fração	0	0	0
Frações	0	1	0
Neurociência	0	1	0
Total	3	5	1

Fonte: Sites dos eventos.

O texto foi selecionado pois em seu resumo tinha um fator importante: a criação de jogos. Um olhar que não tende para os resultados, ou sobre as potencialidades e desafios de um jogo, mas sim o processo de criação do mesmo. Este ponto é relevante, pois como já mencionamos anteriormente, esta análise de trabalhos, por opção do autor, teve como prioridade buscar novas ideias para expandirem o processo de criação do Scape Book, portanto, nada mais interessante, do que realizar a leitura de um texto como foco no entendimento do processo de criação de jogos. “Na ocasião, 20 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural” (SOUZA; FONSECA, 2018, p. 2) fizeram parte do estudo.

Estes resultados se alinharam ao subcapítulo 2.2 desta pesquisa, *os aspectos importantes do ato de jogar: da pesquisa aos registros gerados.* Dentre as afirmações importantes, os 20 estudantes relataram que é preciso conhecer com clareza os conteúdos envolvidos. Cita a importância de o aluno refletir sobre os seus resultados, os fatores socialização e motivação, que também já mencionamos. Enfatiza que o objetivo precisa estar claro. O que o professor de fato pretende com a atividade, para que deste modo, o jogo não fique na situação do jogo pelo jogo. Ainda fala que o jogo não pode ser apenas um passatempo, ou seja, deve ter o seu caráter de seriedade, conforme propõe Huizinga (2019). O próprio autor utiliza publicações de uma mesma pesquisadora, Grando (2004).

Após os 20 alunos se dividirem em grupos e criarem jogos, refletiram a necessidade de se pensar em três tópicos, sendo eles o conteúdo, o objetivo e o público alvo, e aqui podemos perceber o quanto este método desenvolvido por eles, está devidamente alinhada ao item 2.2 desta pesquisa. Portanto, foi

um texto importante para corroborar com o referencial teórico da pesquisa, já que foi um estudo comprovado na prática.

Podemos perceber que foram poucos trabalhos nas edições analisadas dos referidos eventos que envolvem a temática da neurociência. Foi apenas um trabalho selecionado, diretamente ligado a frações.

Percebe-se ainda que a utilização de jogos em sala de aula aparece em grande escala. Ou seja, é preciso estar atento à importância justamente deste tipo de pesquisa, para que algo de novo seja proposto. Assim, os trabalhos selecionados visam contribuir e cumprir este objetivo. A constante busca por novas ideias para deixar a dinâmica do Scape Book cada vez mais diferenciada.

É possível perceber, como já mencionado, que com relação a busca realizada anteriormente na BDTD, acrescentou-se o descritor neurociência. A pesquisa sofreu algumas alterações com o decorrer do tempo e, por este motivo, inicialmente o foco era somente o estudo de jogos. Porém, já havia por parte do pesquisador o interesse no campo da Neurociência aplicado a Educação Matemática, justamente o tema ao qual se pretende seguir os estudos.

2.4 Conhecendo a proposta do Scape Book

A obra intitulada *La Casa de Papel: Escape Book: o diário do professor,* de Tapia e Linde (2020), ilustrada na Figura 1, foi utilizada como referência para a produção do Scape Book de Frações: o passeio no Connect Park, em formato de E-book.

Figura 1: Livro La Casa de Papel.
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Na versão da referida obra, o leitor só pode avançar na história se resolver desafios, neste caso de raciocínio lógico. Portanto, é possível realizar a leitura, e no momento em que encontrar um enigma, ao resolvê-lo a resposta do mesmo é que destina a página seguinte. Por exemplo, se tivermos uma seção da leitura da página 2 até a página 9, e encontrar um enigma, ao resolvê-lo, como resposta o leitor poderá ir parar na página 90. Ou seja, o livro não conta a história linearmente com relação ao número de páginas, justamente para que os desafios sejam concluídos, caso queira saber como a história se desenvolve.

Ao trazermos para a Educação Matemática, utilizamos a mesma ideia principal. No caso, ao começarmos um novo conteúdo, os alunos irão chegar a certo momento em que irão encontrar um desafio a ser resolvido. Como a temática é um passeio no parque de diversões, para que o estudante possa continuar se divertindo no parque, ele precisa concluir as tarefas. Como o Scape Book de Frações irá funcionar iremos descrever no capítulo 4.

3 Mentalidades Matemáticas

Neste capítulo serão apresentadas três ideias fundamentais que irão nortear as discussões que seguem e que são o ponto de partida para a elaboração do Scape Book.

A primeira delas fala da neurociência. Pesquisas recentes que vem sendo realizadas com alunos durante atividades de Matemática demonstram que todos podem aprender Matemática em alto nível, bem como os resultados apresentados do cérebro em funcionamento, que nos ajudam a refletir sobre alguns termos que permeiam a sala de aula, como fracasso, crença e superação. São dois conceitos principais que ajudam a entender todas as considerações a respeito da neurociência, o de Mentalidade Fixa e de Mentalidade de Crescimento (BOALER, 2020) que serão descritos logo a seguir.

A segunda ideia principal aborda o erro. Até que ponto um erro deve ser considerado como algo negativo, passível de punição, ou positivo durante os processos de ensino e aprendizagem? A neurociência também traz considerações importantes sobre como age o nosso cérebro quando erramos. Mas vamos além disso. Estratégias serão discutidas e estarão presentes no Scape Book para que o professor encoraje os seus alunos a perceberem o erro como algo positivo. E que não tenham medo de errar, perante pequenos ou grandes grupos.

Por fim, a dinâmica do Scape Book, e todo o seu funcionamento são pensados a partir do que chamamos aqui de Abordagem Multidimensional (BOALER, 2020, p. 79), terceira ideia fundamental. As diferentes maneiras de explorar um mesmo problema em Matemática tem sua importância evidenciada também pela neurociência.

Porém, não são apenas as diferentes visões próprias do sujeito referente aos conteúdos específicos que fazem parte de uma estratégia de alto potencial para o aluno, é preciso expandir as ideias, dialogar, conectar-se e comunicar-se

com as pessoas, os colegas, o professor, e são justamente estas discussões com os pares que aumentam o rendimento dos alunos. As três ideias apresentadas anteriormente, foram compreendidas a partir da leitura de cinco obras traduzidas de Jo Boaler.

Jo Boaler é professora de Educação Matemática no estado da Califórnia, nos Estados Unidos da América (EUA), na Stanfordy University. Antes disso, na Inglaterra, além de ter atuado como professora, ganhou o prêmio de melhor tese de doutorado, e em sua carreira possui também outras premiações. Profissionalmente ainda exerce funções de analista para testagem do Programa Internacional para Avaliação de Alunos (PISA) na Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE).

Ela foi nomeada pela British Broadcasting Corporation (BBC) como uma das oito educadoras que “mudaram a cara da educação”. Autora de 14 livros, tendo cinco já traduzidos para o português, é ainda cofundadora e diretora acadêmica de uma plataforma on-line, denominada Youcubed[3], na qual os conteúdos são destinados a professores, alunos, famílias e demais interessados pela aprendizagem matemática. Boaler, em seus estudos e práticas, propõe diversos momentos em que os pais dos alunos participem mais ativamente da educação dos filhos, por entender que o papel deles é fundamental na maneira como os alunos se veem com relação a sua aprendizagem quando falamos de capacidade e confiança própria. Estes recursos e ideias servem para inspirar e estimular os estudantes em relação à Matemática (BOALER, 2018).

São diversos temas já conhecidos e que devem ser levados em consideração quando se trata de uma pesquisa qualitativa em Educação Matemática com a temática de jogos. Deste modo, apresentou-se brevemente quem é Jo Boaler, visto que todos os assuntos emergentes desta pesquisa discorrem sobre suas obras. E isso será discutido a seguir.

Estamos presenciando uma época em que as tecnologias como Smartphones e Tabletes estão presentes na vida das crianças antes mesmo da fase escolar. E por isso, estar atento às plataformas que oferecem este tipo de

[3] Site: https://www.youcubed.org/.

conteúdo para auxiliar em sala de aula, é uma tarefa atual do professor também, deste modo começaremos falando do Youcubed.

O Youcubed possui mais de 47 milhões e 800 mil visitas. É possível destacar informações importantes encontradas ao realizar o acesso, como, por exemplo, o fato de que a cada duas escolas nos Estados Unidos, uma delas adota as ideias, e mais de 140 países já utilizaram tais materiais totalizando mais de duzentos e trinta milhões de impactados[4].

No próprio site, quando é descrita a "nossa missão" encontramos que:

> Nosso objetivo principal é inspirar, formar e empoderar os professores de matemática, transformando as pesquisas mais recentes sobre a matéria em formas acessíveis e práticas. Estudos mostram como ensinar matemática de modo eficaz e provocar um alto nível de engajamento e desempenho dos alunos; contudo, até então, esse material muitas vezes não estava ao alcance dos professores. Os primeiros estudos de Jo Boaler nos levam a começar a entender o que são mentalidades matemáticas, conceito construído gradativamente, através de algumas pesquisas cerebrais (Site Youcubed).

Jo Boaler, através de suas abordagens e estratégias, tem sido uma inspiração para esta pesquisa, pelo fato de abordar a neurociência, tema de grande interesse. Segundo Boaler (2020, p. 3), tais discussões "mudam não apenas as crenças sobre a nossa realidade, mas também a própria realidade".

Abordando a primeira ideia fundamental, que fala a respeito da neurociência, precisamos definir dois conceitos importantes que ajudarão a compreender como os cientistas têm contribuído para o ensino de Matemática. O primeiro deles nos diz que "[...] as pessoas com Mentalidade de Crescimento, são aquelas que acreditam que a inteligência aumenta com o trabalho árduo" (BOALER, 2018, p. xii). Já o segundo, sobre Mentalidade Fixa cita aquelas pessoas que "acreditam que você pode aprender coisas, mas não pode aumentar seu nível básico de inteligência" (BOALER, 2018, p. xii).

Porém pesquisas apresentadas sobre neurociência mostram que não há diferenças cerebrais em grande escala capazes de definir o potencial de aprendizagem de cada aluno. O ideal seria que todos tivessem o sentimento de serem ilimitados, o que não acontece. "Todas as pessoas têm uma mentalidade uma crença essencial sobre seu modo de aprender" (DWECK, 2006b apud BOALER, 2018, p. xii). E é justamente essa mentalidade própria,

[4] Informações extraídas do site do Youcubed, em 21 de novembro de 2020.

que pode definir os comportamentos de aprendizagens dos alunos. Segundo Blackwell, Trzesniewski e Dweck (2007 apud BOALER, 2018, p. xii), “quando as pessoas mudam suas mentalidades e começam a acreditar que podem aprender em níveis mais altos, elas alteram suas rotas de aprendizagem”.

É sobre estas rotas, como o nosso cérebro funciona em determinadas ocasiões, que iremos deter nossa atenção a seguir. “Hoje os cientistas podem estudar crianças e adultos trabalhando em matemática e observar sua atividade cerebral, bem como o impacto de diferentes condições emocionais do cérebro” (BOALER, 2018, p. 1).

Neste contexto, segundo a autora, as pesquisas recentes apontam para uma área que causou surpresa nos cientistas, a “plasticidade cerebral”. Acreditava-se que os cérebros não eram capazes de sofrer mudanças ao longo do tempo, ou em atividades. Porém, Boaler (2018) apresenta pesquisas recentes que refutam tais afirmações evidenciando a capacidade incrível do cérebro crescer e mudar em um curto período de tempo.

A Matemática precisa ser trabalhada de maneira profunda, diferente das abordagens com perguntas rápidas e que favorecem a memorização. Pois ao trabalharmos de maneira profunda, uma atividade sináptica é criada em nosso cérebro, criando conexões duradouras, tornando tais caminhos estruturais. (BOALER, 2018). Além disso, “quando aprendemos uma nova ideia, uma corrente elétrica dispara em nossos cérebros, passando por sinapses e ligando diferentes áreas cerebrais” (BOALER, 2018, p. 1).

Os estudos pioneiros foram realizados no início da década de 2000, com motoristas de táxis pretos, em Londres. Estes profissionais precisavam realizar uma preparação de pelo menos dois anos, e memorizar cerca de 25 mil ruas e 20 mil monumentos em um raio de 25 milhas. Um curso extremamente complexo e desafiador. (BOALER, 2018, p. 2).

Os cientistas descobriram através do monitoramento do treinamento destes profissionais, que o hipocampo (Figura 2), que é a área cerebral especializada e importante na aquisição e no processo de informações de raciocínios espaciais e matemático, havia crescido significativamente (BOALER, 2018).

Figura 2: O hipocampo.
Fonte: BOALER (2018, p. 3).

Estas pesquisas mudaram o rumo dos cientistas sobre o que se pensava a respeito da capacidade do cérebro. Outra pesquisa citada, e de alto grau de importância para a educação, consistiu de dois grupos distintos. Um deles recebeu uma tarefa de 10 minutos para ser trabalhada por 15 dias consecutivos, o outro não. As diferenças cerebrais estruturais foram significativas no primeiro grupo. (BOALER, 2018).

Segundo Boaler (2018, p. 4): “se os cérebros podem mudar em três semanas, imagine o que pode acontecer em um ano de aulas de matemática se os alunos receberem os materiais certos e mensagens positivas sobre seu potencial e aprendizagem”.

Porém é preciso estar atento a não fazer comparações, pois as pessoas não possuem o mesmo cérebro. Quando Boaler (2018) cita que essas novas evidências da neurociência revelam que todos podem aprender Matemática em alto nível, parte da afirmação de que as “eventuais diferenças cerebrais com as quais as crianças nascem não são nem de perto tão importantes quanto as experiências de crescimento cerebral que elas têm ao longo da vida” (BOALER, 2018, p. 4). Ou seja, a maneira como os próprios alunos se percebem, as diferentes metodologias do professor, e as abordagens, são fatores essenciais para desenvolver em seus alunos mentalidades de crescimento, encorajando-os com a Matemática, pois “[...] estudantes com mentalidade de crescimento encaram os trabalhos difíceis e veem os erros como um desafio e uma motivação para fazer mais” (BOALER, 2018, p. 7).

Outro assunto importante abordado trata da ansiedade com relação à Matemática. E estes alunos em geral são os que possuem uma mentalidade

fixa, o que é prejudicial para o seu desempenho escolar e para a vida. Boaler (2020, p. 3), afirma que:

> [...] muitas crianças crescem pensando que ou você é capaz de fazer cálculos, ou não. Quando se deparam com dificuldades, elas presumem que não são capazes, e, daí em diante, qualquer dificuldade é apenas mais um lembrete de suas insuficiências.

Assim como nos Estados Unidos da América, esta visão perpassa milhares de estudantes pelo mundo e os resultados podem ser devastadores. Quando eles acreditam que não são capazes, acabam se privando muitas vezes das próprias oportunidades que tem de aprender. É preciso, segundo Boaler (2020) que os alunos saibam de tais pesquisas da neurociência. Além disso, há um resultado presente que chamou atenção, ele nos diz que:

> Hoje, os pesquisadores sabem que quando as pessoas com ansiedade em relação a matemática se deparam com números, é ativada uma área cerebral de medo – a mesma área que é estimulada quando as pessoas veem cobras ou aranhas. Quando essa área do cérebro está ligada, a atividade nos centros cerebrais de resolução de problemas diminui (BOALER, 2020, p. 4).

Acredita-se que tal informação deveria ser do conhecimento de todos os professores. Ela é capaz de demonstrar e explicar porque encontramos diversos alunos com um verdadeiro pavor da Matemática, e o porquê a descrevem como o verdadeiro “bicho papão” quando precisam resolver problemas.

É preciso que as abordagens sejam diferentes, que os alunos estejam encorajados a saírem dessa zona de medo, para conseguirem migrar de uma mentalidade fixa para uma mentalidade de crescimento. “São muitas as pessoas que nutrem a ideia prejudicial de que seu cérebro não é adequado para matemática, ciências, artes, línguas ou qualquer outra área em especial” (BOALER, 2020, p. 15). Estes pensamentos são capazes de criar bloqueios, e a tendência do aluno é arrastar-se ano após ano com as mesmas dificuldades e problemas, chegando à conclusão errônea de que a Matemática não tem ligação com a vida real, que é uma disciplina isolada, que não será aproveitada em sua vida.

As rotas neurais citadas anteriormente podem ser desenvolvidas se o trabalho realizado possibilitar para que isso aconteça. Boaler (2020, p. 15), ressalta que “ninguém nasce com o cérebro que precisa para um determinado

assunto. Todo mundo precisa desenvolver as rotas neurais de que necessita". Ou seja, aquelas afirmações típicas de que "eu não sou bom para exatas" e ainda "eu não nasci para me dar bem com a matemática" estão equivocadas partindo das evidências da neurociência.

Conforme Boaler (2020, p. 16) descreve, partindo das afirmações dos pesquisadores neurocientistas, quando aprendemos algo, desenvolvemos o nosso cérebro de três maneiras distintas: forma-se uma nova rota, as rotas se conectam e as rotas se fortalecem (Figura 3).

Figura 3: Rotas neurais.
Fonte: BOALER (2020, p. 16).

Estas ideias são aplicadas para todas as áreas do conhecimento e não somente para a Matemática. Quando trabalhada de maneira profunda, e com muito esforço, aquela rota que inicialmente é frágil, pode ficar fortalecida, pois não nascemos com essas rotas, elas se desenvolvem.

Já que estamos destacando neste momento a ideia de mentalidade fixa, precisamos levar estes conceitos aos alunos em sala de aula. Este é o primeiro passo recomendado para que suas mentes "se abram" e estes alunos estejam dispostos a mudarem suas concepções. Os professores precisam conhecer, acreditar e transmitir tudo isso, por meio de mensagens inspiradoras. Até mesmo porque os próprios professores podem transmitir mensagens de consolo, que acabam sendo na verdade negativas, fortalecendo a ideia de mentalidade fixa do aluno. "Depois que as pessoas colocam essa terrível ideia em suas cabeças, sua aprendizagem e seus processos cognitivos mudam" (BOALER, 2020, p. 16).

Outro resultado de pesquisas apresentado por Boaler (2020), mostra o que chamaram de "mapas de voltagem". As pessoas com mentalidade de crescimento tinham a área do cérebro estudada em maior atividade, com maior crescimento ao comparado com o de mentalidade fixa. "Este resultado de

pesquisa revela algo extremamente importante: mostra em termos concretos que aquilo que você acredita a respeito de si mesmo muda a forma como o seu cérebro funciona" (BOALER, 2020, p. 66).

O mito de que uns nasceram para Matemática e outros não, pode ser destacado pelo professor aos seus alunos, explicando que alguns podem criar as rotas neurais mais rápido do que outros, mas que todos são capazes quando as abordagens são efetivas.

Mas este processo de mudança dos alunos precisa estar claro para os mesmos, que os fracassos não são oriundos de seus cérebros. De que mesmo tentando, se esforçando não são capazes. Eles precisam compreender e abandonar estas ideias, e passar a enxergar o seu potencial como ilimitado.

Antes de detalharmos de que maneira o professor poderá por meio de estratégias transformar a mentalidade e a crença do aluno, vamos nos atentar a segunda ideia fundamental, o erro, que faz parte do nosso dia a dia, muito além de atividades matemáticas.

A neurociência traz resultados importantes sobre como age o nosso cérebro quando erramos. Mas antes de os apresentarmos, vale discutir como os erros são vistos tanto por professores quanto por alunos.

Os erros estão presentes em todas as etapas da nossa vida, e até mesmo, todos os dias, desde pequenos a grandes equívocos. A maneira como enxergamos um erro, pode definir até mesmo a maneira de levarmos a vida. Pois se entendermos como uma oportunidade de reconhecimento, para aprimorar, corrigir e seguir em diante, estando ciente de que novos erros podem acontecer, estamos falando de uma perspectiva positiva, que não entende como algo maléfico.

Segundo Boaler (2020, p. 38) "os momentos em que estamos enfrentando dificuldades e cometendo erros são os melhores momentos para o crescimento cerebral". E ainda que "toda vez que cometemos erros, sinapses disparam no cérebro, indicando crescimento cerebral". Portanto, mesmo quando estamos cometendo erros, mesmo que intuitivamente, está havendo um esforço mental. E se partimos da premissa, de que o esforço mental, não é visto como algo negativo, vamos entender que o crescimento cerebral se dará também quando iremos em busca da correção destes erros. Os resultados partiram de pesquisas com monitoramento do cérebro utilizando tecnologia de

imagem por ressonância magnética. Deste modo, ao responderem uma pergunta de maneira errada, concluíram que o cérebro apresentava mais atividade, produzindo fortalecimento e crescimento. Por fim, concluem os cientistas, que os erros contribuem positivamente para o fortalecimento de rotas neurais (BOALER, 2020, p. 38).

É possível afirmar então, que cometer erros tem seus benefícios se aprendermos a partir deles, o que não significa que devemos continuar errando. Precisamos discutir então, a respeito do nível de ensino que é proposto aos alunos. O professor precisa trabalhar com uma Matemática de alto nível, afinal todos são capazes de alcançar tal feito. Mas se dentro da sala de aula, as abordagens não são pensadas nessas perspectivas, o cérebro deixa de criar novas rotas mesmo quando está errando. Porque neste caso, o professor pressupõe que sua turma é de baixo nível, e não os desafia, não cria oportunidades nas quais haverá erros, e que a partir deles, os alunos possam dialogar, criar hipóteses e superá-los. E que, se caso outro erro venha a ser cometido, ele esteja ciente, de que novamente, deve trabalhar para transpô-lo.

Se o próprio professor não trabalhar com uma matemática desafiadora, que leve seus alunos ao limite de sua compreensão, se as oportunidades não encorajam os alunos a tentar corrigir eventuais erros e seguir tentando, estará trabalhando uma matemática “fácil”, porque entenderá que a grande maioria dos alunos não são capazes, logo, não estará desafiando os alunos, e deixando de propor situações que este fortalecimento das rotas neurais estaria acontecendo.

Estamos concordando com Boaler (2020) que a Matemática a ser ensinada precisa ser de alto nível. Os alunos precisam saber que errar faz parte do percurso, que deve ser visto como algo normal, e que quando erram, seus cérebros não respondem de maneira negativa.

Os professores não podem dar o caminho para seus alunos quando os mesmos possuem dificuldades. O ideal seria que o professor não fizesse pelo aluno o trabalho magnífico que é o de lidar com a Matemática, com o raciocínio lógico. “Agindo assim, eles esvaziam o trabalho do desafio e das oportunidades do esforço. Os alunos concluem a tarefa e se sentem bem, mas muitas vezes aprendem pouco” (BOALER, 2020, p. 42).

Boaler (2020, p. 42) relata que durante as aulas na China, com duração de 60 minutos, os alunos não resolvem mais do que três ou quatro questões. Pois lá eles acreditam que os problemas precisam ser pensados de maneira profunda, dialogando entre si, estando convencidos de maneira conceitual sobre o que aprenderam, ao invés de reproduzir um método incansavelmente, até lidarem com um problema mais elaborado, e não saberem como aplicar. Diante de inúmeros relatos que Boaler (2020) apresenta um deles fala a respeito de um curso de verão aplicado para os estudantes do ensino médio. Inicialmente é transmitida a mensagem para os alunos de que os erros eram levados em consideração de maneira positiva. Os resultados assemelham-se a outras pesquisas também apresentadas pela autora “[...] os alunos ficaram mais dispostos a compartilhar ideias, mesmo quando não sabiam se estavam certos; eles também tornaram-se persistentes quando encontravam problemas difíceis” (BOALER, 2020, p. 46).

Mas trabalhar essas questões de maneira profunda exige um preparo e uma maneira diferente do professor de ver a Matemática. Chegamos então a terceira ideia fundamental, uma “abordagem multidimensional”.

Antes apresentamos como as rotas neurais do nosso cérebro se desenvolvem, como podem se fortalecer, e os modos em que elas estão mais ativas. Agora é preciso entender como elas podem ser otimizadas. Segundo Boaler (2020, p. 79) “as rotas neurais e a aprendizagem são otimizadas quando as ideias são consideradas com uma abordagem multidimensional”. Ou seja, não basta que os alunos saibam que seus cérebros são capazes de chegar a altos níveis e ainda que os erros devem ser vistos como algo positivo, dando ao entender que somente o esforço próprio os levará ao êxito. Cabe ao professor, que é o maior recurso do estudante, propor oportunidades para que os estudantes cresçam. Jo Boaler contribui com neurocientistas em pesquisas para o Youcubed, e uma delas tem sido realizada observando as redes de interação do cérebro, principalmente durante a resolução de problemas de matemática. Vamos observar a Figura 4.

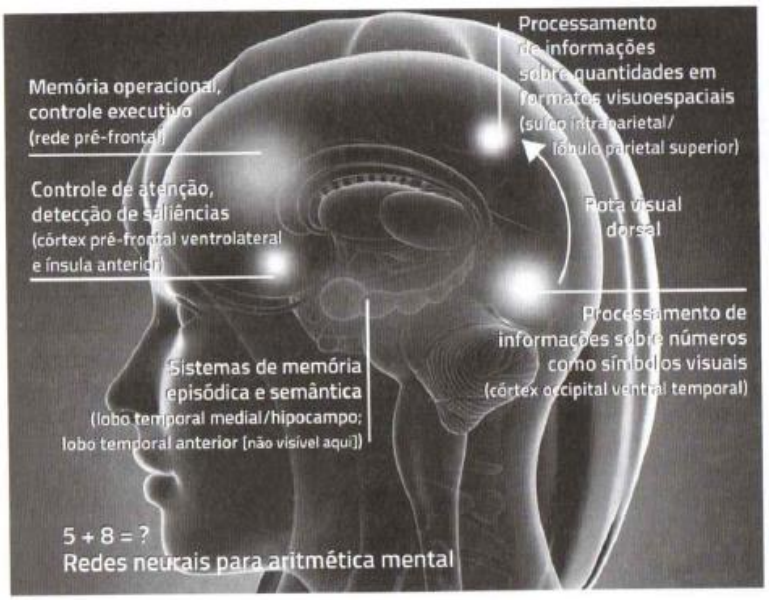


Figura 4: Cinco áreas do cérebro.
Fonte: BOALER (2020, p. 81).

Os resultados mostram que “mesmo quando trabalhamos em uma questão aritmética simples, cinco áreas diferentes do cérebro estão envolvidas, e duas delas são rotas visuais. A rota visual dorsal é a principal região cerebral para representar quantidade” (BOALER, 2020, p. 80). Isso nos leva a pensar que o método teórico expositivo de ensino pode não contribuir para que haja essa interação entre as diferentes rotas neurais. Ou seja, ao apresentar um método, ou uma fórmula, e como tarefa solicitar a sua turma que os alunos resolvam inúmeras questões praticamente iguais, o professor valoriza a memorização, e não o aprofundamento de ideias, bem como não desenvolve os mais altos potenciais de aprendizagem. Ainda, segundo Boaler (2020, p. 81), “também descobriram que a aprendizagem e o desempenho matemático eram otimizados quando essas duas áreas cerebrais se comunicavam entre si”.

Para entendermos de maneira mais clara como o Scape Book vem sendo pensado partindo destas perspectivas, vamos observar a Figura 5, que trata de uma das maneiras apresentadas por Boaler (2020) para incentivar a comunicação e o desenvolvimento cerebral.

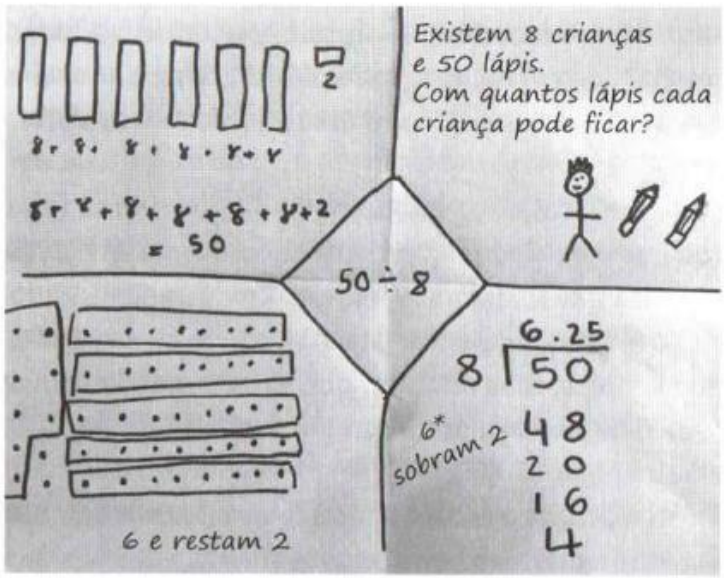


Figura 5: Conteúdo de maneira multidimensional.
Fonte: BOALER (2020, p. 87).

Podemos perceber as diferentes formar de abordar o mesmo problema. O professor pode propor uma questão para a sua turma, e solicitar que eles tentem partindo da que foi apresentada, chegarem as demais. Resolver a questão com números, com uma história que capture a questão, criar outra representação de ideias, dentre outras alternativas. (BOALER, 2020, p. 85).

> [...] essa maneira multidimensional de pensar cria a oportunidade para comunicação e desenvolvimento cerebral. Cérebros fluídos e flexíveis, concluem os neurocientistas, resultam da sincronia que ocorre quando várias áreas cerebrais trabalham juntas. A comunicação entre áreas cerebrais acontece quando abordamos o conhecimento por meio de múltiplos caminhos, encontrando ideias em diferentes formas e representações (BOALER, 2020, p. 87).

Mas colocar esse tipo de abordagem na prática se torna um grande desafio quando professores normalmente se deparam com um currículo extenso, e ainda com livros didáticos que por mais que busquem uma contextualização, na grande maioria o que predomina são questões fechadas, em grande escala, exigindo a repetição massiva e desgastante, gerando desinteresse dos alunos.

Boaler (2020) comenta que uma alternativa para o professor consiste em selecionar as três ou quatro questões mais importantes e que podem ser exploradas de maneira profunda pelos alunos, e que essas serão discutidas durante a aula. Um trabalho semelhante ao que foi comentado anteriormente quando se falou da realidade nas escolas chinesas. “Quando começam a

trabalhar desse modo, os professores muitas vezes se inspiram e passam a pensar mais criativamente sobre suas próprias matérias e formas de ensinar" (BOALER, 2020, p. 89).

Dentre seus relatos Jo Boaler cita a professora de suas filhas que antes trabalhava a matemática tradicional, e agora, após conhecer os impactos da neurociência na educação, "ela pede uma solução numérica, uma história sobre o problema e uma solução visual" (BOALER, 2020, p. 90). É exatamente nessa dinâmica que a parte prática desta pesquisa irá se basear.

O livro intitulado *Scape Book de Frações: o passeio no Connect Park*, foi pensando com atividades que pudessem explorar estas ideias. Além disso, a cada novo conteúdo a ser iniciado, o aluno sempre terá que através de suas conclusões e das discussões com os pares chegar a alguma conclusão a ser levada para o grande grupo e então para que haja as intervenções do professor.

Outro aspecto importante que deve ser levado em consideração, diz que o próprio professor precisa perceber os resultados de abordagens multidimensionais não somente nos resultados dos alunos, mas também como fator que irá transformar a sua própria concepção de ensino e aprendizagem, as suas estratégias, a maneira de lidar em suas aulas.

Após apresentarmos as três ideias principais que estão norteando o Scape Book, vamos agora nos deter a outro ponto que deve ser discutido amplamente: a rapidez, que prediz quem é bom em Matemática ou não. Esta ideia equivocada está diretamente relacionada com a mentalidade fixa e mentalidade de crescimento, pois os alunos, muitas vezes, acabam percebendo que são de fato mais lentos que outros colegas para chegarem as suas conclusões, o que já vimos através das considerações da neurociência que não há nada de errado, por alguns desenvolvem as rotas neurais mais rápido do que os outros, mas que todos são possíveis.

O fato é que essa mensagem da velocidade é prejudicial para o desempenho dos alunos. Boaler (2020, p. 107) nos diz que "ideias incorretas, métodos defeituosos e suposições falsas restringem o potencial de aprendizagem de muitas maneiras" e ainda, "quando deixamos de lado a ideia de que a rapidez é importante e encaramos a aprendizagem como um espaço para pensar de maneira profunda e flexível, podemos avançar nas formas

como lidamos com o mundo” (BOALER, 2020, p. 106). É fácil perceber como isso está impregnado na própria sociedade.

Quando surge a necessidade de realizar um cálculo mental de maneira rápida, só sabe quem é bom em Matemática. Os demais mesmo que chegando ao resultado de maneira lenta, se sentem inferiores. Isso acontece desde cedo na escola também, quando listas enormes de exercícios são distribuídas para que sejam resolvidas, ou então, com a famosa tabuada de multiplicação. Esse tipo de tarefa pode desenvolver a ansiedade e até mesmo estresse nos estudantes.

A neurociência mostra que existe uma região em nosso cérebro chamada de “memória operacional” e ela é necessária quando fazemos cálculos. Ao estarmos estressados ou sob pressão, está região fica bloqueada (BOALER, 2020). São estes estudos que ajudam a evidenciar a importância de uma abordagem multidimensional, pois “quando valorizamos a memorização em detrimento da profundidade de compreensão, prejudicamos os pensadores profundos” (BOALER, 2020, p. 113).

Até o presente momento, apresentando dois conceitos importantes, o de mentalidade fixa e o de mentalidade de crescimento. Abordamos também algumas estratégias e tipos de atividades que os professores podem propor para que seus alunos migrem de uma zona onde pensam que não são capazes, para aquela em que acreditam no seu ritmo próprio, podem aprender qualquer coisa.

Existem outras maneiras com potencial grande para qualificar ainda mais este trabalho. Algumas delas, serão apresentadas no capítulo seguinte, quando será descrito o Scape Book, já que dentre suas etapas e dinâmicas, tais estratégias estarão presentes.

4 Metodologia da pesquisa

Neste capítulo serão apresentados todos os métodos de como a pesquisa foi desenvolvida através das práticas de sala de aula, aplicando o Scape Book. No item 4.1 é definido o tipo de pesquisa, já no 4.2 são apresentadas a questão e os objetivos. O local de pesquisa e os participantes aparecem no item 4.3 além de uma consideração para situar o leitor do ponto de partida que surgiu durante a graduação para a escolha desses participantes. No item 4.4 descrevem-se a produção e a coleta de dados, baseadas nos objetivos específicos. A pesquisa será dividida em dois momentos e abordará as três ideias fundamentais apresentadas anteriormente, e será descrito no 4.5. Por fim, as possibilidades de análise aparecem no item 4.6.

4.1 Definindo o tipo de pesquisa

Em relação a natureza, é uma pesquisa qualitativa. Após estudar diversas metodologias de pesquisa, chegou-se à conclusão que o tipo de prática que se pretende realizar se torna mais adequado com as perspectivas da pesquisa-ação, logo este é o método e usaremos Thiollent (2011) como aporte teórico.

Antes de entendermos porque este método foi escolhido e suas etapas, encontramos a seguinte definição:

> [...] a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma associação ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 2011, p. 20).

Partindo desta definição, é preciso entender de maneira breve a proposta para compreender porque este método é o mais adequado num primeiro momento. A segunda etapa só pode ser realizada se as discussões realizadas na primeira forem amplas, participativas, e de fato produtivas e esclarecedoras para todos. Os participantes da pesquisa (alunos) precisam

encarar o momento como seriedade e engajamento, caso isso não aconteça será preciso que logo no começo da aplicação outras alternativas sejam tomadas para mudar o rumo da pesquisa, para que deste modo, todos passem a colaborar não comprometendo os próximos encontros.

Deste modo, percebeu-se que a participação dos sujeitos de pesquisa precisava ser intensa. Há outro ponto essencial que entrelaça os lados. O Scape Book aplicado não foi uma proposta fechada.

A análise que deverá ser feita pelos participantes, justamente o grande foco da pesquisa. As opiniões, sugestões e todos os tipos de críticas serão essenciais para que o Escape Book sofra as alterações necessárias. Todos irão percorrer o livro, ao mesmo tempo em que jogam e analisam, e ao término todos fazem parte do resultado final, não sendo uma obra dita como exclusiva do pesquisador.

Ainda segundo Thiollent (2011, p. 21) “na pesquisa-ação os pesquisadores desempenham um papel ativo no equacionamento dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas em função dos problemas”. Espera-se que, se colocarmos uma situação hipotética de alguém estar observando o momento da aplicação da pesquisa “de fora”, este não consiga distinguir quem é o pesquisador dos participantes da pesquisa, pois nesse momento, acredita-se que todos estarão em um grande momento de contribuição em grupo.

Thiollent (2011) também traz contribuições da pesquisa-ação voltada especificamente para a educação. “Os pesquisadores em educação estariam em condição de produzir informações e conhecimentos de uso mais efetivo, inclusive ao nível pedagógico” (THIOLLENT, 2011, p. 85) e ainda finaliza que dentro deste contexto que “de acordo com a perspectiva esboçada, paralelamente à pesquisa haveria também produção de material didático, gerada pelos participantes e para ser distribuído em escala maior” (THIOLLENT, 2011, p. 87).

Apesar de dentro do escopo da pesquisa qualitativa o foco aqui presente não ser a produção de um material a ser divulgado e sim as análises e discussões dos participantes, percebeu-se que o resultado final poderá gerar uma ferramenta importante para o estudo de frações, que conforme fala Thiollent (2011) poderá ser amplamente usado na educação.

Thiollent (2011) cita que dentre todas as etapas presentes, não há uma regra a ser seguida, ou seja, o planejamento é flexível, sendo essa uma característica essencial para compreender o método. O autor deixa claro que existe um ponto de partida e um ponto de chegada, já tudo que acontece durante o caminho, pode ser altamente adaptável. O que concorda com a ideia de que as discussões e a efetiva participação dos sujeitos implicam em novos objetivos e caminhos a serem traçados.

O ponto de partida é entendido como a fase exploratória que “consiste em descobrir o campo de pesquisa, os interessados e suas expectativas e estabelecer um primeiro levantamento (ou “diagnóstico”) da situação, dos problemas prioritários e de eventuais ações” (THIOLLENT, 2011, p. 56). Além disso, é investigado o problema, as possibilidades de intervenção, a fundamentação teórica, os sujeitos, dentre outros elementos necessários à pesquisa.

Como última etapa o autor sugere a divulgação dos resultados. O autor relata a importância de que os resultados obtidos devem retornar aos participantes. “Trata-se de fazer conhecer os resultados de uma pesquisa que, por sua vez, poderá gerar reações e contribuir para a dinâmica da tomada de consciência e, eventualmente, sugerir o início de mais um clico de ação e investigação” (THIOLLENT, 2011, p. 80).

As etapas intermediárias, em linhas gerais, são o planejamento e ação, a avaliação e a reflexão. No planejamento e ação o pesquisador identificará a melhor forma de intervenção no grupo pesquisado, identificando instrumentos de coleta de dados e procedimentos. Organizado todo o planejamento, inicia-se a ação que colocará em prática a pesquisa através de um processo de sensibilização, envolvendo todos os sujeitos. A avaliação consiste em analisar e interpretar todo o material coletado e as informações obtidas, identificando os problemas apresentados e as mudanças de rumo que se fizerem necessárias.

A reflexão é a etapa que se verifica o desenvolvimento dos participantes da pesquisa, fazendo uma análise crítica sobre o aprendido e tornando-o público.

4.2 Questão e objetivos

A questão da pesquisa é a seguinte: "*Quais as possibilidades e desafios do uso do Scape Book de Frações em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental?*".

O objetivo geral da pesquisa é *analisar, a partir das produções dos alunos, como o Scape Book de Frações contribuiu para o entendimento do conceito de frações.*

Para complementar, propomos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar a linguagem que é predominante nas resoluções dos alunos no início do Scape Book e no Diamante de Papel;
- Desenvolver a habilidade de conseguir visualizar e representar de diferentes maneiras um mesmo problema, situação ou resultado.

4.3 O local e os participantes da pesquisa

Em fevereiro de 2022 o autor desta pesquisa assumiu o cargo de professor de Matemática em uma escola da rede privada de ensino da cidade de Pelotas-RS. Neste mesmo mês, após estabelecer contato com a coordenação pedagógica, foi autorizada a aplicação da pesquisa com a turma do 6º ano do Ensino Fundamental (Apêndice 2).

O público alvo foram 20 alunos. Devido a pandemia causada pelo coronavírus, a escola, que é nova no cenário pelotense, está atualmente no seu primeiro ano totalmente presencial, e com a ascensão e crescimento de novas matrículas, a turma é composta por um misto de antigos e novos alunos que ainda estavam se conhecendo, criando laços de amizade e afetividades.

Destaca-se que a escola possui somente uma turma de cada nível e o pesquisador atua com o 6º, o 7º e o 8º anos. Optou-se pelo 6º ano devido ao conteúdo abordado no Scape Book.

Buscando respeitar as questões éticas de uma pesquisa, houve inicialmente uma conversa com os pais e/ou responsáveis explicando como seria a pesquisa e seus objetivos. Após, os pais e/ou responsáveis assinaram o

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice 3) e o Termo de Autorização de Uso de Imagem (Apêndice 4). Já os estudantes, após conhecerem a proposta das atividades, assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Apêndice 5).

4.4 A produção do Scape Book

A seguir iremos descrever como ocorreu o processo de produção do *Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park*, além da descrição dos eventos que aconteceram em cada encontro realizado com o público alvo.

A ideia base do Scape Book, como mencionamos no capítulo 2, surgiu a partir da leitura da obra intitulada *La Casa de Papel: Escape Book: o diário do professor* (TAPIA; LINDE, 2020). Porém esta não era a primeira opção, a ideia original do pesquisador. No primeiro momento, a referente pesquisa tinha como foco aplicar um Scape Room presencialmente com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, mas devido a pandemia do COVID-19, uma alternativa se fez necessária, visto que os indicativos da situação de saúde pública do Brasil, não indicavam um retorno próximo de atividades presenciais. Então, adaptamos a ideia para um Scape Book.

O primeiro passo para a produção foi definir os conteúdos que seriam abordados, levando em consideração tanto o tempo de produção quanto o tempo de aplicação. Essa fase aconteceu de janeiro a março de 2021, quando o pesquisador ainda não tinha a confirmação de quem seriam os participantes da pesquisa. Deste modo, tanto por questões de logística, quanto de tempo de aplicação futura da pesquisa, optou-se por reduzir os conteúdos de frações, não contemplando tudo que é visto no 6º ano do Ensino Fundamental.

Ficou definido então que os tópicos seriam: a ideia de fração, a leitura, a equivalência, a simplificação e a adição de frações com o mesmo denominador. A partir do momento em que tínhamos cinco assuntos a serem explorados, o material didático passou a ter cinco blocos.

Após o estudo destes conteúdos, buscamos uma estrutura padronizada que pudesse atender a todos de maneira criativa, divertida, e que pudesse chamar a atenção tanto de professores, quanto de estudantes, independente do público alvo que viria a ser definido. Como resultado final, optamos por um

bloco de apresentação dos personagens e da proposta, e os demais com três brinquedos conhecidos de um parque de diversão em cada bloco. A seguir, a Tabela 5 mostra o resultado final desta primeira etapa.

Tabela 5: Divisão dos capítulos do Scape Book

Bloco	Assunto	Como foi explorado
1	Conhecendo frações	Distribuição dos tickets recebidos
2	Leitura de Frações	1. Trem Fantasma 2. Crazy Math 3. Carrossel
3	Equivalência de Frações	1. Acerte a Argola 2. Tiro ao Alvo 3. Acerte o Robô
4	Simplificação de Frações	1. Pega Bandeiras 2. Piscina de Bolinhas 3. Bola na Cesta
5	Adição de Frações com o mesmo denominador	1. Martelo de Força 2. Montanha Russa 3. Carro Choque

Fonte: O pesquisador, 2021.

Para que o Scape Book tivesse uma ótima qualidade, e atendesse a demanda do pesquisador, era necessário que as imagens fossem de criação própria. O pesquisador já era vinculado ao projeto de extensão *MathLibras – Ano III* (mar/2021 – fev/2022) da Universidade Federal de Pelotas, que a partir do mês maio, contou com uma bolsista do curso de Design Gráfico. Então, a referente pesquisa também se vinculou ao projeto, e a bolsista passou a atuar na demanda dos desenhos digitais que eram solicitados, até o fim da bolsa, no mês de dezembro.

Os encontros aconteceram semanalmente, ou a cada 15 dias, de maio a dezembro de 2021. No primeiro momento um esboço do desenho era apresentado e solicitado. Logo em seguida tínhamos o resultado inicial, e após os ajustes, o desenho final.

As escolhas dos brinquedos, ângulos, cores, posições de personagens e como seriam exploradas matematicamente, eram definidas pelo pesquisador, mas os resultados finais constantemente sofreram alterações que partiam de opiniões importantes vindas da orientadora e da bolsista. Portanto o resultado

final do Scape Book, que iremos detalhar a seguir, é fruto de inúmeras reuniões entre estudantes e profissionais de diferentes áreas cooperando entre si.

Começamos pela capa, contracapa, personagens, mapa geral, entrada do parque e a criação de um logo. Estas foram as primeiras imagens solicitadas. A paleta de cores segue um padrão que iremos observar a seguir. A Figura 6, mostra a esquerda os cinco personagens da história: a professora Thaís e os alunos Maia, Sara, Levi e Calebe, e a direita o logo finalizado.

Figura 6: Personagens e logo.
Fonte: MathLibras, 2021.

Levi e Sara já era estudantes do MathLibras, projeto que citamos anteriormente no capítulo 1. As novas criações buscam formar um grupo com quatro alunos, pois a dinâmica do Scape Book propõe que as atividades sejam realizadas em sala de aula com este número de estudantes agrupados.

O mapa (Figura 7) foi um dos últimos desenhos a ser finalizado, mas foi incorporado no começo do material didático, na página 5. A ideia era despertar a curiosidade dos alunos desde o começo, e mostrar a eles, que uma história com vários brinquedos viria pela frente. Além disso, é uma ótima alternativa visual de entender o funcionamento do Connect Park.

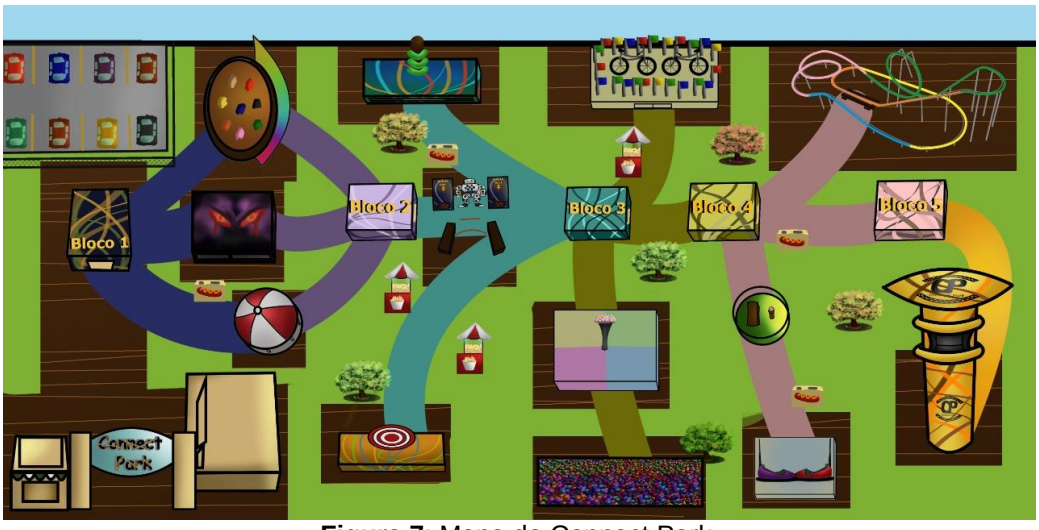


Figura 7: Mapa do Connect Park.
Fonte: MathLibras, 2021.

Antes de entendermos como foram pensados os blocos, temos o segredo do ticket dourado, que dá acesso ao brinquedo final do Connect Park, a Big Tower premiada. A ideia surgiu com o objetivo de, além dos conteúdos matemáticos que seriam estudados, houvesse um desafio extra, exclusivamente sobre observação e atenção nas imagens do Scape Book. Então, a palavra DIVERSÃO teve suas oito letras separadas aleatoriamente em oito imagens diferentes no material. Elas estão presentes nas páginas 12, 17, 22, 26, 34, 40, 49 e 52. Ao término do Scape Book, o desafio era visualizar todo o material novamente, e procurar pelas oito letras, tentando descobrir qual palavras elas formariam, e ainda dialogar com o professor e com a turma, sobre os motivos que levaram a escolha desta palavra.

Outro elemento que ficou definido como importante para que o contexto de parque de diversão e resolução de desafios fizesse sentido, foi o saguão. Ao término de cada bloco, os visitantes do Connect Park são dirigidos a um saguão para que possam estudar os registros e resolver o desafio final. A Figura 8 traz todos os saguões e a Big Tower Premiada.

Figura 8: Saguões e Big Tower Premiada.
Fonte: MathLibras, 2021.

O primeiro bloco ficou destinado a conhecer o que são frações, partindo da situação em que os personagens recebem tickets que deverão utilizar parar ter acesso aos brinquedos ao longo do Connect Park. Mas se tivesse que escrever matematicamente quantos tickets em relação ao total cada um deles recebeu, como isso deveria ser feito?

Para os blocos dois, três, quatro e cinco a estrutura foi padronizada em três brinquedos para explorar o conteúdo já mencionado em cada um. Oi dois

primeiros tinham como objetivo apresentar o assunto e consolidar o conceito. Já o terceiro brinquedo sempre traz um desafio final. Ele é o pré-requisito para que o aluno possa avançar no Connect Park.

No Bloco 2, o Trem Fantasma e o Crazy Math seguem a mesma linha de raciocínio, ou seja, compreender a leitura de frações partindo da observação do número de lugares ocupados em relação ao total, em cada uma das situações propostas. O desafio final é abordado através do carrossel, e explora principalmente as cores dos assentos do brinquedo, que neste caso são os cavalos. A Figura 9 mostra os brinquedos do Bloco 2.

Figura 9: Brinquedos do Bloco 2.
Fonte: MathLibras, 2021.

A investigação é o objetivo do Bloco 3 (Figura 10). Acerte a Argola, Tiro ao Alvo são os brinquedos iniciais pensados com a ideia de que os alunos observem se há um padrão nos resultados apresentados. Deste modo, não é dito o conteúdo que está sendo estudado, neste caso, a equivalência de frações. O objetivo é fazer com que as imagens levem os estudantes a um confronto de informações. É possível que duas frações diferentes representem o mesmo valor numérico?

Como eles interpretam isso, a organização das ideias e conclusões próprias foram os principais fatores levados em consideração na conclusão deste bloco. O desafio Acerte o Robô foi pensado para que de fato fosse complexo, no qual é preciso esboçar possibilidades a fim de chegar no resultado final esperado.

Figura 10: Brinquedos do Bloco 3.
Fonte: MathLibras, 2021.

Além disso, neste bloco queríamos dar uma dinâmica de diversão diferente para o Connect Park. Então é possível observar que a escolha dos brinquedos envolve apenas ações manuais e de pontaria dos visitantes. Não são conduzidos por um trajeto. Este padrão se manteve no Bloco 4 (Figura 11), quando optamos pela adaptação de brinquedos já conhecidos e a criação de outros nem sempre presentes em parques de diversão. O foco está na cooperação e no trabalho em grupo.

O Pega Bandeirinhas e a Piscina de Bolinhas, que introduzem o conceito de simplificação de frações, também partem da estratégia de observação de padrões, e a descoberta partindo de conclusões próprias. Foram estruturados dessa maneira, dando sequência ao que foi visto anteriormente. Da mesma maneira para o desafio final, o Bola na Cesta.

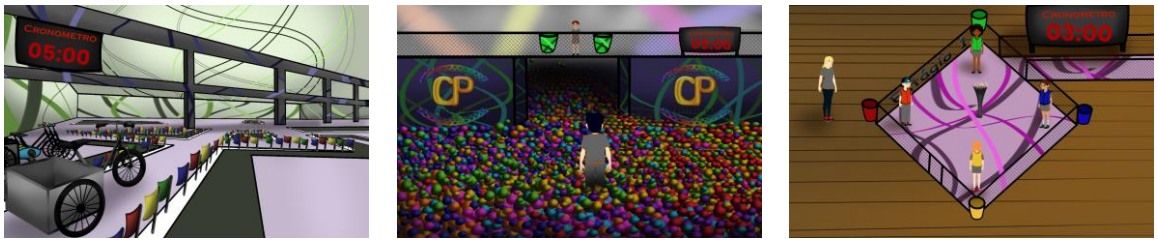


Figura 11: Brinquedos do Bloco 4.
Fonte: MathLibras, 2021.

Neste bloco temos um complemento com a seção Ampliando Saberes. A visualização geométrica da equivalência e simplificação de frações foi considerada importante, e partindo de obras de pintura, serviram como exercícios extras, nos quais novamente a observação e o raciocínio lógico estavam presentes.

Depois de boa parte da diversão destinada a brinquedos em que o êxito depende das próprias ações e do trabalho em grupo, para finalizar o Scape Book, trouxemos para os três brinquedos finais (Figura 12) aqueles mais conhecidos por serem radicais e movimentados. Para estudar a adição de frações com o mesmo denominador, a ideia principal está no progresso do trajeto de cada situação. Se temos um determinado objetivo e vamos cumpri-lo por etapas, tomamos como premissa que a adição de frações com o mesmo denominador poderia ser explorada.

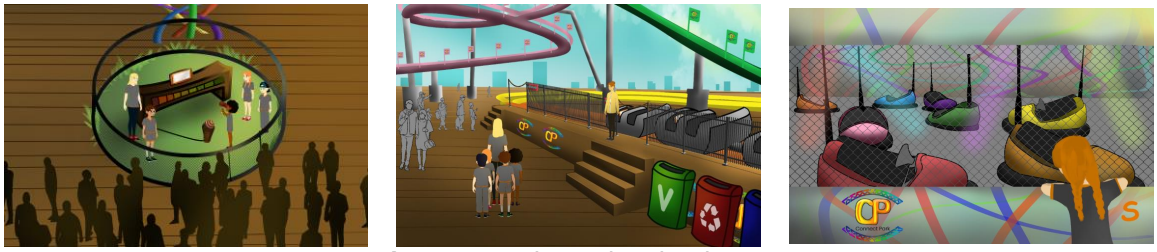


Figura 12: Brinquedos do Bloco 5.
Fonte: MathLibras, 2021.

O desafio final do Bloco 5 e último do Scape Book, foi escolhido para abordar especialmente o raciocínio lógico. Foi a maneira encontrada para determinar um bom fechamento dos exercícios do material didático.

Resumidamente apresentamos a estrutura do Scape Book, que foi concluído em dezembro de 2021. Dentre as últimas demandas, tivemos a confecção do mapa já apresentado, e também as bordas das páginas. Por se tratar de um material didático, queríamos que visualmente as páginas, além das informações matemáticas, tivesse um design padronizado. Portanto, cada bloco tem uma paleta de cores única. Isso se reflete nas bordas de todas as imagens. É possível observar também que tivemos o cuidado em manter a identidade nos cantos inferiores das páginas, onde uma pequena imagem faz referência ao brinquedo que está sendo explorado, como é possível observar na página 13, por exemplo (Figura 13).

E, ao término do trajeto, só sobraram Levi, Sara, Calebe e Maia. O grupo aguentou firme até o final, mas parece que, principalmente a Sara, não gostou muito da experiência...

Vamos ao que nos interessa do ponto de vista da Matemática! Será que vocês ficaram atentos a tudo?

Neste capítulo iremos estudar como realizar a **Leitura de Frações.** E para isso, vamos nos basear no número de lugares do ***Trem Fantasma***.

Você e sua equipe devem se organizar e representar todas as possibilidades a seguir para que na sequência aprendamos juntos a leitura:

a) O número de lugares ocupados com relação ao total disponível antes do primeiro ponto de desistência.

b) O número de lugares ocupados com relação ao total no espaço entre o primeiro e o segundo ponto de desistência.

c) O número de lugares ocupados após o segundo ponto de desistência, com relação ao total.

Muito bem, guardem estes dados, pois agora seguiremos observando.

Neste segundo momento, não iremos mais observar o número total de lugares, faremos algumas subdivisões/recortes. (Esse é um método interessante para concluir o desafio deste capítulo. Fica a dica!)

Para cada imagem abaixo, você deve escrever o número lugares ocupados referente a cada carrinho separado, ou seja, o total de quatro lugares.

Figura 13: Borda da página e identificação do brinquedo
Fonte: MathLibras, 2021.

Agora que sabemos como o Scape Book foi pensado e o resultado final, vamos observar como foi realizada a aplicação da pesquisa.

4.5 A aplicação do Scape Book

Ressaltando que os instrumentos de coleta em todas as fases foram exclusivamente o próprio material didático, que foi impresso colorido e disponibilizado um para cada aluno, além do diário de campo do pesquisador.

Devido ao fato de o pesquisador ser novo na escola, não conhecer a turma e precisar adiantar o conteúdo programático do livro didático da escola, optou-se por não realizar filmagens e outros registros, para que os alunos se sentissem à vontade para expor todos os seus resultados apenas no material impresso. A Tabela 6, a seguir, mostra com detalhes os 13 encontros que aconteceram de 24 de fevereiro à 05 de abril.

Tabela 6: Encontros.

Fase da Pesquisa	Bloco estudado	Data do Encontro
Primeiro encontro	O que são frações?	24/02/2022
Segundo encontro	2	02/03/2022
Terceiro encontro	2	03/03/2022
Quarto encontro	2	08/03/2022
Quinto encontro	3	09/03/2022
Sexto encontro	3	10/03/2022
Sétimo encontro	4	15/03/2022
Oitavo encontro	4	16/03/2022
Nono encontro	4	17/03/2022
Décimo encontro	5	22/03/2022
Décimo primeiro encontro	5	23/03/2022
Décimo segundo encontro	Big Tower Premiada	24/03/2022
Décimo terceiro encontro	Diamante de Papel	03/04/2022

Fonte: O pesquisador, 2022.

A seguir iremos descrever detalhadamente os eventos que ocorreram em cada encontro já mencionado. Cabe ressaltar que nesta seção os resultados não serão apresentados. Mas é preciso observar que em algumas situações, a aplicação precisou sofrer alterações, seja na ordem de estudos do Scape Book, ou no acréscimo de exercícios para fixar os conceitos. Dito isto, é

necessário identificar ao leitor em que momentos estes fatos aconteceram para descrever exatamente qual estratégia foi abordada e o que de fato ocorreu na sequência. É preciso que não haja confusão entre metodologia e descrição de encontros e os resultados da pesquisa, que serão abordados no capítulo da análise.

O primeiro encontro aconteceu no 24 de fevereiro, com duração de 1h40min, sendo dividido em três etapas, como podemos observar na Tabela 7.

Tabela 7: Primeiro encontro.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Páginas Exploradas
Apresentação da proposta	25min	1 a 6
O que são Frações?	55min	6 a 8
Desafio Final	20min	9 e 10

Fonte: O pesquisador, 2022.

A apresentação da proposta (páginas 1, 2 e 3), e a leitura das páginas 4, 5 e 6, foram realizadas pelo pesquisador, a fim de familiarizar a turma com o material.

Solicitou-se que alguns alunos lessem alguns parágrafos, para estimular desde o começo a ideia de colaboração entre todos. Logo no começo da página 7, temos o primeiro exercício, onde cada aluno resolveu no seu material individualmente. Retomando a palavra para toda a turma, na página 8, estabeleceu-se a ideia de fração de maneira conjunta com todos os estudantes. Neste momento, houve a necessidade de explorar outros exemplos a fim de fixar os termos de uma fração.

Após chegar à conclusão que a ideia de fração estava bem definida, avançamos para a página 9. Observe as orientações seguidas de três perguntas abaixo que compuseram o desafio final do Bloco 1:

> Você deve realizar esta etapa individualmente. Após concluir haverá a troca de resultados entre toda a turma.
> É hora de ser criativo! Vocês devem mostrar que compreenderam o conceito de fração, e para isto, deverão contar uma pequena história sobre um tema a sua escolha. Pode ser sobre sua turma, a sua família, o seu país... Insira informações como a escola em que vocês estudam, onde ela fica localizada, qual ano (série) vocês estão cursando além de outras que vocês acharem interessante. Desenhos podem ser ótimos auxiliares!
> Nessa pequena história, vocês devem responder as seguintes perguntas:
> 1. Qual é a sua unidade?

> 2. Em quantas partes vocês irão dividir, e qual a fração que vocês querem representar?
> 3. Porque o denominador de uma fração não pode ser zero? E com o numerador, porque não há essa restrição? (E-BOOK, 2021, p. 9).

O desafio acima foi lido pelo pesquisador e explicado cuidadosamente, porém precisou ser alterado no ato da aplicação. Ao invés de obrigatoriamente responder as três perguntas pré-estabelecidas, cada participante ficou livre para expor o que havia compreendido até este exato momento. Ou seja, a fração que deveriam criar, escolhendo o seu próprio numerador e denominador dentro do contexto que mais lhe agradassem, respondia à pergunta número dois, ficando a primeira e a terceira pergunta facultativa. A mudança se fez necessária também pelo fator tempo. Alguns alunos não conseguiam criar um exercício, e com o final do período se aproximando, acabaram sem conseguir finalizar toda a atividade.

Visto que este seria o primeiro exercício com o objetivo de explorar a criatividade dos alunos, além de observar se estavam compreendendo o conteúdo corretamente, foi então este o escolhido para ser o primeiro objeto de análise desta pesquisa, que será realizada posteriormente.

O segundo encontro ocorreu no dia 02 de março com duração de 50min, já o terceiro encontro foi em 03 de março, com duração de 1h50min onde o Bloco 2 foi iniciado e finalizado. Abaixo temos a Tabela 8 que mostra as etapas dos eventos que aconteceram nos segundo e terceiro encontros.

Tabela 8: Encontros do Bloco 2.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
A dinâmica do Bloco 2	10min	11
Trem Fantasma	25min	11 a 14
Leitura de Frações	10min	14 e 15
Para fixar	25min	16
Crazy Math	25min	17 a 19
Carrossel	25min	20 a 22
Desafio final	30min	22 e 23

Fonte: O pesquisador, 2022.

A dinâmica do Bloco 2, apesar de se mostrar bem simples e resumida, precisou ser explicada com bastante calma, ressaltando que neste bloco, poderiam começar tanto pelo Trem Fantasma, quanto pelo Crazy Math, e

posteriormente, avançarem para o desafio final, o Carrossel. Os alunos se mostravam bastante empolgados para explorarem o conteúdo neste momento. Todos os estudantes iniciaram pelo Trem Fantasma. Nenhum deles optou por começar pelo Crazy Math, ou seja, seguiram um padrão convencional de estudos dos livros didáticos, ao qual estão naturalmente acostumados, obedecendo a própria sequência numérica de paginação.

Após concluírem todas as atividades e perguntas das páginas 12, 13 e 14, como esperava-se, a ideia inicial era estudar a página 16 com todos os alunos após finalizarem os dois brinquedos, mas como todos optaram por começar pelo trem fantasma, naturalmente o pesquisador também seguiu a numeração do Scape Book. Então, depois que todos finalizaram o primeiro brinquedo, concluímos como realizar corretamente a leitura de frações partindo da página 14.

Antes de conhecerem o Crazy Math, a seguinte pergunta foi feita: “Alguém encontrou alguma letra para o segredo do ticket dourado?”. Todas as respostas foram negativas. Então foi afirmado que haveria uma letra entre as páginas 11 e 16. Se passaram aproximadamente dez minutos até que o primeiro aluno conseguiu identificar.

Todos ficaram muito engajados na busca pela primeira letra da palavra que viria a ser descoberta. Foi o segundo grande momento de empolgação de maneira geral de todos os participantes da pesquisa. Como estávamos no final de um encontro, e somente um havia encontrado, os alunos não queriam ir para a casa sem saber onde estava a letra. Então pediram para que a resposta fosse dada.

O pesquisador optou por inicialmente informar a página exata para a busca, neste caso, a 12. Foi então que uma grande mobilização novamente começou, pois em uma forma de competição entre eles, todos queriam encontrar por si próprios, e primeiro que os demais colegas. Alguns conseguiram encontrar, enquanto outros ainda não haviam percebido que a letra E estava muito bem escondida nas teias de aranha do trem fantasma, como podemos ver na Figura 14.

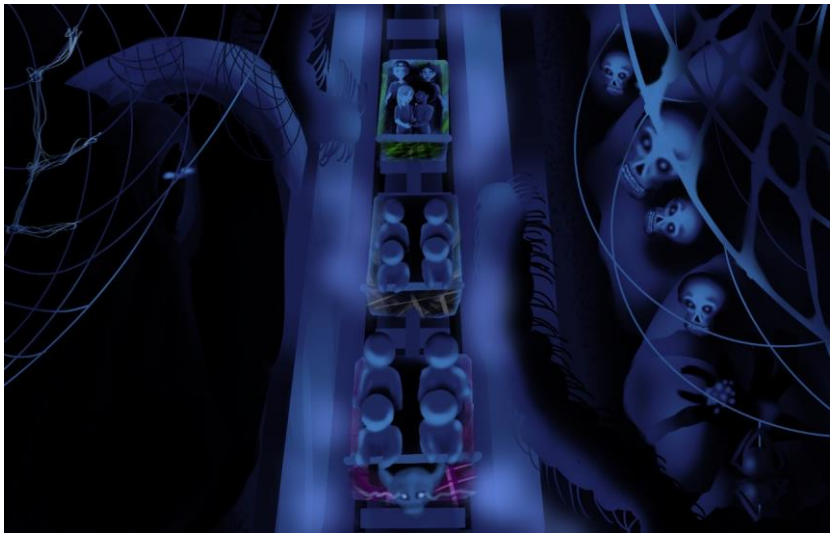


Figura 14: Letra E.
Fonte: MathLibras, 2021.

Antes de finalizar o encontro, com o Scape Book de Frações projetado através de um Datashow, foi mostrado para todos onde a letra “E” estava.

Já no dia 03 de março, começaram a explorar o Crazy Math, na página 17. Desta vez, sem que o pesquisador precisasse informar que havia mais uma letra do ticket dourado, alguns alunos acabaram encontrando-a enquanto realizavam a leitura do texto. É a letra D, que podemos observar na Figura 15.

Figura 15: Letra D.
Fonte: MathLibras, 2021.

O brinquedo desafio final do Bloco 2, é o Carrossel, que foi pensado para inicialmente conter perguntas e exercícios para fixar a leitura de frações, assunto principal deste bloco. Isso ocorreu da maneira que foi esperado, das páginas 20 a 22. O desafio final, apresentado também na página 22, tinha

como foco o raciocínio lógico, e novamente, a criatividade. A organização de ideias também foi outro ponto importante a ser explorado. Como podemos ver na Figura 16, mais uma letra da palavra secreta foi descoberta, e desta vez, com uma grande facilidade. O “R” presente nas mãos do figurante sentado na mesa logo atrás dos protagonistas do Scape Book de Frações.

Figura 16: Letra R.
Fonte: MathLibras, 2021.

O quarto encontro ocorreu no dia 08 de março com duração de 1h40min. Como era esperado, haveria a necessidade de correção das atividades para dar sequência nos conteúdos estudados. Neste encontro foi priorizada a retomada das atividades do Bloco 2, bem como a correção das mesmas e discussão do desafio final. A ordem dos eventos ocorridos está presente na Tabela 9.

Tabela 9: Retomada do Bloco 2.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Retomada do Bloco 2	10min	12, 17 e 22
Trem Fantasma	10min	11
Correção do Trem Fantasma	15min	14 e 15
Para fixar	20min	16
Correção Crazy Math	15min	17 a 19
Carrossel	25min	20 a 22
Início do Bloco 3	5min	24

Fonte: O pesquisador, 2022.

No primeiro momento relembramos sobre o desafio do ticket dourado, focando nas páginas 12, 17 e 22. Foi citado que no bloco 2, haviam três letras

e que eles não poderiam esquecer de irem registrando as descobertas. Logo após as correções iniciaram. No final da página 12 temos duas imagens que descrevem a trajetória do Trem Fantasma.

Em algumas situações, mesmo havendo uma pergunta que claramente deveria ser respondida, os alunos ficaram muito confusos, pois não haviam espaços nitidamente indicados para as respostas, como uma linha contínua, tracejada, uma caixa de texto, numeração de exercício, etc. Ou seja, as interações, como podemos ver na Figura 17, foram motivos de dúvidas, o que indica uma revisão na estrutura do material, assunto que será comentado posteriormente.

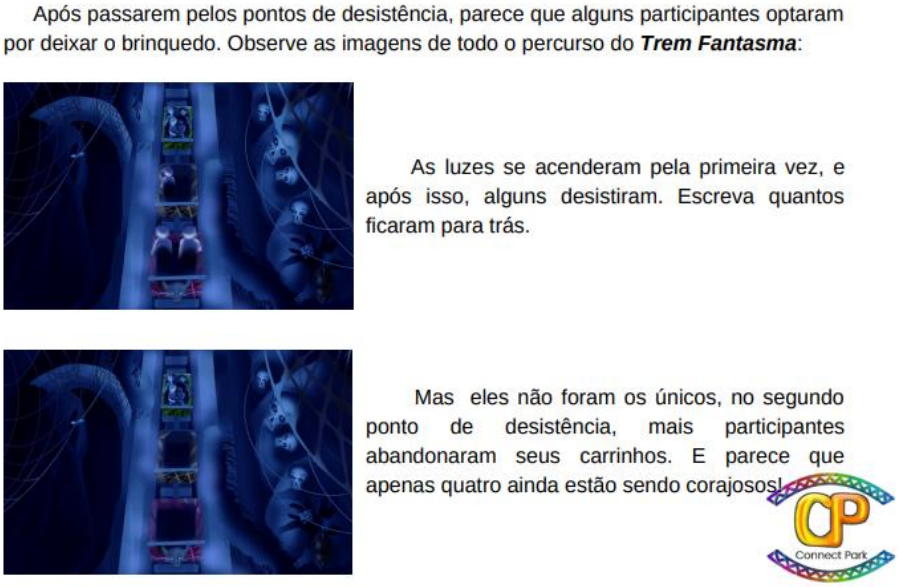


Figura 17: Recorte do E-book, p. 12.
Fonte: MathLibras, 2021.

Após a discussão e correção do desafio final do bloco 2, uma breve conversa foi feita com os alunos a fim de observar se estavam gostando do material, se dificuldades com a interpretação de texto estavam sendo sentidas, bem como se as imagens estavam com elementos suficientes para responder as perguntas propostas. Foi um momento de fazer uma avaliação para além do desempenho individual de cada aluno através das respostas mostradas nos exercícios.

Ao término deste dia iniciamos o Bloco 3, comentando brevemente sobre o assunto que seria estudado na sequência, neste caso, a equivalência de frações, bem como quais brinquedos iriam encontrar pela frente.

O quinto encontro ocorreu no dia 09 de março com duração de 50min, já o sexto, do dia 10 de março, teve duração de 1h40min. Os acontecimentos destes dois dias estão resumidos na Tabela 10, e na sequência, serão descritos com mais detalhes.

Tabela 10: Encontros do Bloco 3.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Dinâmica do Bloco 3	10min	24
Acerte a argola ou Tiro ao alvo	60min	24 a 30
Para fixar	20min	31
Acerte o Robô	30min	31 a 33
Desafio Final do Bloco 3	25min	34
O segredo do ticket dourado	10min	24 a 34

Fonte: O pesquisador, 2022.

Começamos por entender como poderiam ser explorados o Acerte a Argola, o Tiro ao Alvo e o Acerte o Robô, os três brinquedos do Bloco 3, com o objetivo de compreender a equivalência de frações. Na ocasião ficou claro que entre o primeiro e o segundo brinquedo não havia uma ordem correta. Deveriam explorar os dois da maneira que melhor deliberassem. E na sequência, após finalizarem os dois brinquedos, ir direto para a página 31.

Se anteriormente no Bloco 2, com a mesma dinâmica, nenhum aluno optou por inverter a ordem que o material didático propõe, desta vez foi diferente. Alguns grupos foram direto para a página 28, concluindo até a 30, e depois acabaram retornando para a de número 25.

Visto que a cada encontro o pesquisador acabava por conhecer melhor a sua turma, algumas adaptações do cronograma inicial puderam ser feitas sem interferir na qualidade do ensino e da pesquisa. Ou seja, em alguns momentos percebeu-se que o ritmo poderia ser acelerado, e as correções dos exercícios poderiam ser feitas no mesmo dia que foram realizadas. Neste encontro isto aconteceu. Então, antes de avançar para a seção “para fixar” foram corrigidas todas as questões das páginas 24 a 30.

No terceiro momento os alunos já tinham uma base da equivalência de frações partindo das suas próprias conclusões, então a seção Para Fixar (página 31) serviu para consolidar este conteúdo. Apesar de não estarmos na seção de análise deste texto, é preciso destacar que novamente outros

exercícios que não estavam no E-book foram necessários para que de fato compreendessem conforme o esperado. Então, assim como no bloco anterior, percebeu-se que um número maior de situações numéricas precisa estar presente justamente para fixar as ideias, visto que a ideia principal dos dois brinquedos iniciais do Bloco 3, cumpriram o seu papel, destacado no início deste capítulo.

Das páginas 31 a 33 temos a apresentação do Acerte o Robô. Durante a leitura do texto os alunos apresentaram uma grande dificuldade de compreensão. Na medida em que as mesmas perguntas estavam sendo feitas por grupos diferentes diretamente ao pesquisador, foi tomada então a decisão de que especialmente este brinquedo seria trabalhado de maneira conjunta entre todos, pois não estava havendo um avanço considerável de nenhum dos grupos para desenvolver o desafio final.

Deste modo, com o auxílio de um Datashow o e-book foi projetado. A leitura foi sendo feita, e com o auxílio do quadro outros exemplos muito semelhantes aos da página 32 (ideia principal) precisaram ser estudados. Além disso foram retomados os exemplos numéricos presentes nos dois brinquedos anteriores.

Depois de confirmado que haviam entendido o conceito de equivalência de frações e como realizar as operações, juntamente com a clareza das ideias das páginas 31 a 33, foi então autorizado que todos os alunos iniciassem o desafio final do Bloco 3, na página 34.

Após cerca de 25 minutos o desafio final foi concluído pelos estudantes. Durante esta resolução, alguns vieram até o pesquisador informar que haviam encontrado a letra “Ã”, presente na página 34, como podemos ver na Figura 18.

Figura 18: Letra Ã.
Fonte: MathLibras, 2021.

Sempre que percebiam o final de um bloco, perguntavam se ainda tinham outras letras pelas páginas que haviam estudado sem que tivessem percebido. Neste caso foi informado que sim, mas a resposta não foi dada. Instigando a curiosidade dos alunos, e verificando se se esforçavam mais para encontrar. Uma pequena minoria encontrou a letra “O” na página 26. Foi solicitado apenas que tomassem nota, sem contar aos colegas (Figura 19).

Figura 19: Letra O.
Fonte: MathLibras, 2021.

O sétimo encontro ocorreu no dia 15 de março com duração de 1h40min (Tabela 11).

Tabela 11: Encontro do Bloco 4.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Apresentação do Bloco 4	10min	35
Pega Bandeiras	25min	35 a 37
Piscina de Bolinhas	25min	38 e 39
Bola na Cesta	30min	40 e 41
Desafio Final do Bloco 4	25min	41 e 42

Fonte: O pesquisador, 2022.

O Bloco 4 também possui a dinâmica de não haver uma ordem obrigatória entre o primeiro e o segundo brinquedo. Como esta ideia já havia sido explorada anteriormente, a apresentação desta seção foi ligeiramente mais tranquila. O principal objetivo do Bloco 4 é fazer com que os alunos observem um padrão de resultados, propondo que consigam tirar suas próprias conclusões sem que o conteúdo trabalhado, neste caso, a simplificação de frações, seja necessariamente explicado anteriormente.

Deste modo, os estudantes utilizaram cerca de 50 minutos para explorar o Pega Bandeiras, das páginas 35 a 37, e o Piscina de Bolinhas, das páginas 38 e 39. Nestes casos, não foi necessária a ajuda do pesquisador para a leitura e interpretação do material, deste modo, as dúvidas foram sendo sanadas individualmente.

Na página 40, temos o início do brinquedo Bola na Cesta, e na sequência, ao apresentar o desafio final, é proposta uma revisão. A ordem do material se tornou um pouco confusa para os alunos. E isso foi percebido rapidamente. Apesar de não estarmos no capítulo do texto que aborda os resultados, é preciso relatar esta situação, para poder descrever exatamente o que foi estudado neste encontro.

Então, a turma foi orientada a pausar a leitura do material. O pesquisador com o auxílio do quadro, antecipou os exemplos numéricos de equivalência de frações presentes ao final da página 42. Aqui realizou-se algo semelhante a ideia do “para fixar”, presente nos blocos anteriores. Foi após este momento que responderam às perguntas “a” e “b” da página 42.

Depois de consolidada a ideia de simplificação de frações, e como encontrar uma fração irredutível, foram orientados a novamente realizar a

leitura da página 40, para então conseguirem concluir o desafio final do Bloco 4. Cabe ressaltar ainda que, se em diversos momentos da pesquisa os alunos interagiam com os personagens no sentido de se colocarem no lugar dos mesmos, para responderem o questionamento presente no final da página 42 isto não aconteceu. Nenhum aluno propôs uma solução para a questão apresentada.

O oitavo encontro, que aconteceu no dia 16 de março, teve duração de 50min. Foi dada sequência no Bloco 4. Vejamos na Tabela 12 a descrição do encontro.

Tabela 12: Finalização do Bloco 4.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Ampliando Saberes	30min	43 e 44
Para fixar	15min	44
Finalizando o bloco 4	5min	45

Fonte: O pesquisador, 2022.

Os exercícios a seguir foram adaptados de Boaler; Munson e Williams (2020), que ressalta a importância de explorar a matemática com a arte, visualizando o sentido geométrico dos conceitos que estudamos. Visando as equivalências de frações, Boaler; Munson e Williams (2020) apresentam a seção “Decifrando pinturas”, das quais duas foram escolhidas.

Na página 43 do Scape Book de frações: O passeio pelo Connect Park, temos a obra Ninhos (Figura 20).

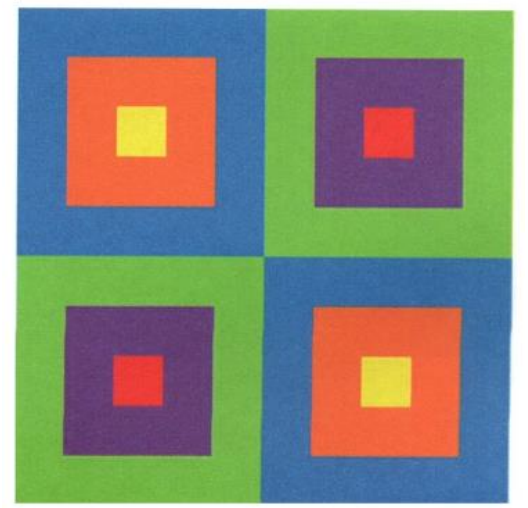


Figura 20: Obra Ninhos.
Fonte: Boaler, Munson e Williams (2020, p. 72).

As perguntas sobre a obra foram adaptadas para atender as propostas da pesquisa. Ao invés de como sugerem as autoras cuja pergunta a ser respondida pelo estudante é: *"Que fração da pintura é amarela e laranja?"* (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2020, p. 72), optamos por uma exploração e registro de toda a obra. Então os alunos precisaram identificar qual fração cada cor representava da obra.

Como o tempo previsto dentro do cronograma era de 50 minutos para este encontro, que ainda viria a contar com a seção "para fixar", colocar duas obras como opções, mas eles deveriam resolver apenas uma delas, e, logo em seguida, compartilhar com os colegas os resultados encontrados. Dito isto, na Figura 21, temos a obra Retalhos, (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2020, p. 74), cujas perguntas e objetivos eram exatamente os mesmos vistos anteriormente.

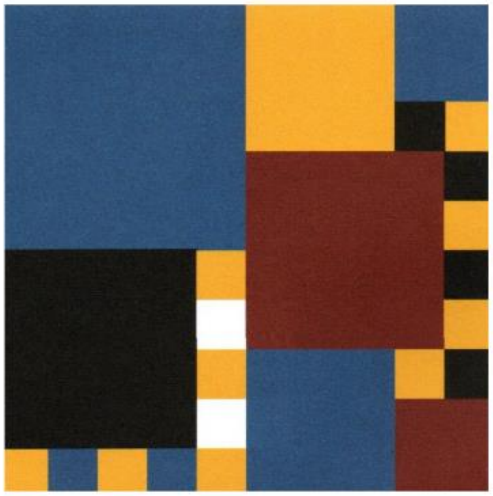


Figura 21: Obra Retalhos.
Fonte: Boaler; Munson e Williams, 2020, p. 74.

Conforme é previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a habilidade (EF06MA01), busca "Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica" (BRASIL, 2018). Pensando em contemplar essa habilidade, na página 45 do e-book, o que chamamos de Ampliando Saberes, dá continuidade ao exercício anterior, no qual os resultados encontrados nas obras de pinturas, devem ser colocados em uma reta numérica, e logo após, novamente com a ideia do Para Fixar, alguns exercícios foram propostos, como podemos ver na Figura 22.

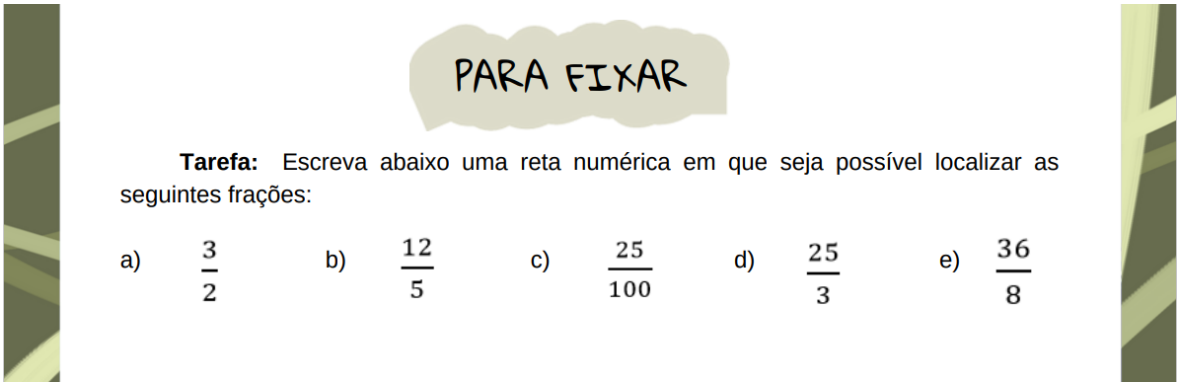


Figura 22: Para Fixar.
Fonte: MathLibras, 2021.

Após concluídos os exercícios dentro do tempo proposto, um breve diálogo aconteceu afim de seguir percebendo como estava sendo a experiência dos alunos com o e-book.

No dia 17 de março, aconteceu o nono encontro. O tempo de duração, foi de 1h40min. Conforme previsto, sempre antes de avançarmos ao próximo bloco, a correção dos exercícios e desafios do presente bloco foi realizada. Neste dia isso foi feito, conforme a Tabela 13.

Tabela 13: Retomada do Bloco 4.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Retomada do Bloco 4	10min	35 a 45
Pega Bandeirinhas - Correção	15min	37
Piscina de Bolinhas - Correção	15min	39
Retomada do Desafio Final	25min	42
Ampliando Saberes	20min	42 a 44
Para fixar	30min	44

Fonte: O pesquisador, 2022.

Nos dez minutos iniciais, relembramos o assunto principal, e a importância da interpretação de texto para estabelecer relações com o Bloco 3, e assim podermos avançar e conseguiu chegar aos objetivos propostos. Depois disso, com o auxílio do Datashow, o e-book foi projetado e as correções de todas as questões das páginas 37 e 39 foram corrigidas.

Antes da correção do desafio final, um novo período de tempo foi destinado para que alguns alunos retomassem a atividade para poderem concluir, já que foi relatado que ainda não haviam conseguido. Durante este

período mais uma letra do segredo do ticket dourado foi encontrada (Figura 23), na página 40.

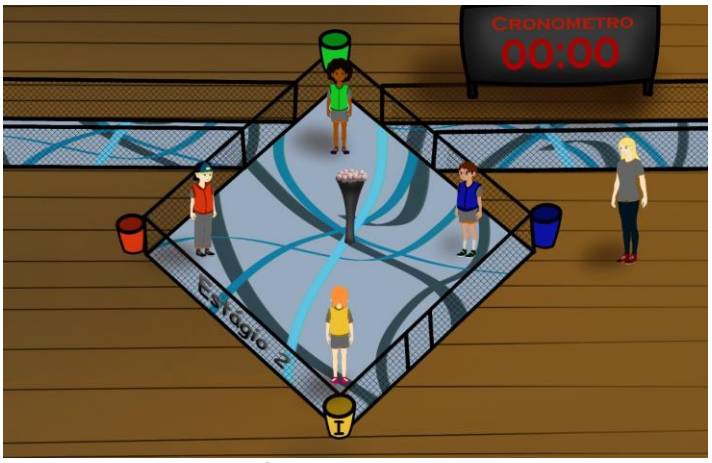


Figura 23: Letra I.
Fonte: MathLibras, 2021.

Para a seção Ampliando Saberes com a exploração das obras de arte, o pesquisador questionou os alunos sobre os métodos e estratégias que haviam utilizado para responderem as perguntas. Neste momento uma grande troca de conhecimento e informações aconteceu entre toda a turma. Todas as soluções para as obras de arte Ninhos e Retalhos foram dadas pelos estudantes.

Antes de corrigir a página 45, com foco na representação de diferentes frações na reta numérica, foi preciso utilizar cerca de 25 minutos para fazer uma aula expositiva, visto que algumas dificuldades foram apresentadas.

O décimo encontro, ocorrido no dia 22 de março teve duração de 1h40min. A Tabela 14 descreve as primeiras ações do último bloco do e-book aplicado durante a pesquisa.

Tabela 14: Bloco 5.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Apresentação do Bloco 5	10min	46
Martelo de Força	55min	46 a 48
Montanha Russa	25min	49 a 51
Carro Choque	10min	53 e 53

Fonte: O pesquisador, 2022.

O Bloco 5 foi apresentado rapidamente, e conforme orientações, desta vez a ordem crescente do número das páginas do e-book deveria ser seguida. O professor fez a leitura do material para a turma, visto que este conteúdo,

conforme a estrutura do e-book, não foi pensado para que os alunos descobrissem um padrão, ou através da interpretação tirassem suas conclusões próprias, sem a mediação do professor. Desta forma, as páginas 46, 47 e 48, foram finalizadas em conjunto, e na sequência, outros exercícios extras precisaram ser estudados para fixar a adição de frações, o que acabou demandando mais tempo do que o esperado.

No segundo momento, que durou cerca de 25 minutos, a leitura das regras sobre a Montanha Russa foi realizada, para que os alunos conseguissem resolver o exercício de raciocínio lógico. Durante esta etapa os alunos anunciaram a descoberta de uma nova letra, presente na página 49, como podemos ver na Figura 24.

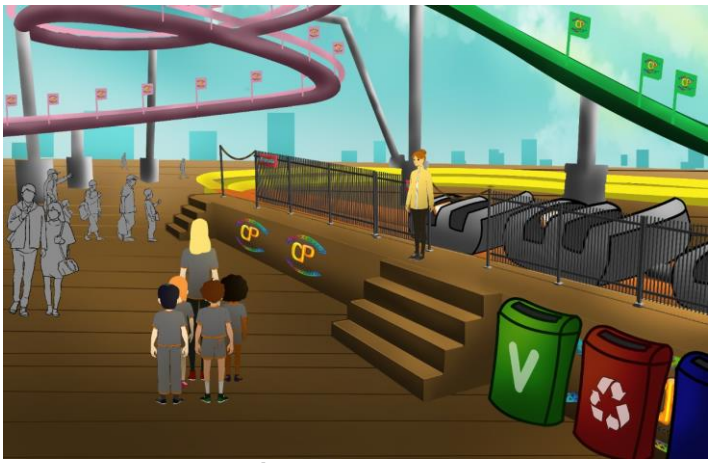


Figura 24: Letra V.
Fonte: MathLibras, 2021.

Ao final do encontro foi explicado o funcionamento do Carro Choque, e os alunos realizaram as atividades da página 53.

O décimo primeiro encontro, que aconteceu no dia 23 de março, com duração de 50 minutos, teve como foco a conclusão do desafio final do Bloco 5, como podemos ver na Tabela 15.

Tabela 15: Desafio final do Bloco 5.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
Retomada do Carro Choque	5min	54
Apresentação do Desafio Final do Bloco 5	35min	54 e 55
Conclusão do Desafio Final do Bloco 5	35min	55

Fonte: O pesquisador, 2022.

Após a retomada do funcionamento do carro choque, alguns alunos registraram a última letra da palavra secreta do ticket dourado, presente na página 52 (Figura 25).

Figura 25: Letra S.
Fonte: MathLibras, 2021.

No segundo momento o desafio final foi apresentado. A tabela presente na página 54 do Scape Book deveria ser completada de acordo com as informações da página 55. Para que os alunos tivessem um maior conforto, agilidade e organização das ideias, cada um deles recebeu uma folha extra ao e-book que continha a mesma tabela da página 54 (Figura 26).

1.	2.	3.	4. LARANJA	5.	6.	7.	SARA CARRINHO AMARELO
1.	2.	3.	4. MARROM	5.	6. LARANJA	7.	MAIA CARRINHO ROSA
1.	2.	3. LARANJA	4. MARROM	5.	6. VERMELHO	7.	CALEBE CARRINHO VERDE
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	LEVI CARRINHO ROXO

Figura 26: Tabela do desafio final do Bloco 5
Fonte: MathLibras, 2021.

Neste mesmo encontro a solução foi discutida entre todos. Cada afirmação foi sendo analisada conforme as respostas dos alunos, e a tabela que estava sendo projetada no quadro, com o auxílio do Datashow, foi sendo completada em conjunto entre alunos e pesquisador.

No décimo segundo encontro, no dia 24 de março, com duração de 50 minutos, o foco foi a finalização do segredo do ticket dourado. As ações do penúltimo encontro com registros sendo gerados para a pesquisa estão presentes na Tabela 16.

Tabela 16: O segredo do Ticket Dourado.

Etapas do encontro	Tempo de duração	Página(s) explorada(s)
A Big Tower Premiada	25min	56
O segredo do Ticket Dourado	20min	56
Finalização do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park	5min	57 e 58

Fonte: O pesquisador, 2022.

Na primeira etapa os alunos tiveram um tempo para retomar a exploração de todo o e-book para registrar as letras que ainda não haviam encontrado. E na sequência a discussão da palavra secreta, e na opinião deles, quais seriam os motivos que teriam levado o pesquisador a escolher esta palavra.

Como última ação deste dia alguns questionamentos foram feitos aos alunos a fim de obter uma avaliação geral do ponto de vista deles sobre o Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park. Assuntos como a leitura e interpretação de texto, a qualidade das imagens, os exercícios numéricos, a complexidade da dinâmica dos brinquedos, os desafios de raciocínio lógico e a dinâmica da palavra secreta foram conversados de maneira geral com os alunos, sem o objetivo de gerar algum registro.

Após o décimo segundo encontro foi realizada uma breve análise e leitura prévia de todos os registros gerados pelos alunos. Foi verificado que somadas todas as questões, exercícios e desafios presentes no Escape Book, haviam pelo menos 40 objetos de análise, por aluno. Portanto, para atender ao objetivo da pesquisa de analisar as potencialidades e desafios do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park, optamos por fazer um comparativo

entre o primeiro e o último exercício realizado por cada estudante, desde que estes tivessem a mesma natureza. Diante disto, o décimo terceiro encontro foi realizado para que esse comparativo pudesse ser feito e o curto período de tempo que restava, pudesse manter a qualidade do texto, de maneira a obter uma avaliação precisa do material.

No dia 03 de abril os alunos receberam uma folha A4, e realizamos as dobraduras necessárias para construir o Diamante de Papel, conforme Boaler (2020, p. 87), que já apresentamos anteriormente no capítulo 3. Esta atividade tem como objetivo visualizar e representar o mesmo problema de diferentes maneiras, chamado de maneira multidimensional. Portanto o comparativo entre o primeiro e o último exercício foi estruturado da seguinte maneira:

O primeiro desafio que já descrevemos detalhadamente, presente na página 9 do Scape Book, foi pensado a partir do Diamante de Papel, no qual os estudantes deveriam representar a mesma fração das diferentes maneiras que conseguissem. Agora, ao término da pesquisa, o exercício foi semelhante. Ao centro do diamante de papel, a regra era escrever a fração que desejassem. Nos outros quatro espaços, ficaram livres para apresentar outras representações. Foram questionados se após a aplicação do Scape Book, que tinha como finalidades explorar a criatividade, imaginação, raciocínio lógico, seriam capazes de se limitarem a desenhar pizzas. Nenhum aluno foi impedido de expor exatamente o que queria. Apenas foram estimulados, novamente, a não ter limites. Que desenhos, assim como durante a pesquisa, são ótimos auxiliares para compreender situações numéricas.

Agora que sabemos como foi ocorreu o processo de produção e aplicação do Scape Book, vamos realizar no capítulo seguinte a análise das produções dos 20 estudantes.

5 O processo da análise e a discussão dos resultados

Para analisar e inferir os dados desta pesquisa nos baseamos em Bardin (2016), empregando o método da Análise de Conteúdo, para verificar como os 20 participantes lidaram com o desafio da página 9 do Scape Book, realizado no dia 24 de fevereiro de 2022 e do Diamante de Papel, que encerrou a aplicação da pesquisa no dia 05 de abril de 2022, estabelecendo um comparativo entre estes dois, com a finalidade de concluir como os estudantes se posicionaram perante ao exercício de expressar as diferentes maneiras de representar uma mesma fração. Por fim, concluir sobre as potencialidades e desafios do uso do Scape Book de frações: O passeio pelo Connect Park. Deste modo, os métodos para tratar a informação contida nas mensagens, que neste caso, são os exercícios propriamente ditos acima, serão divididos aqui em quatro fases, conforme observamos na Figura 27.

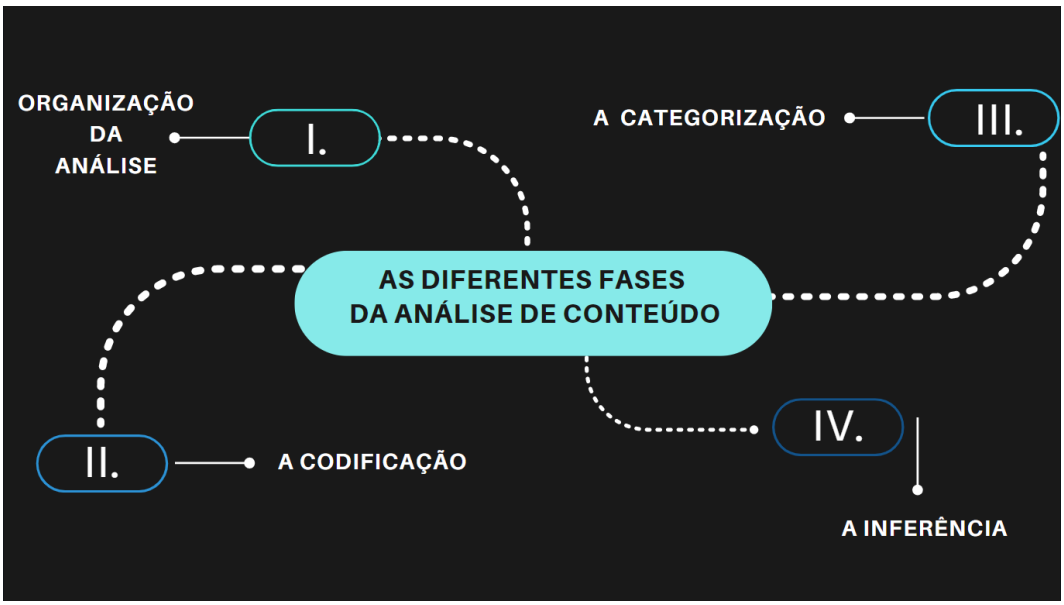


Figura 27: O método da análise de conteúdo.
Fonte: Adaptado de Bardin (2016).

A seguir iremos compreender de que maneira o pesquisador utilizou o método da Análise de Conteúdo, tendo como base a ordem cronológica

apresentada. No primeiro momento, temos a organização da análise, esta fase é dividida em três ações diferentes, que vamos observar na Figura 28.

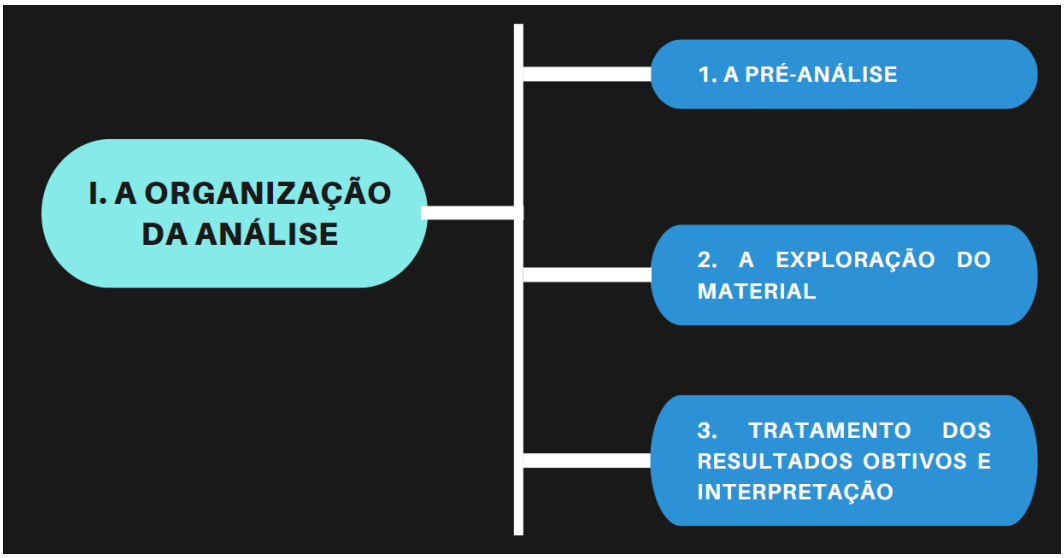


Figura 28: As etapas da organização da análise.
Fonte: Adaptado de Bardin (2016).

Ainda nesta primeira fase, temos que a pré-análise se subdivide em cinco momentos, que estão resumidos na Figura 29.

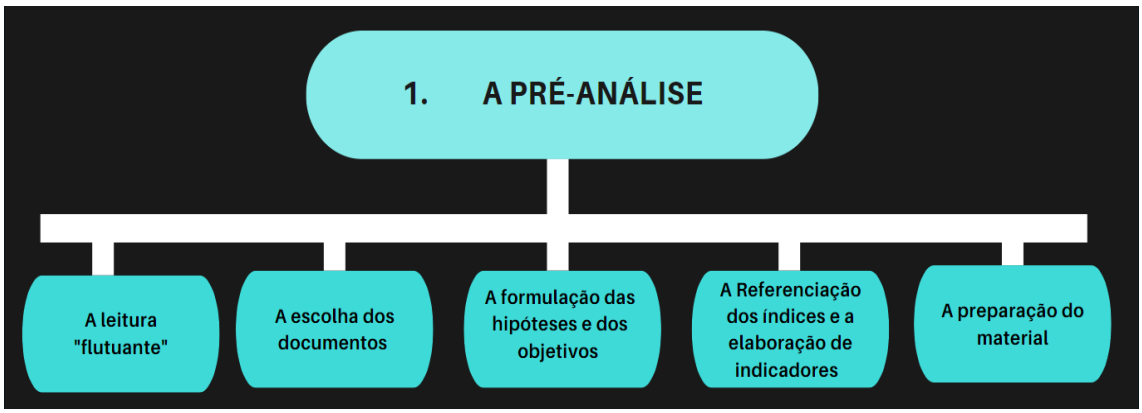


Figura 29: As etapas da organização da análise.
Fonte: Adaptado de Bardin (2016).

Conforme descreve Bardin (2016, p. 126), “a primeira atividade consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar e em conhecer o texto deixando-se invadir por impressões e orientações”. Aqui é preciso relatar que a leitura flutuante ocorreu desde a primeira semana de aplicação da pesquisa, visto que se tratava de um material didático totalmente criado pelo pesquisador. Ao término de cada semana uma leitura rápida (sem correção de exercícios) em todos os materiais era realizada, a fim de perceber como estava sendo o desempenho de cada um dos alunos. Com o encerramento dos encontros, novas leituras foram realizadas de maneira geral com os mesmos objetivos.

A escolha dos documentos, segunda atividade desta etapa, dependia dos objetivos que queríamos alcançar. Em um primeiro momento, seria pertinente observar o desempenho de todos os alunos em todas as atividades, levando em consideração a qualidade da resolução, e não apenas um percentual de concluintes corretamente. Mas essa opção se mostrou inviável pelo alto número de exercícios e desafios do Scape Book que poderiam estar sujeitos a análise. A Tabela 17 abaixo dará ao leitor a real dimensão.

Tabela 17: A quantidade de desafios do Scape Book.

Bloco	Assunto	Quantidade de Exercícios/Desafios/Perguntas
1	Conhecendo frações	3
2	Leitura de Frações	25
3	Equivalência de Frações	9
4	Simplificação de Frações	15
5	Adição de Frações com o mesmo denominador	9

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ao todo teríamos em torno de 61 exercícios que poderiam resultar em diferentes análises de acordo com cada conteúdo estudado. Após essa reflexão optamos então pela aplicação do Diamante de Papel, o qual apresentamos no capítulo anterior. Deste modo, a escolha dos documentos partiu então do objetivo de buscar uma resposta sobre como os alunos estavam se expressando e se haviam de maneira geral realizado algum avanço significativo, que poderemos observar ao decorrer do texto.

A terceira atividade se refere a formulação das hipóteses e dos objetivos, na qual temos que:

> Uma hipótese é uma afirmação provisória que nos propomos verificar (confirmar), recorrendo aos procedimentos de análise. Trata-se de uma suposição cuja origem é a intuição e que permanece em suspenso enquanto não for submetida à prova de dados seguros. O objetivo é a finalidade geral a que nos propomos. (BARDIN, 2016, p. 129).

Num primeiro momento as perguntas, exercícios e desafios do Scape Book foram pensados também com a finalidade de desenvolver no aluno a habilidade de conseguir visualizar e representar de diferentes maneiras um mesmo problema, situação ou resultado, já que isso é benéfico para o nosso cérebro como sugere Boaler (2020, p. 81). Então esta sempre foi uma das

hipóteses lançadas desde o começo da pesquisa, e por consequência um objetivo a ser alcançado.

A quarta atividade, nomeada de referenciação dos índices e a elaboração de indicadores é um processo importante para a criação das categorias, que iremos descrever com maiores detalhes a seguir. Por fim, temos a preparação do material, que é um movimento a ser realizado antes da analise propriamente dita. Segundo Bardin (2016, p. 131-132,) “são suportes materiais de um tipo específico que podem facilitar a manipulação da análise”. Neste caso, foi realizada a digitalização de todos as respostas da página 9, e do Diamante de Papel, colocadas em pastas diferentes no computador. Facilitando a manipulação dos dados, evitando trabalhar com o montante de 1218 folhas, ou seja, as 21 cópias do Scape Book que foram impressas para os alunos.

As segunda e terceira etapas da organização da análise, são respectivamente a exploração do material e o tratamento dos resultados obtidos e interpretação, que na prática, são as aplicações dos procedimentos das decisões tomadas, ou seja, é de fato uma etapa longa e cansativa de observação profunda dos documentos, e por fim, as inferências.

Vamos nos deter agora a segunda fase do método da Análise de Conteúdo, a codificação. Sendo fiel ao conceito, temos nas palavras de Bardin (2016, p. 133):

> Tratar o material é codificá-lo. A codificação corresponde a uma transformação – efetuada segundo regras precisas – dos dados brutos do texto, transformação esta que, por recorte, agregação e enumeração, permite atingir uma representação do conteúdo ou da sua expressão; suscetível de esclarecer o analista acerca das características do texto.

Ainda de acordo com Bardin (2016, p. 134) “todas as palavras do texto podem ser levadas em consideração, ou pode-se reter unicamente as palavras-chave”. Diante disto, após a leitura das produções dos estudantes, as palavras-chave foram selecionadas, para que pudéssemos confrontá-las e submete-las a classificação em categorias, posteriormente apresentadas. As palavras-chave encontradas no exercício da página 9 do Scape Book, estão apresentadas na Figura 30.

Canetas coloridas	Materiais no estojo	Estojos	Donuts
Numerador	Máscaras	instrumentos de anotar	Dividir grupos
Denominador	Prendedores na sala	Metade	Balas
Total	Lápis	Pizza	Jogos
Total	Time de futebol	Livros	Família

Figura 30: Palvras-chave emergentes do exercício da página 9.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Já as palavras chave das produções do Diamante de Papel, encontram-se na Figura 31.

Bolos/sorvetes	Cartas Pokemon	Bolas de Futebol	Livros
Estojo/Marca Texto	Preparo de Poção	Lâmpadas na sala	Champions
Hamburguer	Prendedores na sala	Caixa de bombom	Pintor
Jogos / Jogar	Fração Equivalente	Vender brinquedos	Sushi / Chocolate
Roda Gigante/ Montanha Russa	Fração Irredutível	Pescar / Família	Família

Figura 31: Palavras-chave emergentes do diamante de papel.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Conhecidas as palavras-chave, passamos para a etapa da da criação dos códigos, de maneira a agrupá-las estabelecendo através da interpretação relações e significados entre as mesmas, para que logo na sequência as categorias fossem pensadas.

Conforme Bardin (2016, p. 147), “a categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos”. Ainda segundo a autora, para criar estas categorias, é preciso investigar os elementos e determinar o que eles tem em comum. Para que a categorização seja considerada boa, ela deve possuir algumas qualidades, que conforme Bardin (2016) trazem:

a) Exclusão mútua: nos diz que cada elemento não pode existir em mais de uma divisão;
b) A homogeneidade: é necessário que haja uma dimensão para a pesquisa;
c) A pertinência: A categoria precisa estar atrelada aos objetivos da pesquisa e com o referencial teórico utilizado;

d) Objetividade e a fidelidade: as diferentes partes de um mesmo material, ao qual se aplica a mesma grade categorial, devem ser codificados da mesma maneira;

e) A produtividade: Um conjunto de categorias é produtivo se fornece resultados férteis: em índices e inferências, em hipóteses novas e dados exatos.

De posse destas considerações, e das palavras-chave que foram identificadas, três categorias foram criadas. Aqui é preciso deixar claro que estas partiram da observação exclusivamente das palavras chave do exercício da página 9, pois ao considerarmos as palavras-chave dos dois documentos analisados, a regra da exclusão mútua não pode ser realizada dentro dos padrões que estavam sendo considerados. A Figura 32 identifica as três categorias emergentes da pesquisa.

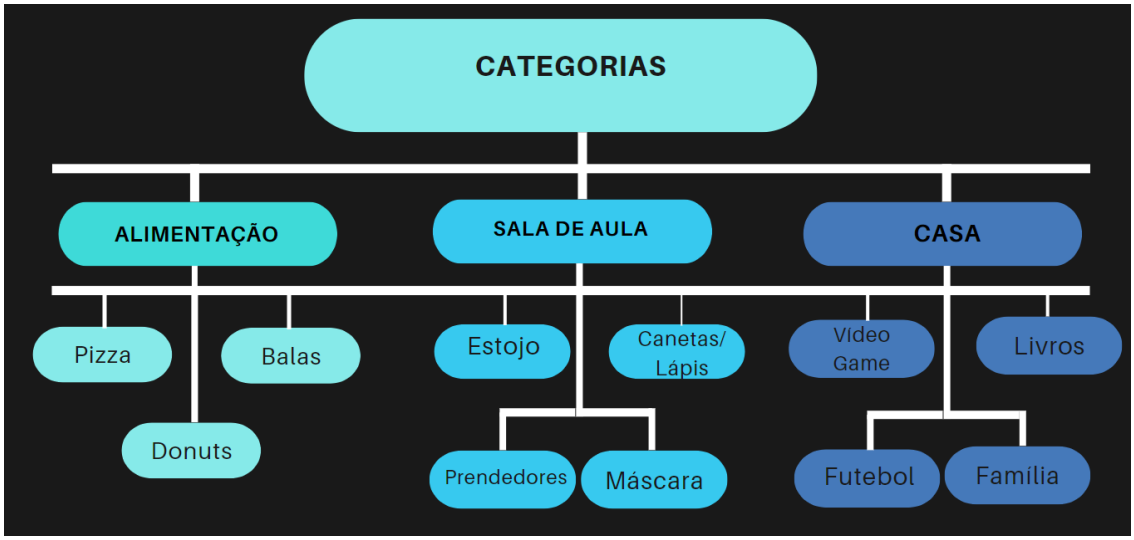


Figura 32: Categorias emergente das produções dos alunos.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

A seguir iremos observar as produções dos participantes da pesquisa, dentro de cada categoria, considerando a resolução dos mesmos baseada em três pontos de vista que estarão ou não presentes:

a) Língua materna: basicamente é a parte da resolução em que o aluno utiliza da nossa língua oficial, ou seja, o português brasileiro, na forma escrita, para apresentar, descrever ou complementar a fração que escolheu. Segundo Machado (1993, p. 91), língua materna é “a primeira língua aprendida, que coincide, quase sempre, em nosso caso, com o português”.

b) Linguagem matemática: como os termos técnicos, símbolos e regras foram utilizados para expressar a fração que escolheram.
c) Linguagem visual: se além do português em sua forma escrita, ou da linguagem matemática, o aluno utilizou de diagramas, desenhos e outras representações para auxiliar na compreensão do seu exercício.

A seguir iremos analisar, discutir e inferir sobre as produções dos 20 alunos que participaram da pesquisa. Ressaltamos que será feita uma comparação entre os dois exercícios escolhidos. O exercício da página 9 do Scape Book iremos chamar de documento 1, já o Diamante de Papel, será o documento 2.

Os alunos serão nomeados por uma letra, que indica a qual categoria que o trabalho está inserido, precedida de um algarismo, conforme as podemos observar:

1. Categoria nomeada de SALA DE AULA: S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7.
2. Categoria nomeada de CASA: C1, C2, C3, C4, C5.
3. Categoria nomeada de ALIMENTAÇÃO: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7.

5.1 Categoria 1: SALA DE AULA

Para a primeira categoria, a que denominados de SALA DE AULA, foram sete trabalhos agrupados. Selecionamos estes porque percebemos que ao serem confrontados com a situação de “criar” uma fração, ou seja, escolher uma unidade, determinar em quantas partes seria dividida e quais destas queria representar, os alunos escolheram elementos visuais ao seu alcance como fatores essenciais para a conclusão. Todos os objetos escolhidos estavam presentes dentro da sala de aula. A Figura 33 nos mostra a resolução da Aluna S1.

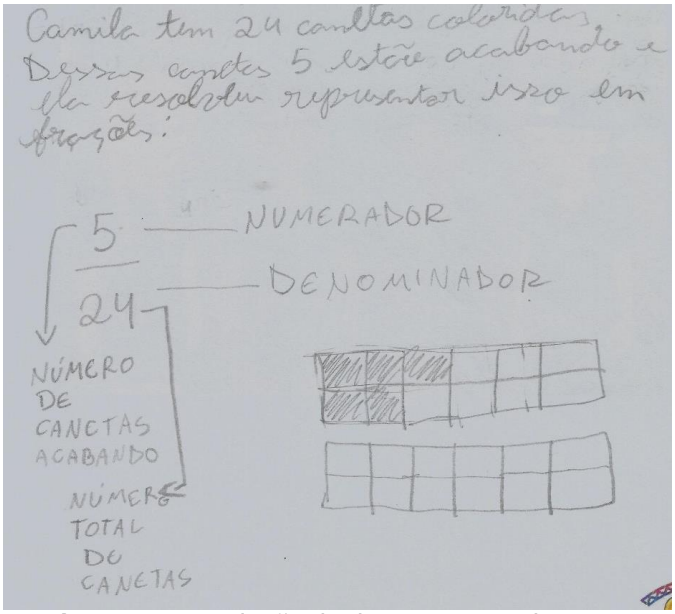


Figura 33: Resolução do documento 1, Aluna S1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Podemos identificar três linguagens presentes. A linguagem materna, ou seja, o texto informado pela aluna para descrever com bastante clareza a situação proposta pela mesma. Neste caso, ela utilizou um exemplo com as canetas presentes em um estojo, e selecionou as que estariam acabando. A sequência disto é a linguagem matemática, que resultou na fração 5/24. E, por fim, a linguagem visual, ou seja, a representação da fração.

A aluna S1 identificou corretamente os elementos de uma fração, ou seja, o numerador e o denominador, indicando ainda o que cada um significava dentro do seu contexto, mesmo que o enunciado já apresentasse estas informações. Na sua representação visual, cabe ressaltar que poderiam ter sido desenhadas 19 canetas com o tubo da carga completo, e as outras cinco acabando, para que ficasse visualmente de acordo com o texto.

Percebeu-se nesta primeira etapa de aplicação do Scape Book, que quando estavam livres para criarem, os alunos ainda estavam muito presos aos clássicos exemplos dos livros didáticos. As canetas foram trocadas por uma possível “barra de chocolate”. Portanto, ao longo do Scape Book e do estudo de frações, cada vez mais os alunos estavam sendo incentivados a se expressarem por meio de textos e desenhos mais completos, sem medo de errar. Agora vamos observar (Figura 34) o desempenho de S1 no documento 2.

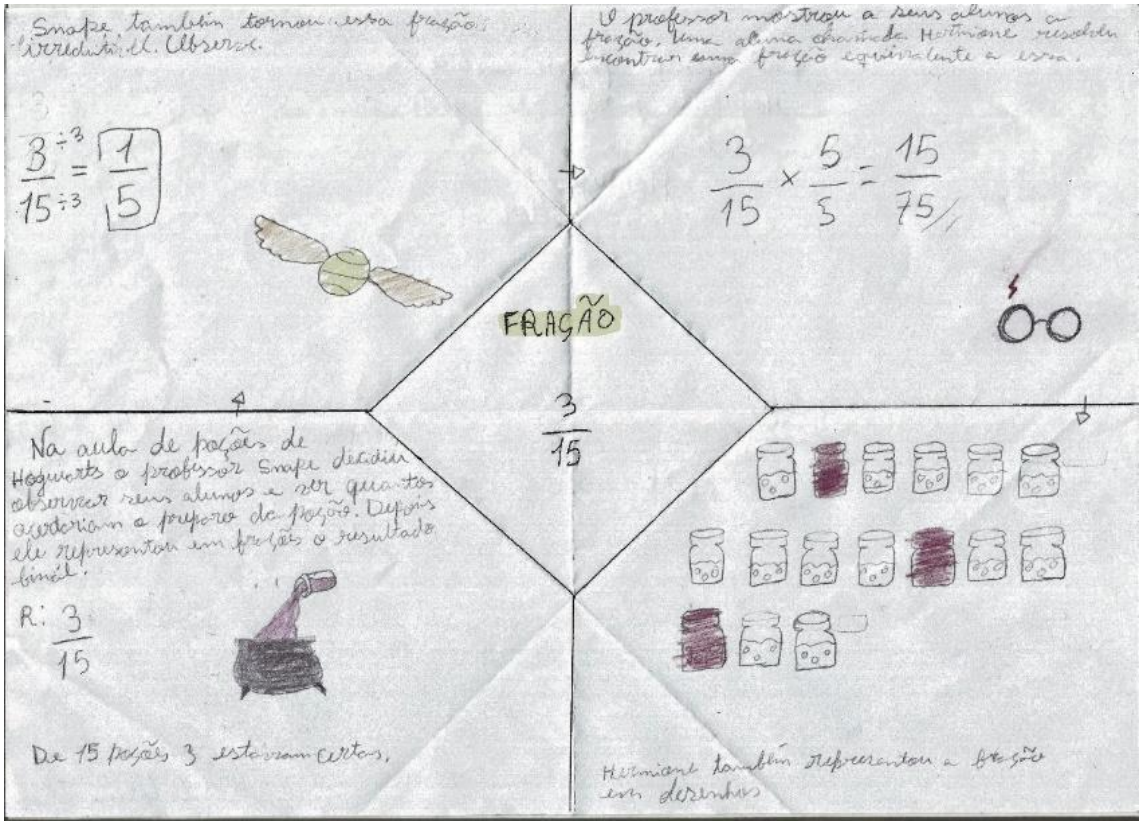


Figura 34: O desempenho da Aluna S1 no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Novamente utilizando as três linguagens, o resultado possui uma riqueza de detalhes que o torna incrível. No canto inferior esquerdo, a linguagem materna contextualiza muito bem o começo do trabalho da aluna, que apresenta ainda um desenho de introdução, que não está diretamente ligado a alguma fração. É a ideia de que os elementos visuais são importantes na compreensão dos conceitos sendo colocada em prática, algo que foi relembrado e estimulado ao longo de toda a pesquisa. Fica evidente aqui que a aluna compreendeu a proposta, e traz elementos visuais em todas as etapas do seu Diamante de Papel.

Se no primeiro exercício descrito anteriormente, ela havia utilizado uma barra para representar canetas, agora ela utiliza exatamente o que sugere o seu texto. Os frascos estão de acordo com o tema, e os coloridos indicam o numerador da fração. Ainda podemos observar que ela conseguiu relacionar os conteúdos de equivalência de frações, e frações equivalentes com o seu assunto.

Podemos dizer que é um estudo semelhante a proposta do Scape Book. A continuidade dos conteúdos matemáticos sem mudar o contexto. Na medida

em que o conteúdo de matemática avança, novos elementos dentro do mesmo contexto surgem, exatamente como no Connect Park. Podemos ainda destacar que a imaginação da aluna foi muito além do primeiro exercício. Se antes ela utilizou as canetas, agora ela explorou toda a sua imaginação, escolhendo um assunto que ela gosta muito, como relatou no verso da folha.

A turma ao longo da pesquisa passou a ser encorajada a realizar esta prática, e os resultados positivos apareceram. Partindo da ideia disposta pela Aluna S1, poderíamos com certeza criar um Scape Book baseado na saga de Harry Potter. Optamos por começar esta análise pelo trabalho da aluna S1, porque considerarmos ser um dos trabalhos mais completos de toda a turma. A linha contínua de pensamento, adequando os conteúdos de matemática sem mudar a sua história surpreendeu positivamente o pesquisador. Sobre isso, “devemos sempre estar abertos a ser surpreendidos pelo que nossos aprendizes são capazes de fazer, sempre lhes proporcionando oportunidades de levar o trabalho até altos níveis e ser desafiados” (BOALER, 2018, p. 12).

A Aluna S2, que também faz parte da categoria SALA DE AULA, utilizou os materiais de anotação do seu estojo para se expressar. Vejamos a Figura 35.

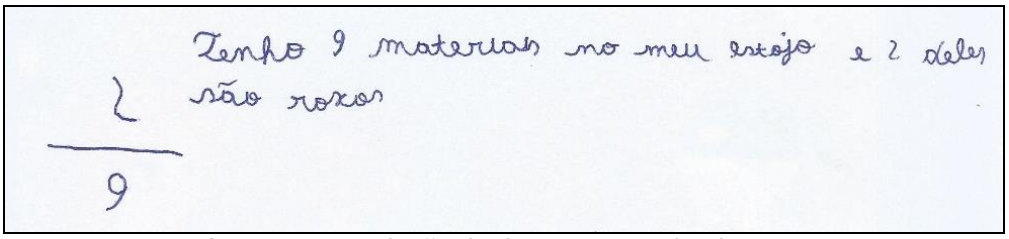


Figura 35: Resolução do documento 1, da Aluna S2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Vamos inicialmente falar da mensagem em português apresentada na figura acima. Percebemos a falta de clareza nas informações em alguns pontos, que poderiam ter ilustrado melhor a situação, como por exemplo, o tipo de material que estava presente dentro do estojo e foi analisado ou o motivo que a levou a escolher este assunto. A falta da linguagem visual também contribui para que não consigamos ter melhores conclusões. Caso ele tivesse sido feito, poderíamos saber quais eram as outras cores dos outros materiais, ou ainda, porque os roxos foram escolhidos.

Novamente podemos perceber que o Scape Book até aqui, foi capaz de tornar o conceito de fração compreensível, mas ainda era preciso trabalhar melhor com os participantes da pesquisa, a liberdade de expressão e a criatividade em matemática. Na sequência temos a Figura 36, do documento 2 da Aluna S2.

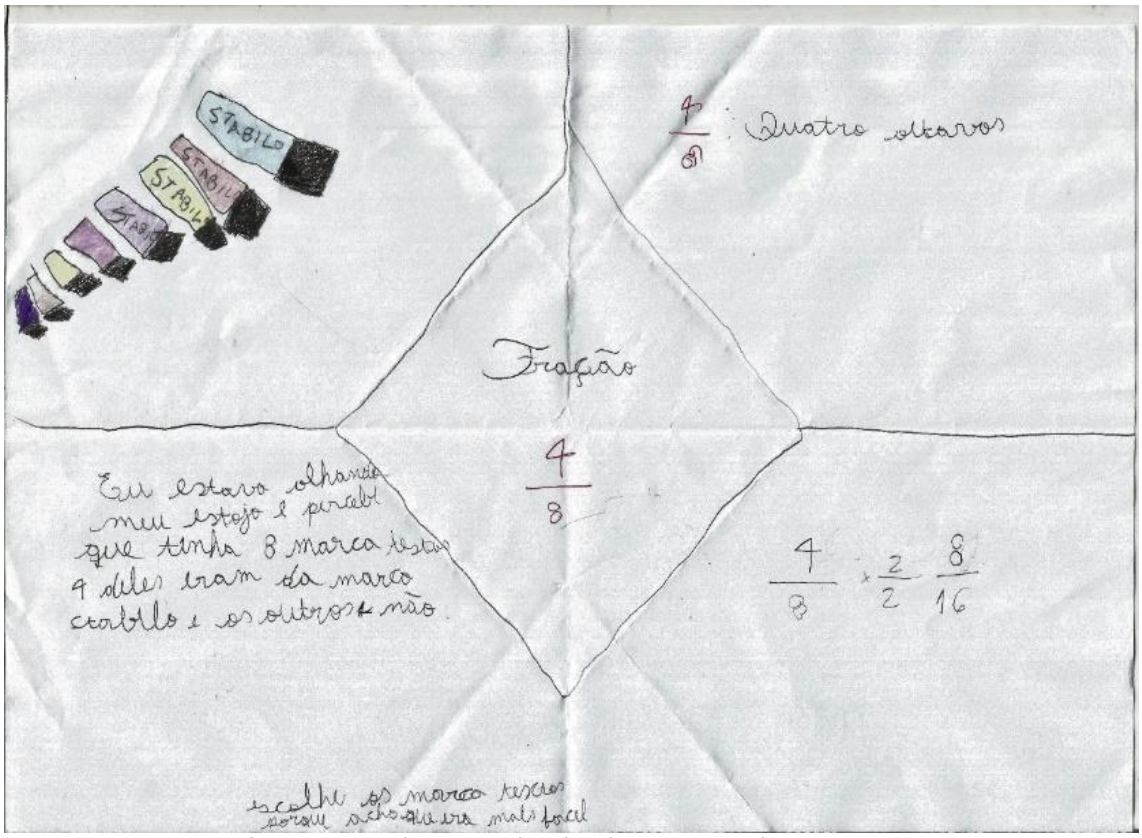


Figura 36: O desempenho da Aluna S2, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Inicialmente observamos a frase da própria participante que justifica a sua escolha: "*Escolhi os marca textos porque acho que era mais fácil*". Ela utilizou exatamente o mesmo exemplo do documento 1, mas percebe-se aqui, os resultados da pesquisa quando nos referimos as diferentes maneiras de visualizar o mesmo problema, e das imagens como auxílio para compreensão própria e de um leitor.

Se antes a linguagem visual não foi realizada, agora ela aparece com uma riqueza maior de detalhes. Além dos objetos desenhados, eles estão coloridos, com identificação, e ainda uma proporção diferente entre as marcas, o que indica, serem realmente assim. Porém o que mais cabe salientar em termos de evolução aqui, é a linguagem matemática. Mesmo que no canto inferior direito não haja um novo desenho para representar a fração oito

dezesseis avos, o conceito de frações equivalentes foi demonstrado pela aluna, ou seja, a linguagem matemática aparece três vezes, com a fração quatro oitavos, a equivalência e a leitura de frações.

Cabe lembrar que os espaços do Diamante de Papel poderiam ficar em branco, pois caso não conseguissem se expressar de diferentes maneiras, deveriam deixar os espaços livres. Isso nos mostra o quanto a aluna S2 evoluiu, mesmo não tendo mudado o seu assunto. Se os objetos a sua frente, na sala de aula, ainda eram mais fáceis de ilustrar, porque estavam dentro do seu alcance visual, reforça para nós o quanto estes elementos se tornam cada vez mais essenciais nos processos de ensino e aprendizagem para um determinado número de estudantes. Além do mais, ela faz parte de um grupo pequeno que expôs equivalência e simplificações de frações nos resultados. Nesta produção, podemos perceber também a influência direta do Scape Book no aprimoramento de cada linguagem destacada como objeto de análise. A ideia de que “os alunos precisam deixar de ser alunos passivos para serem aprendizes ativos, assumindo a responsabilidade por seu próprio progresso” (BOALER, 2019, p. 74), pode ser comprovada.

A Figura 37 mostra os resultados do aluno S3 no documento 1.

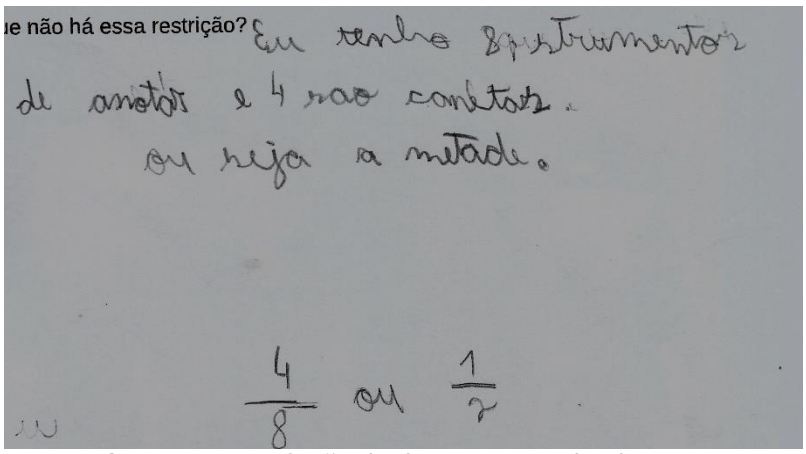


Figura 37: Resolução do documento 1, do Aluno S3.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No exercício do Aluno S3, os conceitos de fração adquiridos nos anos anteriores foram colocados pelo estudante. Após este entregar o seu trabalho ao pesquisador, foi questionado da seguinte maneira: “*Por que tu escreveu essas duas frações diferentes?*”. A resposta foi a seguinte: “*Porque são frações equivalentes, e dão o mesmo resultado*”. Como até o presente momento da pesquisa não havia sido feita menção sobre a equivalência de frações,

podemos concluir que aqui o Scape Book estava servindo de fato como um reforço ao conteúdo já visto.

Além do mais, ele foi o único que apresentou este conceito na primeira etapa da pesquisa. Quando nos referimos as linguagens, fica nítido que a visual não foi realizada. Porém o enunciado está exposto de maneira clara, assim como a linguagem matemática. Como ao longo das atividades este aluno sempre apresentou facilidade de compreensão para todos os conteúdos, acredita-se que ele não fez um desenho pois a sua resolução era o suficiente para que outro leitor pudesse entender exatamente o que ele quis expressar. Abaixo temos a Figura 38, que nos mostra o resultado do documento 2 do Aluno S3. Acreditamos que a liberdade de criação, possibilitou ao aluno colocar em prática o que sugere Boaler (2019), ao citar que trabalhar em situações que discutam o significado de conceito, fazem com que os alunos se concentrem mais na compreensão, e menos na aplicação de prática de métodos, ou seja, não temos um cenário de repetidos números de exercícios, mas estamos propondo, uma reflexão profunda.

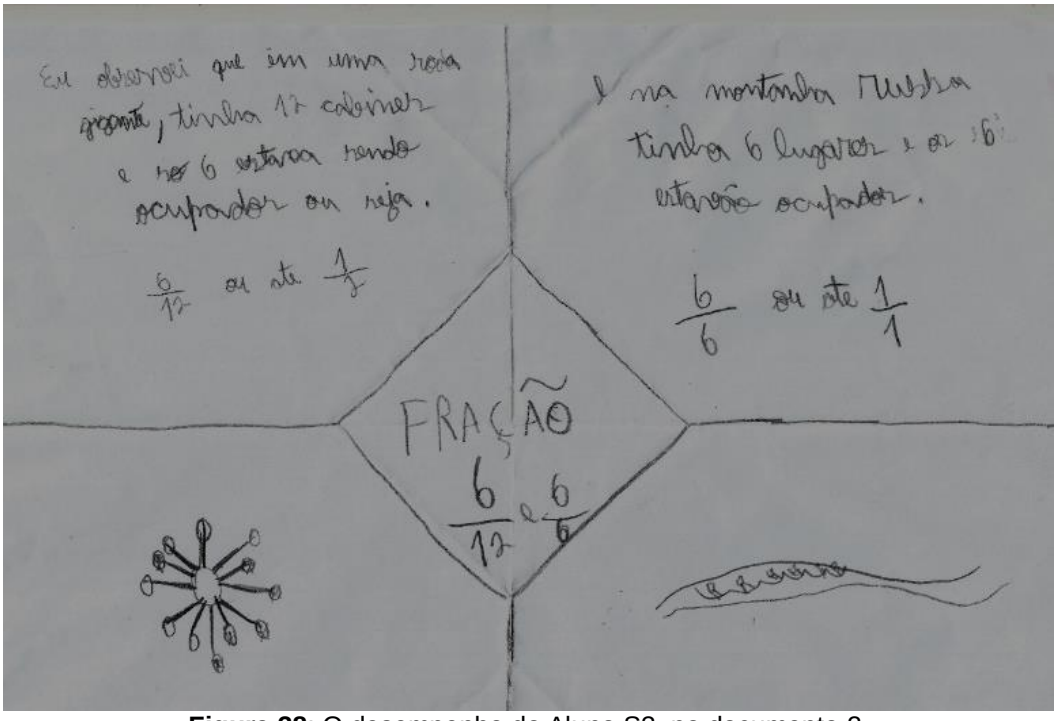


Figura 38: O desempenho do Aluno S3, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ao centro do Diamante de Papel temos duas frações. Os dois setores a esquerda da Figura 38, são referentes a fração 6/12. No canto inferior esquerdo, temos a roda gigante, com seus 12 lugares. Mas ela apresenta um

erro com relação ao enunciado do aluno. Ele descreve que: “*Eu observei em uma roda gigante, tinha 12 cabines e só seis estava sendo ocupadas, ou seja*”. Mas o seu desenho, pelo padrão, mostra quatro cabines aparentemente vazias e oito ocupadas, ou vice-versa, já que estão diferentes umas das outras. Se antes a linguagem visual não havia sido feita, aqui ela precisava ser corrigida para que ficasse de acordo com a linguagem materna. Novamente ele faz menção a equivalência ou simplificação de frações, deixando claro que escrever um meio também está correto.

Os dois setores a direta, são referentes a fração seis sextos que também está presente no centro do Diamante de Papel. O desenho da montanha russa, no canto inferior direito, também não apresenta uma boa proporção entre todos os carrinhos apesar de estar correto. A linguagem matemática é uma só. Não há a descrição da leitura da fração ou outro conteúdo visto em sala de aula que poderia ter sido explorado. Este trabalho está inserido nesta categoria, a SALA DE AULA, porque dentre as observações que fizemos, detectamos que o aluno se inspirou no próprio Scape Book, material didático da pesquisa. Ou seja, assim como as alunas S1 e S2, foram resultados finais que partiram de objetos que estavam ao seu alcance.

Vamos agora verificar como o aluno S4 desenvolveu sua atividade, começando pela Figura 39.

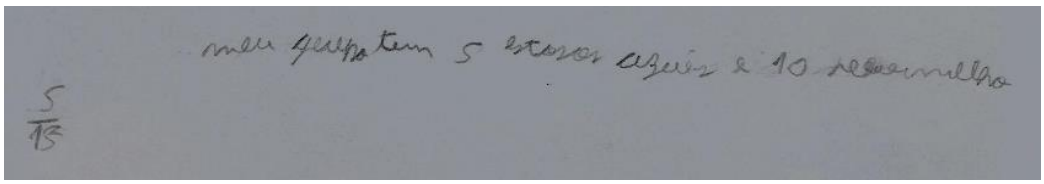


Figura 39: Resolução do documento 1, do aluno S4.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No primeiro exercício do aluno S4 encontramos um fato que identificamos como uma situação que foge da nossa realidade. Ele apresenta em seu enunciado a seguinte frase: *“Meu grupo tem 5 estojos azuis e 10 vermelhos*”, e logo em seguida, a fração cinco quinze avos. Primeiramente, se o aluno quis se referir ao grupo que realizava a atividade da pesquisa aqui descrita, estamos falando de quatro alunos reunidos neste dia, conforme o diário de campo. Diante disto, é fora do comum que os quatro possam ter, juntos, 15 estojos. Mas podemos dizer que o conceito de fração foi compreendido corretamente. A linguagem matemática está correta. Pois o

denominador apresentar o total de estojos. E mesmo que não tenha sido identificado claramente quem é o seu numerador, fica claro com a fração apresentada. Novamente a linguagem visual no primeiro exercício não foi explorada. A seguir vamos observar a evolução do aluno S4 no documento 2, na Figura 40.

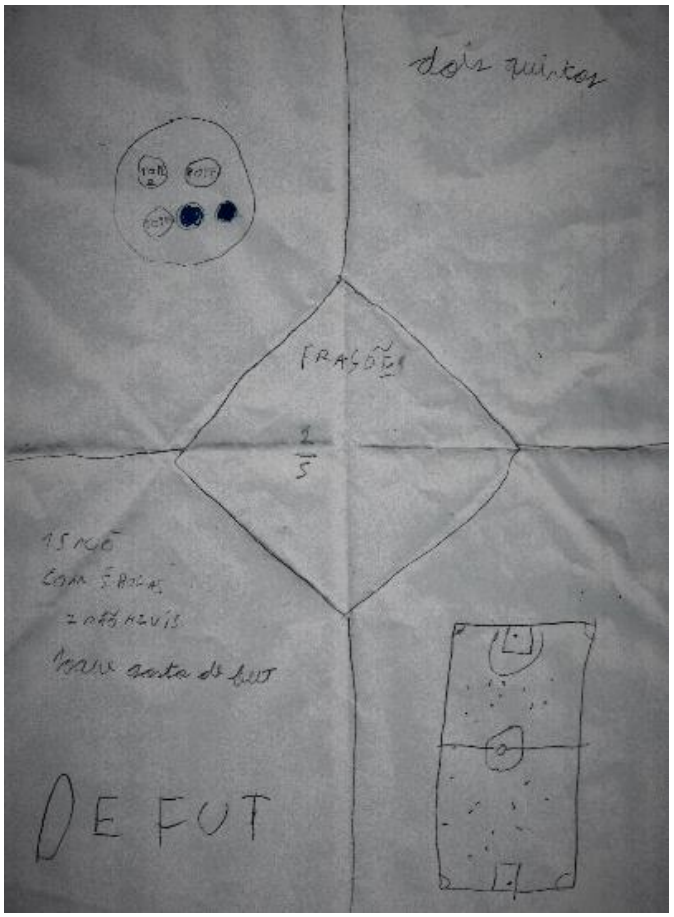


Figura 40: O desempenho do aluno S4, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

A fração agora escolhida foi um quinto, e a sua linguagem materna nos diz o seguinte: "*1 saco com 5 bolas 2 são azuis porque gosto de fut*". Se antes ele optou por um elemento que estava ao seu alcance físico na sala de aula, os estojos, agora ele optou por explorar a sua criatividade dentro de um escopo de atividades físicas que gosta de praticar. Um fator que em diversos momentos da pesquisa foi ressaltado com os participantes ser fundamental. Ele então optou por escolher algo que ele gostava.

O que nos encanta quando olhamos pensando na evolução deste estudante, é a linguagem visual. No canto superior esquerdo temos corretamente o desenho do que parece ser o saco com as cinco bolas dentro, e

as duas azuis (o seu numerador). Desta vez a imagem inclusive está colorida. Porém o canto inferior direito nos chamou mais atenção ainda. É um outro desenho, que não remete necessariamente a fração escolhida pelo aluno S4, mas sim ao seu assunto. Sobre aquilo que ele sabe se expressar. Este tipo de representação observamos com bastante presença no relato anterior da aluna S1. São elementos que visualmente nos ajudam a entender os motivos que levaram cada um deles a fazerem suas escolhas dos seus assuntos. E parte do avanço que vimos até aqui, e das demais produções, passam por todas as ações do Scape Book, e também pelo incentivo constante do pesquisador em estimular e potencializar o uso das imagens para se expressar, já que “nosso cérebro quer pensar visualmente sobre matemática” (BOALER, 2018, p. 9), pois “dois dos cinco caminhos cerebrais – os caminhos dorsal e ventral – são visuais”. (BOALER, 2018, p. 9). Ou seja, as rotas neurais que apresentamos no capítulo 3, precisam se conectar para que se fortaleçam, e a estratégia adotada por Boaler (2018) que foi adotada na prática, foi o ponto de partida para os resultados que vimos. A evolução da linguagem matemática do aluno S4 também é significativa, pois agora nos trouxe também a leitura de frações corretamente no canto superior direito.

O desempenho do aluno S5 começa a ser analisado a partir do documento 1, que podemos observar na Figura 41.

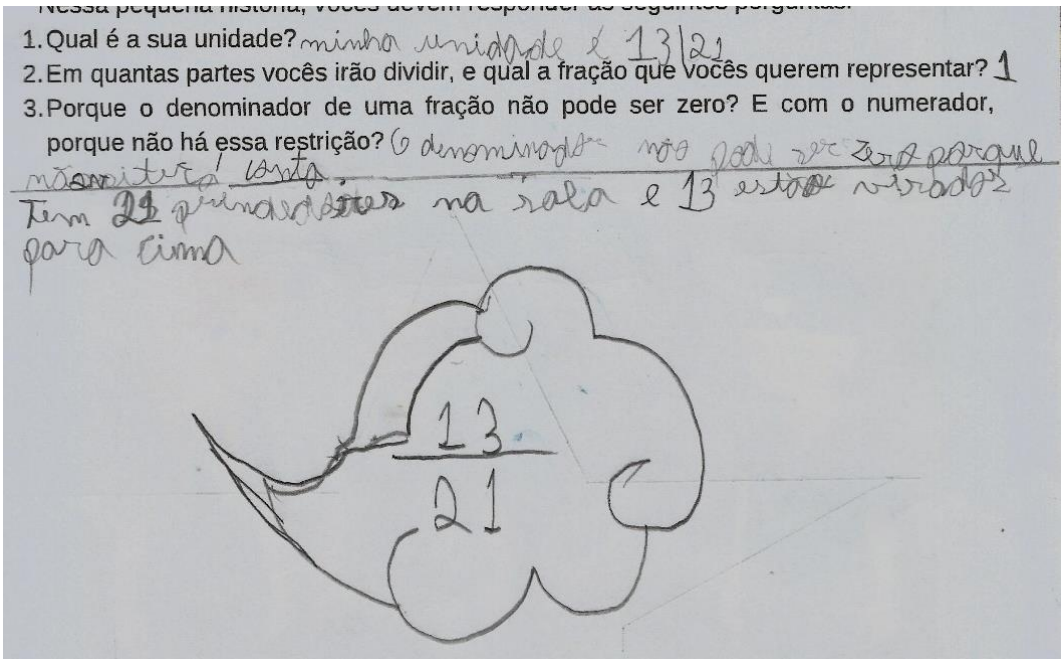


Figura 41: Resolução do documento 1, do aluno S5.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Começaremos descrevendo o enunciado do próprio participante: “*Tem 21 prendedores na sala e 13 estão virados para cima*”. Logo em seguida, há a linguagem matemática, com a fração 13/21. Durante a realização deste exercício este aluno pareceu bastante confuso sobre qual seria a melhor opção para responder as perguntas. Alguns questionamentos individuais precisaram ser feitos pelo pesquisador para tentar estimular uma linha de raciocínio e explorar novas ideias, como: “*Vamos pensar nas coisas que tu gostas de fazer em casa. Tu gostas de jogo de vídeo game? Consegue pensar nos tipos de jogos que tu tens e associar eles com frações? E a tua família, como é composta? Ou então elementos aqui da sala de aula, pensa no numerador e no denominador, consegues representar alguma coisa aqui da nossa sala de aula que faça sentido pra ti?*”. Em seguida o aluno retornou ao seu lugar.

Quando chamou novamente o pesquisador, perguntou se poderia representar os prendedores da sala de aula, o que no primeiro momento causou certa curiosidade, então foi pedido que explicasse. “*Ali na parede, no cordão tem os prendedores virados para cima e outros para baixo, eu contei todos e vi que nem todos estão na mesma posição*”. Aqui, ele se referia a um cordão estendido em uma das paredes da sala de aula com trabalhos expostos pelos alunos do 2º ano do ensino Fundamental, que utilizam a sala de aula no turno inverso. As produções ficam presas no cordão com prendedores, e ele observou que nem todos estavam sendo utilizados, e por consequência disso, acabavam ficando de cabeça para baixo. É possível identificar que o aluno possa ter tido dificuldades de representar a linguagem visual da fração 13/8, pois o desenho ao redor da linguagem matemática não se refere aos prendedores do enunciado. S5 compreendeu corretamente o conceito de fração com base no Scape Book de frações. Em sua obra intitulada “Neurociência e a Aprendizagem Matemática”, Marini (2018, p. 56), discute sobre o sentido da visão, e nos diz que ela é um processo cognitivo que:

> Passa inexoravelmente por criar hipóteses, argumentar, validar ou refutar, recriar hipóteses num processo que só finda com a morte e que tem início na concepção [...]. Ver é um parceiro íntimo do pensar, assim como falar e essa relação permite a aprendizagem.

Para todos os trabalhos desta categoria, acreditamos que tal afirmação é capaz de nos fazer perceber que o exercício proposto no documento 2, adaptado do Diamante de Papel, estimulou neste aluno principalmente o

sentido da visão, quando os objetos que os alunos escolheram estavam ali presentes. Provavelmente realizaram uma busca ao seu redor na tentativa de estabelecer relações com as frações.

A seguir iremos analisar se foi possível observar evolução nas diferentes maneiras de representar um mesmo problema, partindo da perspectiva do aluno S5, na Figura 42.

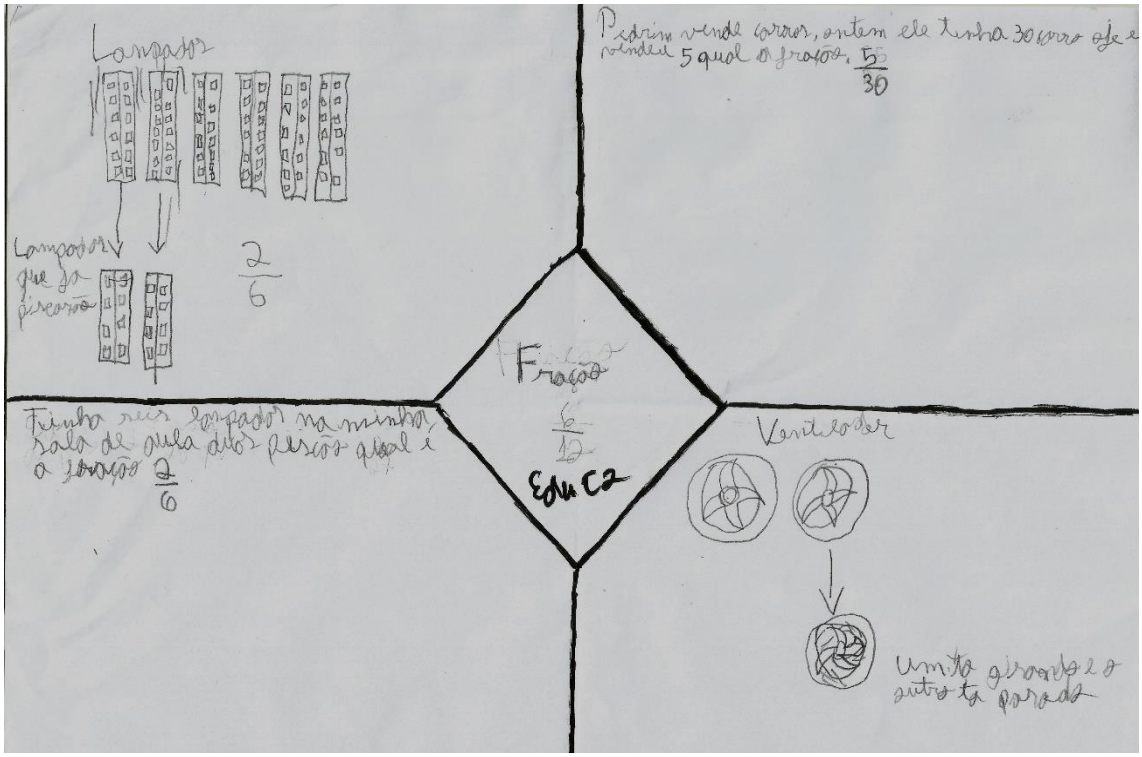


Figura 42: O desempenho do aluno S5, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O Diamante de Papel do aluno S5 sugere uma série de questionamentos que dificultaram inferir se a dificuldade do estudante ficou no campo do conteúdo de matemática, ou na proposta do Diamante de Papel.

Observando o centro temos a fração 6/12. Mas no canto inferior esquerdo o seu enunciado diz o seguinte: "*Tinha seis lâmpadas na minha sala de aula duas piscão qual é a fração dois sextos*". O aluno S5, assim como no documento 1, costumava chamar o professor e questionar se os seus exercícios estavam corretos, então aqui é possível relatar a explicação dele sobre a fração apresentada: "*Eu fiquei observando a sala de aula e algumas lâmpadas ficam piscando*".

Como existem seis destas luminárias na sala de aula, conclui-se que no primeiro momento, o aluno contou cada coluna de lâmpadas. Por isso, baseado

nas seis luminárias que existem na sala de aula, ele chegou que o total eram 12. Mas o centro do Diamante de Papel, que equivale a 1/2, não condiz com o lado esquerdo apresentado nas três linguagens que estamos observando nesta análise, todas elas referem-se a um terço. Ou seja, há um equívoco quando o aluno escreveu a fração seis doze avos, já que nos cantos inferior e superior esquerdo, as representações estão corretas e uma complementa a outra. O aluno ainda faz questão de desenhar separadamente as lâmpadas que já piscaram, indicando ser o seu numerador. Uma parte daquele todo.

Já no lado superior direito, ele escreve: "*Pedrinho vende carros, ontem ele tinha 30 carros hoje ele vendeu 5 qual a fração*". Logo abaixo ele desenha dois ventiladores, citando: "*Um ta girando e outro ta parado*". Aqui podemos concluir que a escolha individual do estudante foi não deixar nenhum espaço em branco quando não conseguiu estabelecer outras relações para a fração escolhida. A leitura de frações poderia ter sido realizada, por exemplo.

A Figura 43 traz a resolução do documento 1, do aluno S6:

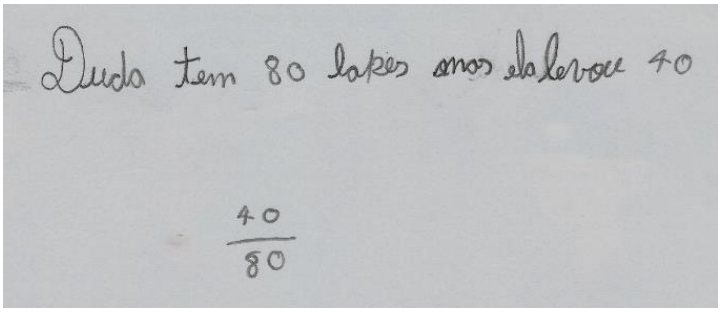


Figura 43: Resolução do documento 1, do aluno S6.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O exercício do aluno S6 diz o seguinte: "*Duda tem 80 lapes mas ela levou 40*". Logo abaixo, temos: 40/80. Inicialmente percebe-se que o conceito inicial de fração foi compreendido corretamente. O total de lápis está descrito no denominador, e a parte que ele quer representar, ou seja, o que ela levou, sendo os 40, está no numerador, como deveria ser. Porém, podemos perceber alguns equívocos gerais neste exercício. Trata-se de uma representação que, por não conter mais detalhes da contextualização, acaba deixando o exercício fora da realidade. Se o aluno estivesse se referindo ao lápis de escrever, não é comum o fato de um estudante levar 80 lápis de escrever para a sala de aula. E, ainda, mesmo que se referisse aos lápis de colorir, a quantidade também foge de um padrão.

Portanto, se de um lado a ideia de parte-todo aparece corretamente na fração, a linguagem materna não fornece detalhes suficientes para entendermos os motivos da sua escolha, e o real sentido da linguagem matemática. Devemos ainda considerar a linguagem visual que não foi apresentada, a qual poderia ter servido como um ótimo recurso para compreendermos melhor a linguagem materna, e entender os motivos que o aluno teve para esta escolha. Após a aplicação do Scape Book, vamos identificar como passou a se expressar o aluno S6 na Figura 44.

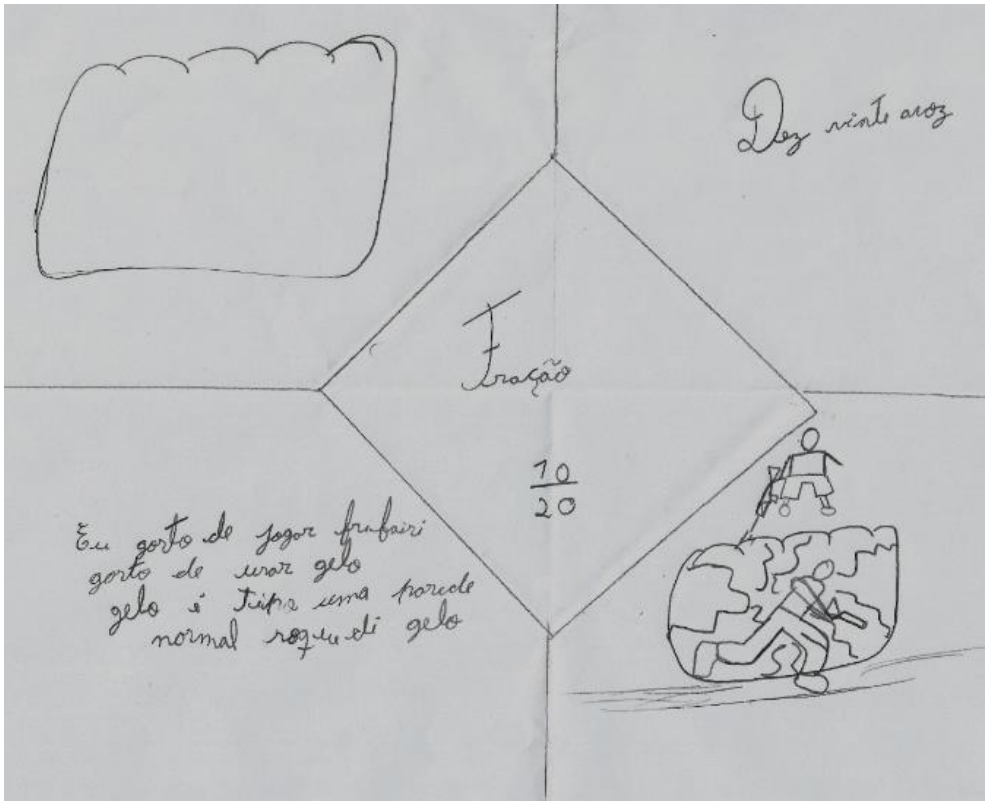


Figura 44: O desempenho do aluno S6, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No Diamante de Papel do S6, a linguagem materna diz: "*Eu gosto de jogar frifairi gosto de usar gelo, gelo é tipo uma parede normal só que di gelo*". Aqui cabe relatar que o S6 iria registrar apenas até a primeira palavra gelo. Então ele foi questionado pelo autor: "*O que é esse gelo? Eu não sei. Esse jogo eu até conheço, mas esse gelo que tu citaste eu não sei o que é*", pois para quem fosse ler o seu trabalho, e não conhecesse o "frifairi", não teria como saber do que se tratava.

Outro questionamento realizado a fim de mostrar ao aluno a importância dos detalhes: "*E se a pessoa que for ler o teu trabalho não souber o que é Free*

Fire? O que é esse gelo? Para que ele serve? Tenta nos dar mais detalhes". Logo em seguida ele acrescentou outras informações que nos fazem entender do que se trata esse gelo dentro do jogo, mas não há um enunciado de questão que tenha relação com a linguagem matemática. A fração 10/20 não está de acordo com as linguagens materna e visual, ambas apresentadas nas partes inferiores do Diamante de Papel. Ou seja, podemos concluir que de acordo com a proposta de incentivar e explorar a criatividade do aluno, trazendo os conteúdos vistos em sala de aula para a sua própria realidade, o S5 cumpriu e conseguiu realizar o exercício. Porém, faltou relacionar corretamente a fração apresentada com o enunciado e o seu desenho. Esperava-se que nessa etapa da pesquisa, caso os estudantes escolhessem frações que são múltiplas de um meio, que pudessem perceber a equivalência de frações que estavam representando.

Abaixo temos a Figura 45, referente ao último aluno desta primeira categoria.

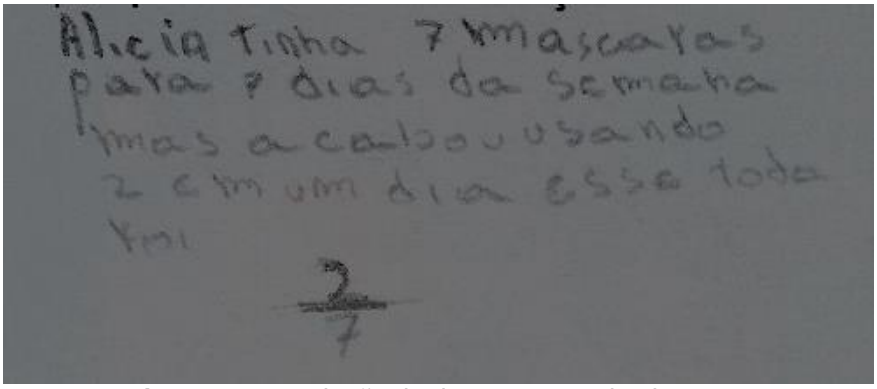


Figura 45: Resolução do documento 1, do aluno S7.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Para alguns estudantes a tarefa de criar o seu próprio exemplo foi um processo complexo, que precisou de diversos estímulos. Alguns questionamentos foram sendo feitos com o objetivo de potencializar novas ideias, como por exemplo: "*Pensa na tua família, consegues escrever alguma fração com uma parte dela, e o todo? O que tu gostas de fazer? Jogos, leituras?*". Em alguns casos, ainda assim os alunos não estavam conseguindo realizar a atividade. Então, foi preciso por parte do pesquisador trazer outros questionamentos, como foi no caso da aluna S7. "*Observa os objetos aqui da sala de aula ao teu redor e tenta ver se tu consegues organizar algum grupo, quem sabe representar uma parte dele?*".

Após tais incentivos S7 conseguiu concluir a atividade. O seu enunciando diz: "*Alicia tinha sete máscaras para sete dias da semana mas acabou usado 2 em um dia esse todo foi*".

Apesar dela ter usado a palavra todo no enunciado, percebe-se que não é uma referência ao todo da fração, ou seja, o denominador. Na verdade, ela quis se expressar como o total de máscaras que ela usou a mais naquele dia, ou seja, os 2/7 que podemos ver na linguagem matemática. As perguntas feitas pelo pesquisador provavelmente foram o fator essencial para que ela pudesse desenvolver a sua atividade, visto que apresentava anteriormente algumas dificuldades.

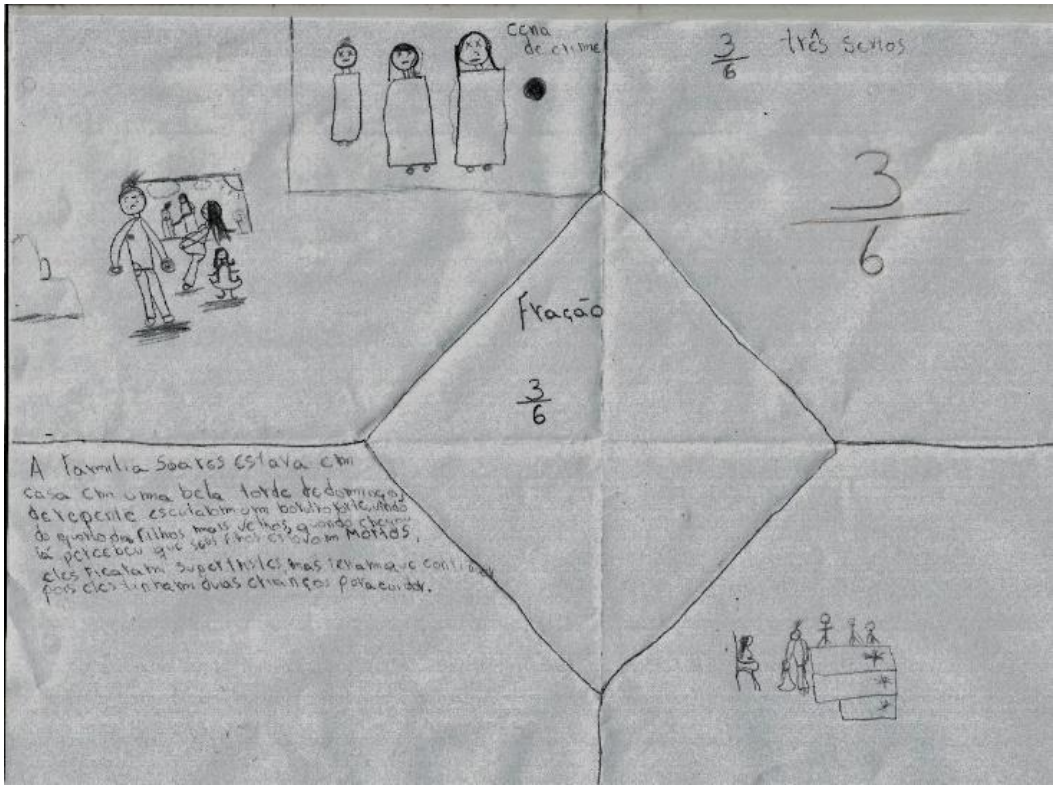


Figura 46: O desempenho da aluna S7, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Se na primeira etapa a linguagem visual não havia sido feita, na Figura 46 podemos perceber a evolução da aluna S7, pois em dois espaços do Diamante de Papel ela apresentou desenhos para auxiliar na compreensão do seu enunciado, que diz o seguinte:

> *A família Soares estava em casa em uma bela tarde de domingo, de repente escutaram um barulho forte vindo do quarto dos filhos mais velhos, quando chegou lá percebeu que seus filhos estavam mortos, eles ficaram super tristes, mas teriam que continuar pois eles tinham duas crianças para cuidar*. (Aluna S7).

Aqui temos uma situação curiosa que acaba gerando uma contradição entre o enunciando, o desenho e a fração. O denominador que é 6, indica o total de pessoas da família. Nos desenhos do setor superior esquerdo e inferior direito, temos duas pessoas aparentemente adultas, o que nos leva a acreditar que são os pais. Ou seja, esta família tem quatro filhos. A fração 3/6 pode indicar tanto o número de filhos que morreram tanto quanto o número dos que ficavam vivos. Mas há um outro detalhe importante no desenho superior esquerdo e no enunciado: A mãe está grávida. No enunciado ela nos diz que a família precisa seguir em frente após as mortes porque ainda há duas crianças para cuidar, ou seja, no enunciado, o bebê no útero da mãe está sendo considerado, mas na fração ele foi ignorado.

Há pelo menos duas maneiras de se expressar matematicamente e há a linguagem visual com detalhes. Portanto, podemos dizer que a aluna S7 obteve uma evolução considerável. Mas porque este trabalho está inserido nesta categoria? É uma opção do autor partindo da aplicação e do diário de campo. A aluna S7 gosta de realizar leituras. Foi muito comum ela estar com um livro durante os intervalos, ou até mesmo durante a aula, quando sentia dificuldades e não apresentava interesse pela matéria. Daí a opção de inserir ela neste grupo. Pelo fato de que a história, aparentemente de ficção, possa ter sido inventada, ou extraída de alguma de suas leituras. O fato é que aqui possibilitamos aos alunos que pudessem criar, ao invés de trazer imagens prontas para que identificasse qual parte da fração está sendo representada.

Essa tarefa de criação, é ressaltada por Boaler (2018), quando ela cita a importância da investigação nas tarefas de matemática, pois elas não limitam os estudantes, fazendo com que as suas ideias possam ser exploradas em um patamar mais elevado.

Antes de encerrarmos esta categoria, conforme já mencionamos, fica claro que um objeto ao alcance dos alunos pode ter sido o fator essencial para realizarem a atividade do Diamante de Papel. Segundo Marini (2018, p. 57):

> Quando se olha para um objeto, a informação recebida pelo olho e levada ao cérebro, dispara inconscientemente uma busca por alguma informação armazenada, - neste caso, uma imagem – e inicia-se uma frenética tentativa de combinação entre a informação recebida e armazenada. No decorrer desse processo, há a formulação de conjecturas hipotéticas que faz as comparações serem aceitar como válidas ou descartadas.

Interpretando tal afirmação para a maneira como os resultados da Categoria 1 foram apresentados, podemos dizer que ao olharem para um objeto dentro da sala de aula, os alunos procuraram estabelecer relações com as frações que já tinham conhecimento, ou seja, a busca por uma imagem (neste caso, uma fração) que pudesse ser combinada e fazer sentido com o escopo da pesquisa. Os conhecimentos prévios puderam definir se as conjecturas hipotéticas passar a ser validadas ou não. Ainda é possível que as próprias imagens do Scape Book possam ter sido relembradas e acessadas pelo cérebro, servindo de inspirações diretamente para as produções de S1 e S3.

5.2 Categoria 2: CASA

Neste subcapítulo iremos descrever e analisar as produções que partiram de atividades que podem ser realizadas em casa, ou então que citaram membros da família. Esta categoria recebeu este nome com a finalidade de obedecer a regra de exclusão mútua, uma das etapas do método da Análise de Conteúdo. Serão cinco trabalhos nos quais iremos detectar novamente a presença ou não das três linguagens, e discutir a evolução de cada estudante. Na Figura 47 temos o desempenho do aluno C1 no documento 1.

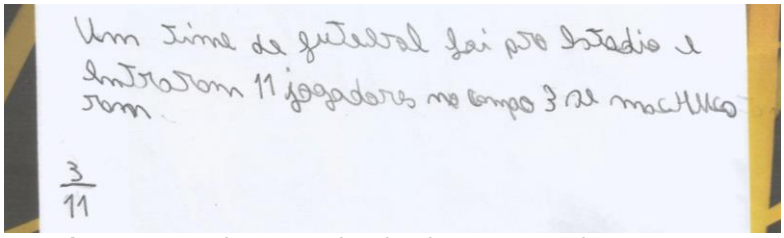


Figura 47: O desempenho do aluno C1, no documento 1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O enunciado diz o seguinte: "*Um time de futebol foi pro estádio e entraram 11 jogadores no campo 3 se machucaram*". Logo abaixo, a fração 3/11. Podemos concluir que o numerador escolhido pelo aluno foi o número de jogadores que se machucaram, neste caso 3. O total de um time em campo, que é 11, é o denominador da fração. Apesar de ser muito breve para contextualizar a situação, o enunciado é escrito de maneira clara e coesa. Está

dentro da realidade de uma partida de futebol de campo. Não faz parte daqueles exemplos que não condizem com situações que podemos classificar como incomuns para o nosso dia a dia.

Já sobre o desempenho em si, o conceito de fração foi corretamente compreendido. Identificamos que a linguagem visual, que era opcional, não foi realizada. Se compararmos esta produção com as análises anteriores, fica nítido que outros detalhes poderiam ter sido acrescidos nesta resolução. O desenho poderia trazer os três jogadores que se lesionaram sentados no banco de reservas, por exemplo. Dentro outras possibilidades que iriam enriquecer o resultado final. A Figura 48 contém o desempenho de C1 no documento 2.

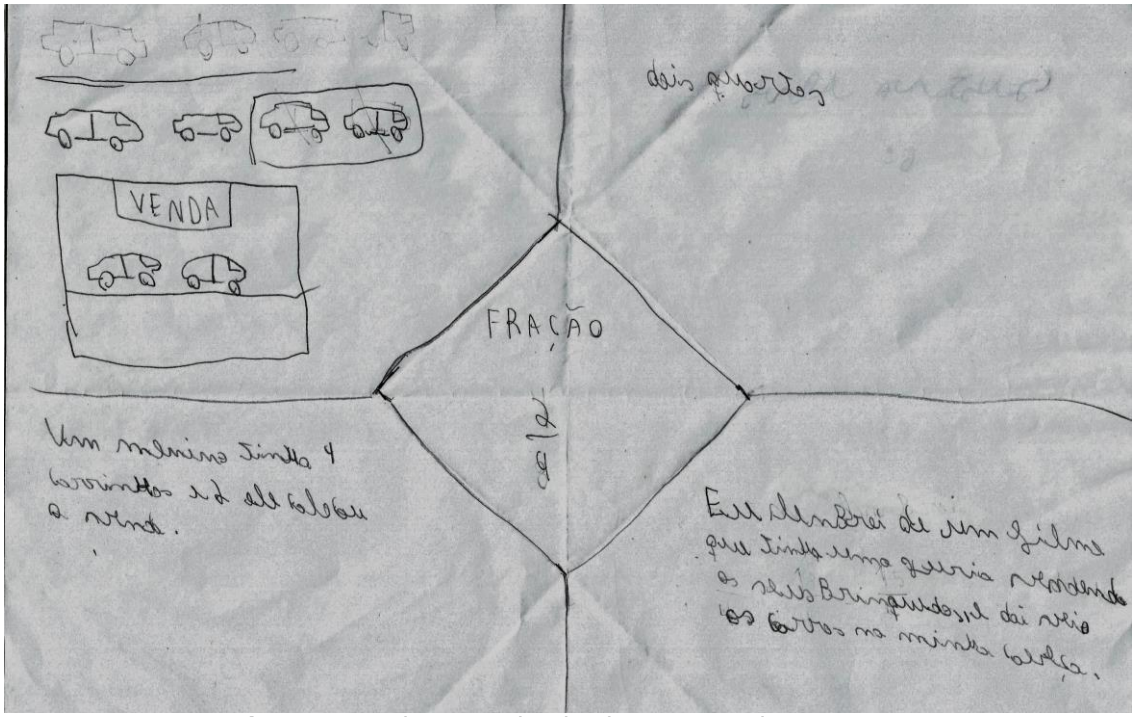


Figura 48: O desempenho do aluno C1, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ao centro temos a fração 2/4. O enunciado no canto inferior esquerdo diz: "*Um menino tinha 4 carrinhos e 2 ele colocou a venda*". Daí podemos concluir que o numerador indica o número de carros que foram colocados à venda, e o denominador sendo o total, neste caso quatro. Além disso, temos mais de uma maneira de se expressar matematicamente, com a leitura de frações no canto superior direito.

Completando o objetivo principal, a linguagem visual também é realizada e de maneira precisa. O aluno C1 desenhou os quatro carrinhos, fazendo

questão de circular os dois que estavam à venda, e ainda, logo abaixo, destacou estes dois, em um novo esboço, com a placa de “venda”.

Perceba que em alguns casos citamos a proporção da linguagem visual. Aqui, esta representação está perfeitamente adequada ao enunciado e a fração. Para finalizar, descrevemos o conteúdo do lado inferior direito: “*Eu lembrei de um filme que tinha uma guria vendendo os seus brinquedos, e dai veio os carros na minha cabeça*”. Este é um relato importante se compararmos com o da aluna S7. Pois ela não havia deixado claro o real sentido da história que descreveu. Já o aluno C1, utilizou um dos campos para deixar clara a sua inspiração durante a pesquisa, ou seja, o quão longe a imaginação dos alunos pode ir quando fazemos questão de estimulá-la. Foi feito o uso de uma adaptação de um filme já visto, para a resolução de um exercício sobre frações dentro do ambiente escolar. Quando temos uma produção como esta, sem o uso de pizzas, bolo, ou qualquer outro alimento, podemos concluir que o estudante está conseguindo estabelecer uma relação entre o numerador e o denominador. E não somente visualizando a fração como uma parte de um todo. Esse é um ponto importante destacado por Boaler (2018), a autora destaca que “o que há de especial em uma fração é que o numerador está relacionado com o denominador e que não sabemos nada sobre a fração sem saber o que é essa relação” (BOALER, 2018, p. 97).

Na Figura 49 temos o desempenho do aluno C2, no documento 1.

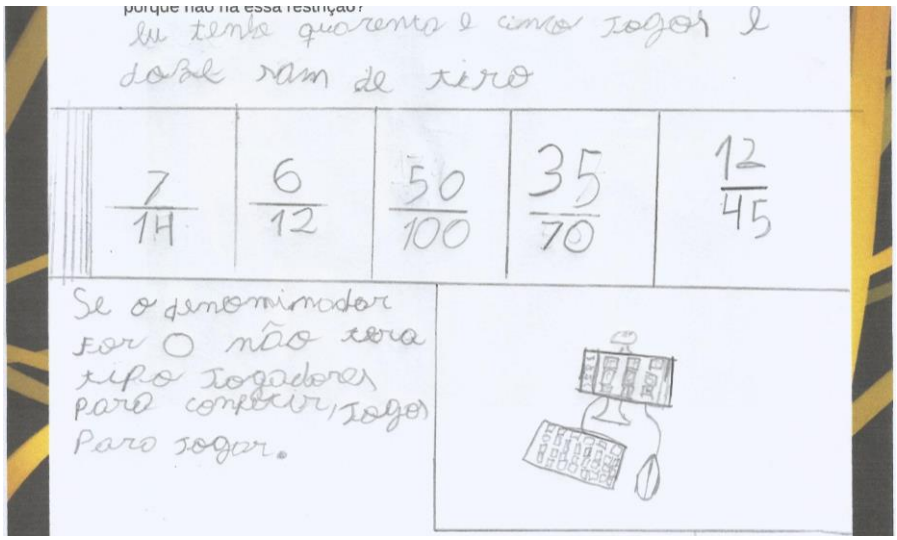


Figura 49: O desempenho do aluno C2, no documento 1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O enunciado do seu exercício afirma o seguinte: “*Eu tenho quarenta e cinco jogos e doze sam de tiro*”. Inicialmente vamos levar em consideração apenas a fração 12/45 que está no canto direito da Figura 49. Ela está diretamente relacionada com o enunciado, e matematicamente correta. O numerador são os jogos de tiro que ele quis representar (neste caso 12), do seu total, que são 45. A linguagem visual não é exatamente sobre os jogos, mas vemos um monitor, um mouse e um teclado. Um computador normalmente possui os jogos armazenados em sua memória. Portanto consideramos uma boa representação. Está dentro do contexto e há uma ligação pertinente com a situação.

Na sequência ele tenta responder a terceira pergunta, que definimos como facultativa. Ele diz: “*Se o denominador for 0 não terá tipo jogadores para competir, jogos para jogar*”. Concluímos que ele quis dizer ser impossível acontecer a ação caso o denominador seja zero, e desse ponto de vista, está correto.

Agora iremos nos deter as outras frações apresentadas. Diretamente elas não possuem nenhuma ligação direta com o enunciado ou com o desenho. O que podemos dizer é que todas elas podem ser simplificadas a um meio, ou seja, a metade. Mas, ainda assim, não conseguimos identificar os motivos que levaram ao aluno C2 a trazer estas frações, pois 12/45 não pode ser simplificada a fim de obtermos um 1/2. Portanto trata-se de uma situação que ficou muito ampla, vaga e desconectada do restante da resolução.

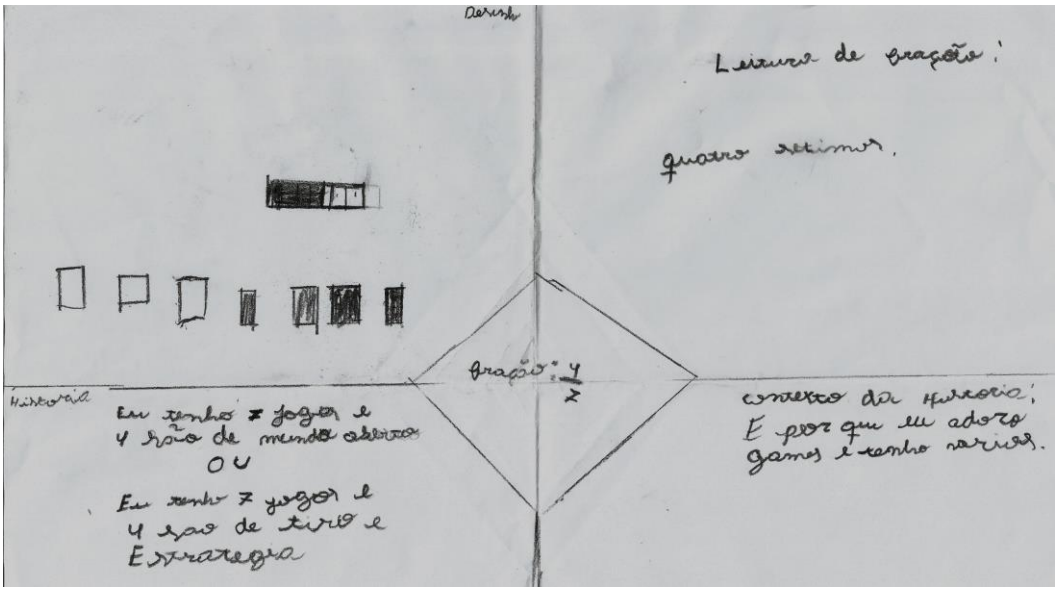


Figura 50: O desempenho do aluno C2, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Na Figura 50, no canto inferior direito, temos o seguinte: “*Eu tenho 7 jogos e 4 são de mundo aberto OU eu tenho 7 jogos e 4 são de tiro e estratégia*”. O contexto e a situação do aluno C1 é exatamente a mesma no primeiro e no último exercício. Mas vamos identificar a evolução que aconteceu. Desta vez ele destacou que adora jogos e que possui vários, sendo este o motivo da sua escolha. Matematicamente se expressou de duas maneiras, pois nos disse também como realizar a leitura de 4/7 (quatro sétimos) corretamente.

O último item que vamos avaliar é a linguagem visual, no canto superior esquerdo. Os sete quadriláteros nos levam a crer serem os jogos do enunciado. Os que foram totalmente pintados de preto indicam o numerador da fração, os jogos que são de mundo aberto, ou tiro e estratégia. Podemos dizer que os jogos poderiam ter mais detalhes para além dos quadriláteros. O fato é que para a mesma fração o aluno nos propõe duas maneiras diferentes de pensar no enunciado. Concluímos haver uma evolução significativa nas três linguagens que estamos analisando a cada produção. Sobre os detalhes que mencionamos no desenho, iremos fazer um comparativo com o trabalho A1 ao decorrer deste texto. Agora iremos ver na Figura 51 o desempenho do estudante C3.

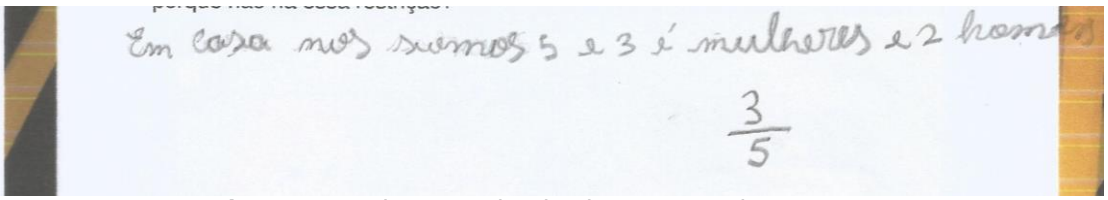


Figura 51: O desempenho da aluna C3, no documento 1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O enunciado diz que: “*Em casa nos somos 5 e 3 é mulheres e 2 homens*”. Na sequência, a fração 3/5. Fica nítido que não temos a presença da linguagem visual para auxiliar no exercício. Como é um tema relativamente simples, cinco bonecos poderiam ter sido desenhados, indicando quem são os homens e as mulheres. É compreensível que em alguns casos os estudantes possam ter acreditado que o enunciado e a fração, juntos, seria o suficiente, desde que apresentados com clareza.

Aqui com a aluna C3, a situação é essa. Temos um enunciando que, considerando ser o primeiro exercício de criação aplicado durante a pesquisa,

está bom. Este poderia ser melhor descrito com a seguinte frase: "*Vou representar em forma de fração, o número de mulheres da minha família com relação ao total*". Mas é um exercício que demonstra a compreensão correta da estudante sobre o conceito inicial de frações que havíamos estudado até aqui.

Vamos observar o desempenho da aluna C3 no documento 2, na Figura 52.

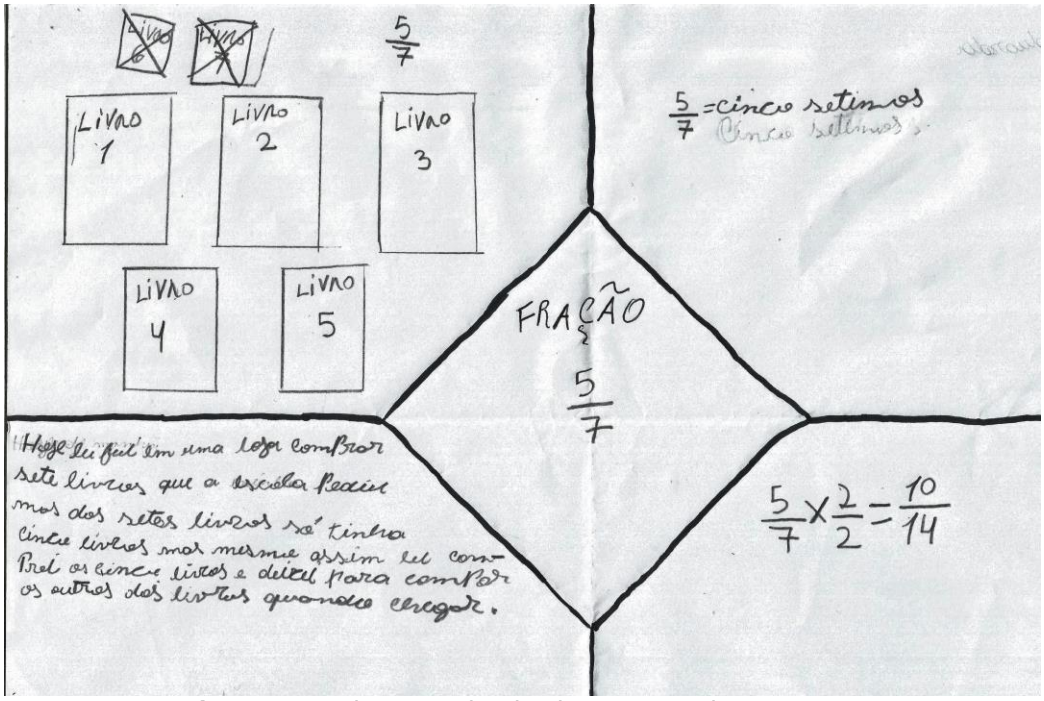


Figura 52: O desempenho da aluna C3, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ao centro, a fração escolhida por C3 foi 5/7. A linguagem matemática apareceu em mais dois momentos, ambos no lado direito da Figura 52. A leitura (cinco sétimos) foi realizada corretamente. Além disso, a aluna desenvolveu a ideia de equivalência de frações, conteúdo do Bloco 3 do Scape Book. Apesar de não ter um contexto, ou qualquer relação direta com o enunciado, é uma aplicação do conteúdo estudado feita assertivamente.

No canto inferior esquerdo, temos o seguinte: "*Hoje eu fui em uma loja comprar sete livros que a escola pediu mas dos setes livros só tinha cinco livros mas mesmo assim eu comprei os cinco livros e deixei para comprar os outros dois livros quando chegar*". A linguagem visual, se compararmos a produção do aluno C2, possui os detalhes mínimos que lá citamos terem sido deixados de lado. Aqui, houve a preocupação em pelo menos numerar os

livros, ao invés de desenhar simplesmente os quadriláteros. Também indica aqueles que ela não conseguiu comprar, riscando com um “X”.

Em todas as três linguagens que analisamos consideramos mais uma vez ser um trabalho com uma evolução considerável. O enunciando desta vez possui uma riqueza de detalhes muito maior em relação ao primeiro. A parte matemática explora pelo menos três conteúdos estudados ao longo da pesquisa, e o desenho está adequado a proposta. Antes citamos que é preciso estabelecer uma relação entre o numerador e o denominador, propiciando aos estudantes que enxerguem a fração como um número, e não somente como a parte de um todo. “Partindo da ideia de uma relação, eles também veem com mais facilidade a necessidade de equivalência” (BOALER, 2018, p. 98).

Na Figura 53 temos o desempenho da aluna C4, no documento 1.

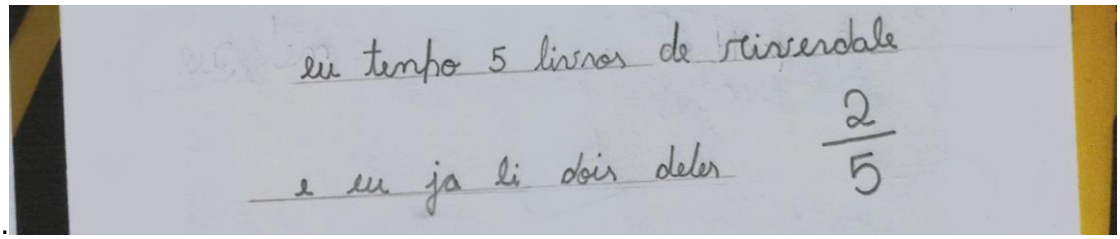


Figura 53:O desempenho da aluna C4, no documento 1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Se observarmos o enunciado da situação proposta pela aluna C4, e compararmos com C3, percebemos que aqui está descrito qual parte da fração ela irá representar no numerador, o que não aconteceu no exemplo da família anteriormente. Portanto, agora temos novamente, um contexto bem resumido e sucinto, porém com informações suficientes para não deixar dúvidas qual seria a parte do todo escolhido pela estudante, exatamente como realizaram os alunos C1 e C2. Os livros poderiam ter sido desenhados, para deixar o produto final mais diversificado e rico. Acima de tudo, a ideia de fração está bem aplicada. Portanto, podemos partir para a análise do documento 2, começando pela Figura 54.

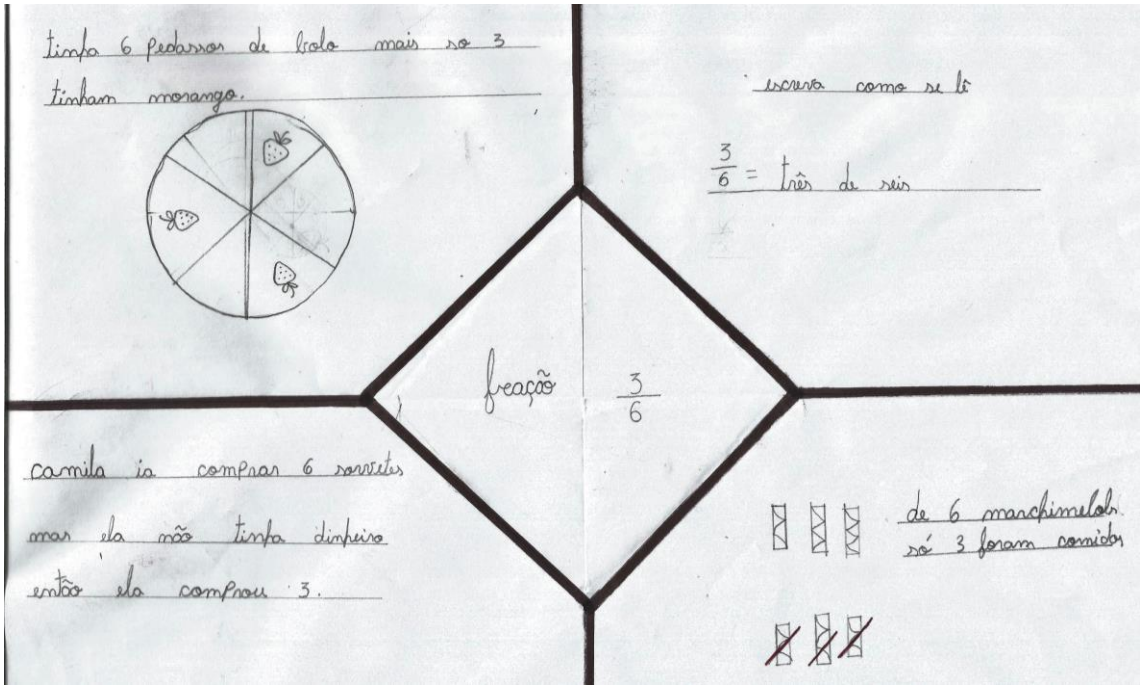


Figura 54: O desempenho da aluna C4, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Começaremos pelo equívoco cometido na leitura de frações. A leitura, no canto superior direito não foi realizada corretamente. Mas isso, no ponto de vista do pesquisador, não compromete o resultado final do trabalho, que é multidimensional (BOALER, 2020), nas outras três situações.

Mesmo não sendo parte da análise da pesquisa, convém informar que a aluna apresentava especialmente nos dois primeiros meses de aula dificuldades na compreensão dos conteúdos, boa parte em virtude do excesso de conversas e brincadeiras em sala de aula. Após a primeira prova que ocorreu com valor total de 10 pontos, na qual a aluna reprovou, a mudança de atitude e comprometimento aconteceu. Durante a aplicação do Diamante de Papel, ela se demonstrou bastante dedicada e participativa. Na prova de recuperação ela obteve nota nove.

O que gostaríamos de enfatizar, é que esta produção está muito próxima da aluna S1. Após escolher a fração que gostaria de representar, neste caso 3/6, os demais campos (com exceção da leitura) do Diamante de Papel, são diferentes situações para a mesma fração.

Vejamos o que a primeira delas nos diz: "*Camila ia comprar 6 sorvetes mas ela não tinha dinheiro então ela comprou 3*". Já para a segunda temos: "*Tinha 6 pedaços de bolo mais só 3 tinham morango*". E a última descreve: "*De*

6 marchimelols só 3 foram comidos". Podemos afirmar que ela conseguiu criar diferentes situações para o mesmo valor numérico. Além disso, vale ressaltar que ela não destinou um campo inteiro para a linguagem visual. No exemplo do morango, o enunciado está precedido do desenho, o mesmo para os marshmallow. A proporção do bolo desenhado também é considerada ideal, pois todas as fatias aparentemente possuem as mesmas medidas. Por fim é uma produção que se difere das anteriores pelos aspectos apresentados, e está dentro das hipóteses de resultados esperados.

A última análise desta categoria é do aluno C5. O seu desempenho começaremos constatando através da Figura 55.

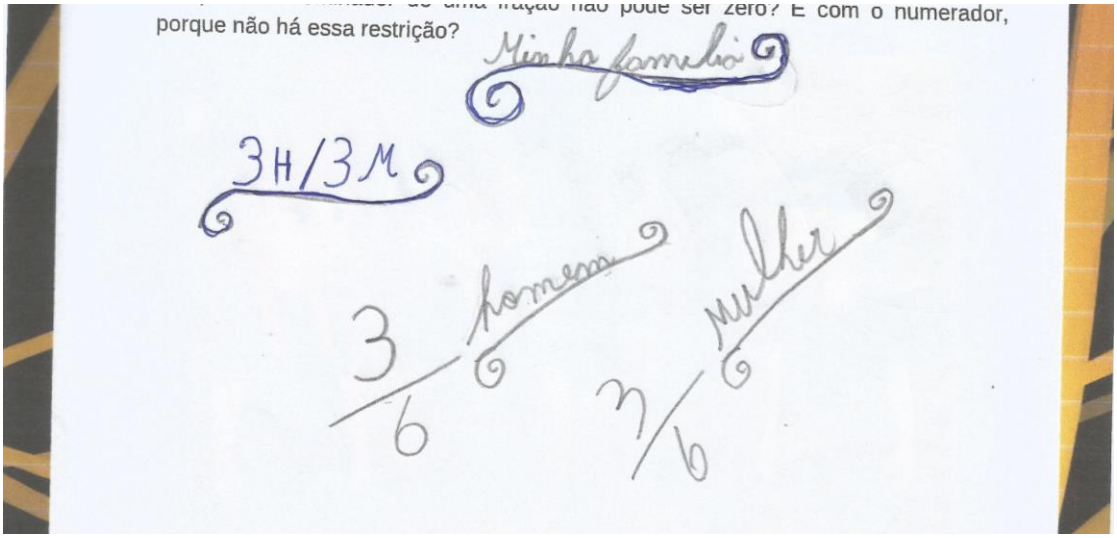


Figura 55: O desempenho do aluno C5, no documento 1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Aqui temos uma resolução matemática que não parte de um enunciado. O estudante foi muito direto, anunciando apenas o tema: *"Minha família*", de maneira breve e objetiva. Mas com um ponto importante que iremos observar a seguir. O aluno C5 não apresentou de fato um enunciado, descrevendo com maiores detalhes a sua situação problema, ou sequer fez questão de dizer qual era o total de membros da sua família. Foi na verdade bastante objetivo matematicamente. Fica claro que o total de membros na sua família é seis.

Agora o que precisamos destacar nesta produção, é que este foi o único aluno que apresentou as duas frações que se somadas resultam na unidade. Naturalmente, até agora todos os trabalhos, e também os que compõe a categoria a seguir, evidenciaram apenas a fração que queriam representar, de um todo. O aluno C5, expôs uma outra visão que os colegas não trouxeram.

Vamos analisar o desenvolvimento deste aluno no documento 2 (Figura 56), e perceber quais foram as evoluções, já que nesta primeira etapa, a linguagem materna ficou deficitária, e a linguagem visual não foi explorada.

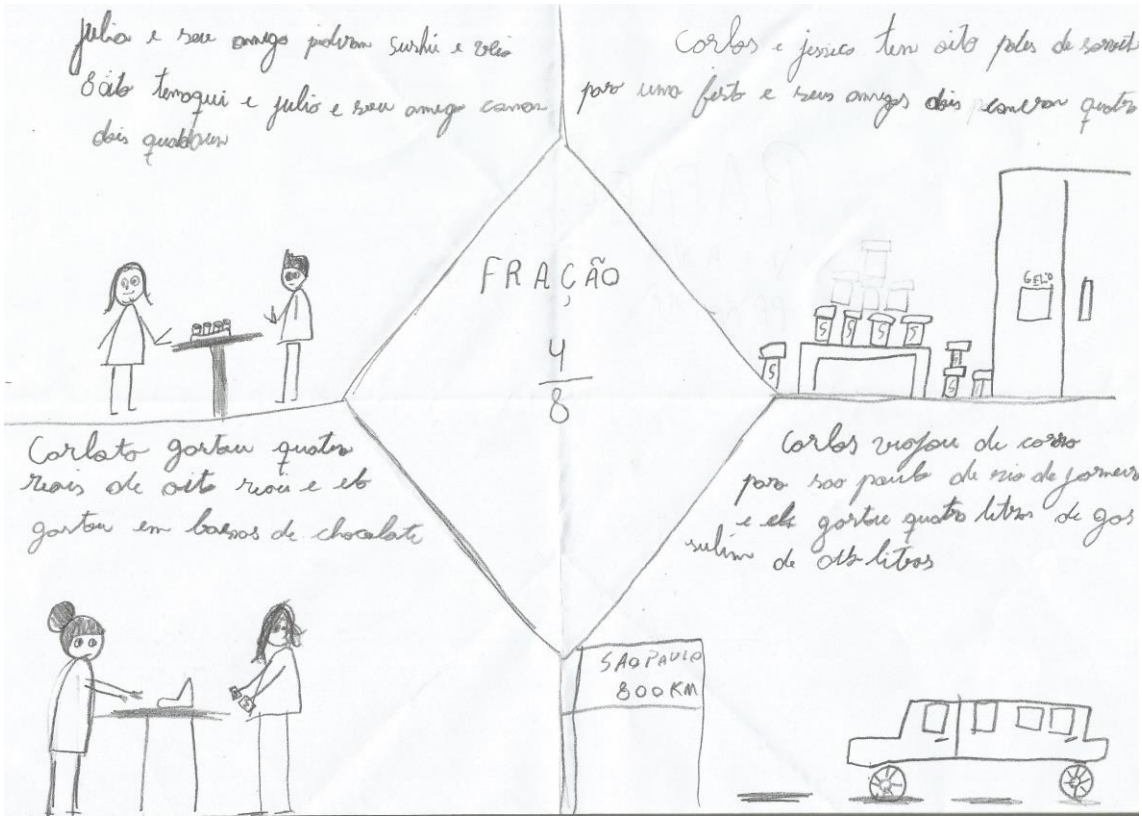


Figura 56: O desempenho do aluno C5, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Consideramos esta produção excelente, uma produção muito próxima do diamante de papel que já mencionamos. É verdade que matematicamente falando, o aluno não apresentou a leitura de frações, como alguns já citados anteriormente, ou então a equivalência de frações. Mas o que chamou a atenção do pesquisador foi a imaginação e a criatividade para elaborar quatro situações diferentes voltadas para o mesmo valor numérico. E, além disso, em todas as quatro, há um desenho para ilustrar a situação.

Outro ponto que vale destacar, está num comparativo com a aluna C4. Ela traz três situações diferentes, mas todas estão ligadas a algum alimento, a uma determinada porção de um total. O aluno C5 traz diferentes contextos entre os campos. Os dois superiores fazem menção a alimentos. Já o desenvolvimento do canto inferior esquerdo, aborda uma situação com dinheiro em reais. Enquanto o canto inferior direito, cita uma viagem e o uso da gasolina.

Como o Diamante de Papel exige a criatividade e a imaginação como ponto de partida, parar poder conjecturar e criar hipóteses, até que se chegue ao objetivo, temos que esse ato de determinar o seu próprio e único resultado final, é ressaltado em:

> O Ensino da Matemática e do Cálculo, deve ser efetuado a partir da apresentação de seus conceitos de forma paulatina e concomitante, num processo heurístico tal e qual adotado por Lakatos, que permita aos alunos formular conjecturas, testá-las, argumentar com o professor e com seus colegas, e por fim descartar ou validar as mesmas. Um processo em que as escolhas não só são possíveis, como necessárias, num andamento em que a linguagem se manifesta em primeiro lugar e seguem-na as outras formas de registros de representação. (MARINI, 2018, p. 117).

Quando destacamos ao longo desta pesquisa na fundamentação teórica, e também na aplicação do Scape Book, o uso das imagens e os seus benefícios para o cérebro, estimulando constantemente os estudantes a fazerem o uso de imagens adequadas e coerentes em suas representações, nos baseamos também em Marini (2018, p. 117), quando afirma que “a qualquer instante o sujeito poderá ser levado a fazer a evocação de uma imagem mental ao se deparar com um problema a ser resolvido”. E ainda, “pode-se perceber que o conceito imagem é uma construção cognitiva elaborada pelo sujeito que está a construir o seu conhecimento”, enfatizando o que propomos anteriormente.

Se pensarmos na Categoria 2, podemos afirmar que todos os estudantes obtiveram evoluções consideradas importantes quando pensamos a partir de uma abordagem multidimensional, que já vimos no capítulo 3 deste texto. Especialmente quando citamos o Diamante de Papel de Boaler (2020, p. 87), na fase anterior a aplicação da pesquisa, esperávamos que os resultados finais seguissem a linha que a autora sugere. “À medida que os alunos se envolvem nessas diferentes representações, são construídas rotas neurais que permitirão que diferentes regiões cerebrais se comuniquem umas com as outras” (BOALER, 2020, p. 89) e, na prática, isso foi percebido.

A resolução do documento dois, do aluno C5 nos mostra o quanto esta atividade é aberta as possibilidades, e de fato os alunos constroem o seu próprio conhecimento, determinando o caminho que querem tomar, podendo ser criativos. Isso nos leva a crer que alcançamos a mentalidade de crescimento, já que:

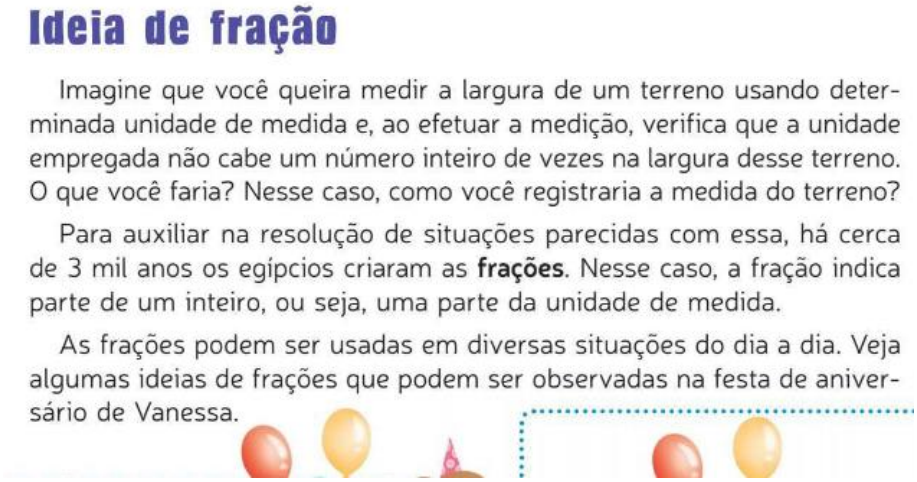
> [...] para que os alunos desenvolvam uma mentalidade de crescimento, os professores precisam ensinar com uma perspectiva de crescimento, abrindo o conteúdo para as várias maneiras pelas quais os alunos podem aprender, para que eles possam ver o potencial de crescimentos dentro de si mesmos (BOALER, 2020, p. 80).

Apresentamos por fim, a terceira categoria.

5.3 Categoria 3: ALIMENTAÇÃO

Para a terceira categoria, que denominamos de ALIMENTAÇÃO, estão presentes oito trabalhos dos alunos. Enfatizamos que seis destes trabalhos estão relacionados a pizzas. É o maior número de repetições que aparece, e mesmo que o objetivo aqui não seja quantificar, vale informar que esse número representa 30% da turma. Ou seja, quando foram confrontados com a situação de escolher uma fração, dentro do contexto que mais achassem adequado, sendo livres parar criar, boa parte da turma submeteu seus resultados a maneira como normalmente o início do estudo de frações está atrelado nos livros didáticos: a uma pizza que foi dividida em x pedaços ou a chocolate.

Para que possamos averiguar a afirmação anterior, as Figuras 57 e 58, apresentadas na sequência, foram retiradas do livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental utilizado pela escola em que a pesquisa foi aplicada. É o mesmo livro que os alunos utilizaram no ano anterior.



Ideia de fração

Imagine que você queira medir a largura de um terreno usando determinada unidade de medida e, ao efetuar a medição, verifica que a unidade empregada não cabe um número inteiro de vezes na largura desse terreno. O que você faria? Nesse caso, como você registraria a medida do terreno?

Para auxiliar na resolução de situações parecidas com essa, há cerca de 3 mil anos os egípcios criaram as **frações**. Nesse caso, a fração indica parte de um inteiro, ou seja, uma parte da unidade de medida.

As frações podem ser usadas em diversas situações do dia a dia. Veja algumas ideias de frações que podem ser observadas na festa de aniversário de Vanessa.

Figura 57: Frações no livro didático

Figura 58: Frações no livro didático

Na Figura 59 temos o registro da aluna A1, no documento 1.

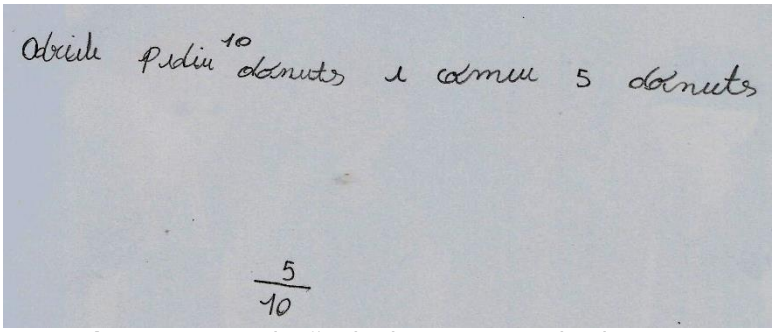


Figura 59: Resolução do documento 1, da aluna A1.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No exercício da aluna A1, a linguagem materna está presente. Trata-se apenas de uma curta frase em que é possível observar que o conceito de fração foi compreendido corretamente. A linguagem matemática também está presente por meio da fração 5/10, mas neste caso não houve a identificação de cada elemento. A linguagem visual não foi realizada.

Dentro da proposta de que a contextualização deveria ser o mais completa possível, podemos identificar que a aluna poderia ter sido mais específica. Em que momento do dia os donuts foram pedidos? Esse é o alimento preferido de Adrieli, ou da própria aluna? Quais foram os sabores pedidos? Ou seja, há um vasto campo que poderia ter sido explorado. Mas como era o primeiro exercício deste tipo, é compreensível que cada aluno realizou aquilo que achava ser o suficiente para que o pesquisador pudesse identificar a atividade como realizada com êxito. Este é um ponto importante. Acredita-se que para esta aluna, estas representações eram o suficiente para

demonstrar que ela havia entendido a ideia inicial de fração, ao mesmo tempo que a dificuldade em conseguir se expressar por meio de um desenho possa ter ocorrido. Na Figura 60, vamos verificar o ótimo progresso da aluna A1.

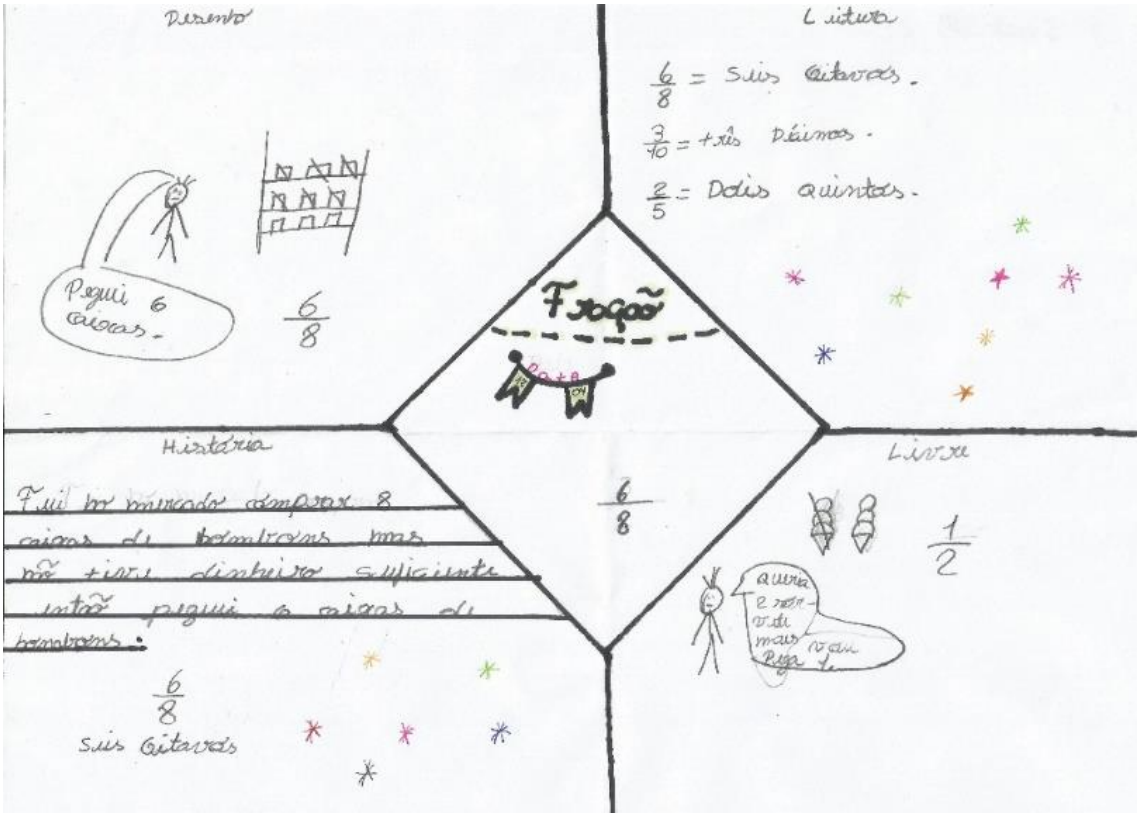


Figura 60: O desempenho da aluna A1, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

É possível identificar uma considerável evolução da aluna A1 ao término da pesquisa. Agora as três linguagens estão presentes no seu exercício, o que relembramos não ter sido obrigatório.

No canto inferior esquerdo ela cita: *"Fui no mercado comprar 8 caixas de bombons mas não tive dinheiro suficiente então peguei 6 caixas".* E logo abaixo a linguagem matemática expressa a fração 6/8 com a leitura realizada corretamente. Já no superior esquerdo, o desenho faz menção a esta ida ao mercado. Inclusive a expressão do personagem indica uma leve frustração por não ter o dinheiro necessário para comprar todos os bombons. As expressões faciais dos estudantes que passeavam pelo Connect Park foram questionadas na página 12 do Scape Book. Ainda nesta seção, a prateleira do mercado tem seis caixas aparentemente riscadas. É o indicador do numerador da sua fração.

No canto inferior direito há uma nova história, dentro do mesmo contexto. Ela quer pegar dois sorvetes, mas acabou conseguindo apenas um.

Ao trazer um desenho, não deixa de indicar quem é o seu numerador quando risca um dos sorvetes. É interessante relatar que apenas naquele espaço as três linguagens aparecem novamente, mesmo que de maneira bem resumida.

Agora se compararmos apenas a parte a inferior direita com todo o documento 1, é possível afirmar que resolução já é mais completa que o primeiro exercício, isto dentro das perspectivas da pesquisa. Como a aluna A1 apresentou nos dois primeiros meses de aula inúmeras dificuldades com a disciplina de matemática, esta evolução em um curto período de tempo foi positiva.

Por fim, temos como resultado a linguagem matemática em duas representações diferentes, um enunciado com detalhes, desenhos coerentes com o contexto, e em apenas um dos espaços do Diamante de Papel, uma resolução completa. Um saldo positivo.

A resolução do documento 1, do aluno A2, temos na Figura 61, que também conta, logo abaixo, com a retomada da resolução do aluno S6, da Categoria 1 (Figura 62). Trouxemos as duas imagens porque elas são resoluções muito parecidas uma com a outra. É preciso dizer que os alunos A2 e S6 estavam no mesmo grupo quando fizeram essa atividade.

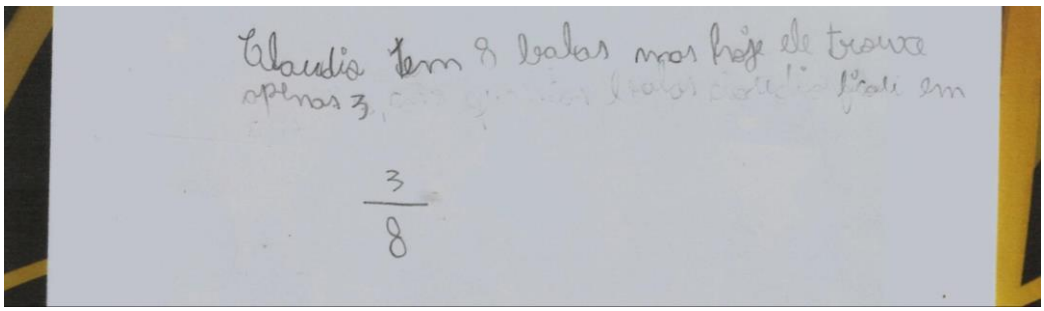


Figura 61: Resolução do documento 1, do aluno A2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

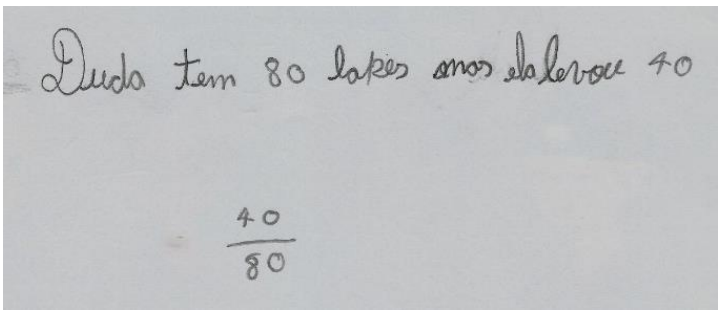


Figura 62: Resolução do documento 1, do aluno S6.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O enunciado do problema é muito semelhante em ambos os casos. Uma pessoa tem um objeto, e levou uma parte deste todo. Mas também não há a informação de para onde isto foi levado, e nem o porquê. Que tipo de balas, porque ele tinha somente oito, porque escolheu levar apenas três. São algumas alternativas que deixariam o resultado final completo, porém como não foi feito, nos leva a classificar esse exercício junto com aqueles que mencionamos estarem fora da realidade. Logo abaixo a fração está corretamente expressada, e a linguagem visual não foi feita. O desempenho do aluno A2 no documento dois está logo abaixo na Figura 63.

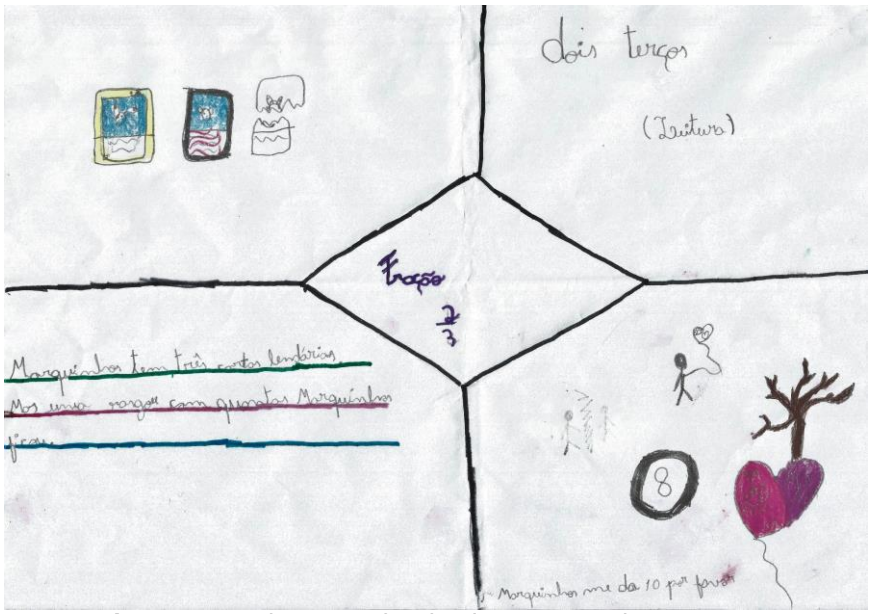


Figura 63: O desempenho da aluna A2, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Neste caso o aluno se inspirou na temática da primeira avaliação que o autor realizou com a turma após aplicação da pesquisa. Na ocasião, a prova sobre frações teve todas as questões baseadas no anime Pokémon. O enunciando do aluno A2 diz: *"Marquinhos tem três cartas lendárias mas uma rasgou com quantas ele ficou*". Mesmo que não haja uma pontuação correta, percebemos que trata-se de uma pergunta, e a resposta indica quem será o numerador da fração.

A leitura foi realizada corretamente, e o desenho, no canto superior esquerdo, nos mostra as três cartas do problema. As duas coloridas fazem referência as cartas lendárias que Marquinhos ainda tem. Já a outra, que está desenhada com um corte ao meio e não foi colorida, é a carta que, conforme o enunciado, foi rasgada. As três linguagens que estamos analisando aparecem

com total clareza. Percebemos que há um cuidado na elaboração do trabalho, para que ficasse todo colorido e caprichado.

Agora, se nos determos ao canto inferior direito, não foi possível concluir ou estabelecer qualquer relação com os desenhos e o problema do aluno A2. A pessoa que segura um coração na mão, em direção a uma árvore, não são elementos que fazem parte da franquia Pokémon. A outra representação aparenta ser uma bola de sinuca, a “bola 8”, que também não está diretamente ligada a situação. Pontanto, sem um relato do aluno não foi possível inferir sobre as escolhas e a motivação que o levaram a expor estes desenhos.

As últimas seis produções a serem apresentadas são refererentes à pizzas. Foi o maior número de repetições que encontramos quando definimos as categorias. A seguir iremos ver que ao longo do mesmo assunto, os trabalhos possuem inúmeras diferenças. Dentre as orientações que foram passadas neste dia, uma delas foi a conversa com a turma sobre esse alto número de resultados referentes a pizzas. Então o seguinte questionamento foi feito*: A pizza pode fazer parte da realidade do nosso dia a dia, o livro de vocês do 5º e do 6º ano, usa as pizzas para introduzir a ideia de frações. Mas vocês conseguem ser mais criativos do que isso? Pensar com profundidade? Criar uma história que vai me surpreender?* Essa maneira de propor e estimular os estudantes é reforçada em “peça que os alunos elaborem representações criativas de suas ideias, valorize seus desenhos, modelos e qualquer forma de criatividade”. (BOALER, 2018, p. 13). Se alguém perguntasse pra vocês o que são frações, toda a explicação iria se resumir em pizzas? e a Começaremos pelo aluno A3, na Figura 64.

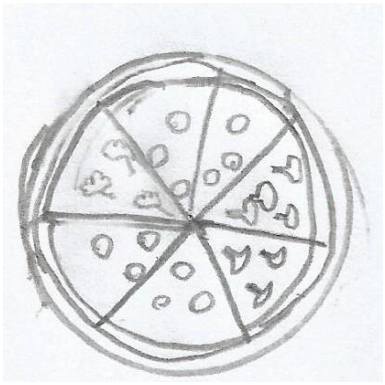


Figura 64: Resolução do documento 1, do aluno A3.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O exercício do aluno A3 é muito particular em relação a todos os demais. É o único trabalho que não tem nenhuma palavra para indicar o que ele quis representar. Em alguns casos como vimos anteriormente, os enunciados mesmo que muito simples ou carente de detalhes, nos permitiam concluir se o aluno compreendeu ou não a ideia de fração. Neste caso, não é possível afirmar. Pois não há o uso da linguagem matemática e nem do português na forma escrita. É importante dizer que no aluno A3, foram identificadas ao logo das primeiras semanas, inúmeras dificuldades com as quatro operações básicas. Então foi preciso dar uma atenção especial a esse aluno ao longo das aulas, buscando estimular a Mentalidade de Crescimento constantemente, incentivando o mesmo a não ter medo de errar, a se sentir capaz e que poderia ter um bom desempenho em matemática, desde que se esforçasse, já que ele não se via com muito potencial, e muitas vezes, ficava disperso nas aulas, com comportamento inadequado e muitas brincadeiras.

Ao longo da pesquisa algumas intervenções foram feitas a fim de melhorar os resultados deste aluno. Inicialmente ele fazia parte de um grupo de quatro alunos que se sentavam no fundo da sala de aula. Então, foi feita uma conversa particular com ele e o aluno A2, solicitando que se desvinculassem daquele grupo, e passassem a sentar mais à frente, realizando com mais atenção as tarefas, e tirando as dúvidas, mesmo que fossem de anos anteriores. Após isto, o aluno mudou de postura, e o seu rendimento começou a melhorar gradativamente. Passou a sentar-se na primeira fila em frente ao professor, e fazendo questão de tirar muitas dúvidas, chamando o professor de maneira individual, na sua classe.

Voltando a resolução do documento 1, vejamos que a pizza está dividida em sete pedaços. Não que seja uma regra absoluta do cotidiano as pizzas serem divididas em oito pedaços iguais, mas na metade de cima ele dividiu a pizza em quatro pedaços iguais, o que não ocorreu na parte de baixo. Portanto, além de não ter feito uma fração, e indicado qual parte de um todo ele queria representar, a proporção da pizza também indica um equívoco.

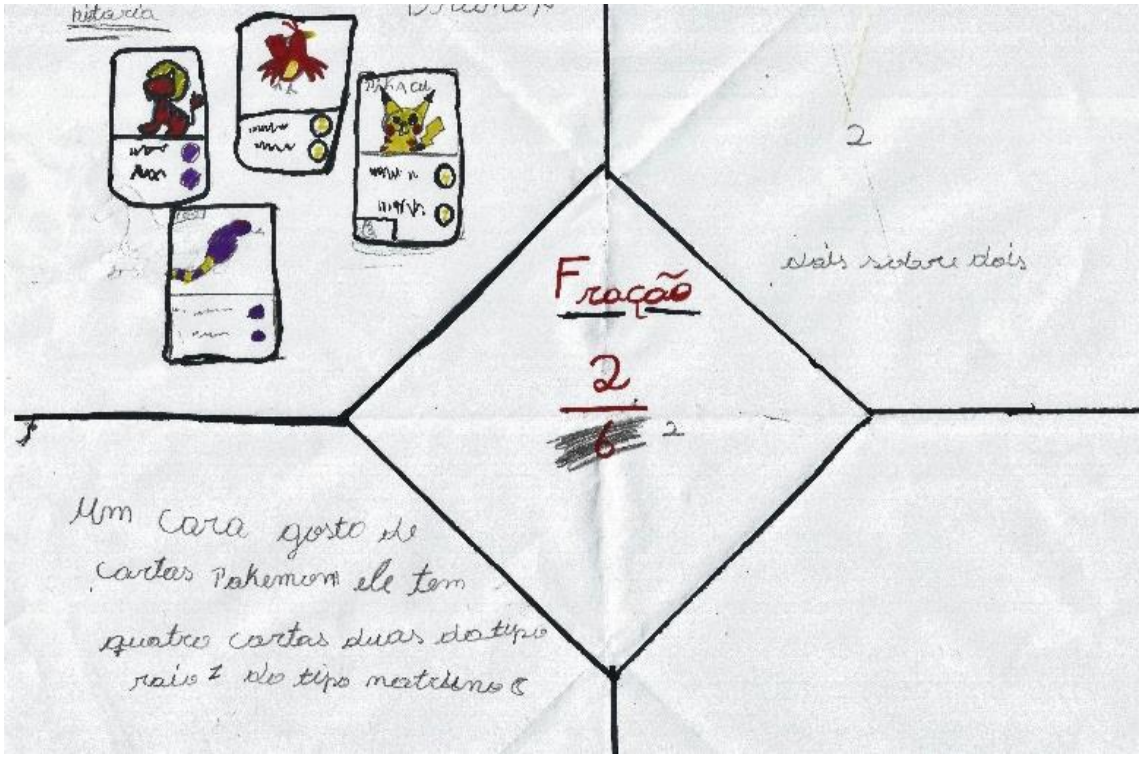


Figura 65: O desempenho da aluna A3, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Ao término do Scape Book podemos perceber que ele se sentiu mais à vontade para criar outras representações que no primeiro momento não realizou, mas ainda assim há uma série situações que poderiam ter sido melhor exploradas que vamos pontuar. Ao centro do Diamante de Papel (Figura 65), a fração escolhida é 2/2, na qual a leitura é apresentada como “dois sobre dois”, e aqui temos primeiro equívoco. No seu enunciado ele diz: “*Um cara gosta de cartas Pokémon ele tem quatro cartas duas tipo raio 2 do tipo noturno*”. Com base nessas informações o seu denominador deveria ter sido quatro. O dois do denominador é possível entender como correto, pois das quatro cartas, duas delas são do elemento raio, e as outras duas do elemento noturno, então, qualquer elemento isolado que ele desejasse representar do total, resultaria no numerador dois. Porém, o denominador não pode ser seis. De maneira geral é possível afirmar que primeiramente ele escreveu a fração e depois tentou moldar o seu problema e o seu desenho com base na fração que já tinha definido. E quando tentou alterar o denominador não conseguiu unir as ideias.

Ainda, é preciso citar que o exemplo do aluno partiu da lembrança que ele teve da primeira prova que a turma do 6º ano fez após a aplicação do Scape Book. Na ocasião, o professor utilizou o anime Pokémon para formular

as questões. Mesmo com alguns pontos que precisariam ser ajustados, podemos dizer que no intervalo de três semanas de aplicação alguns alunos passaram a se perceber de maneira diferentes em relação a matemática. A maneira como o pesquisador lidou com os feedbacks dos exercícios do Scape Book, e da constante motivação, buscando uma mentalidade de crescimento, principalmente para aqueles que não acreditavam ser capazes, fez com que sentissem mais à vontade para apresentar resultados sem o medo de errar. O aluno A3 e aluna S7 se mostravam extremamente inseguros, muito próximos daquelas “pessoas que nutrem a ideia prejudicial de que seu cérebro não é adequado para matemática, ciências, artes, línguas ou qualquer outra área em especial” (BOALER, 2020, p.15), porém, no documento dois, podemos afirmar que esta mentalidade já não era mais a mesma. Citando ainda a questão do erro, uma das nossas ideias fundamentais, percebemos neste aluno também que ele passou a não sentir tanto o peso de apresentar uma resolução errada. As perspectivas e abordagens do Scape Book, também tiveram resultados semelhantes ao que Boaler (2020) descreve quando passa a valorizar os erros, partindo deles para um caminho de crescimento e sucesso. “Os alunos ficaram mais dispostos a compartilhar ideias, mesmo quando não sabiam se estavam certos; eles também tornam-se persistentes quando encontravam problemas difíceis” (BOALER, 2020, p. 47).

Na Figura 66 temos a resolução do documento 1, do aluno A4.

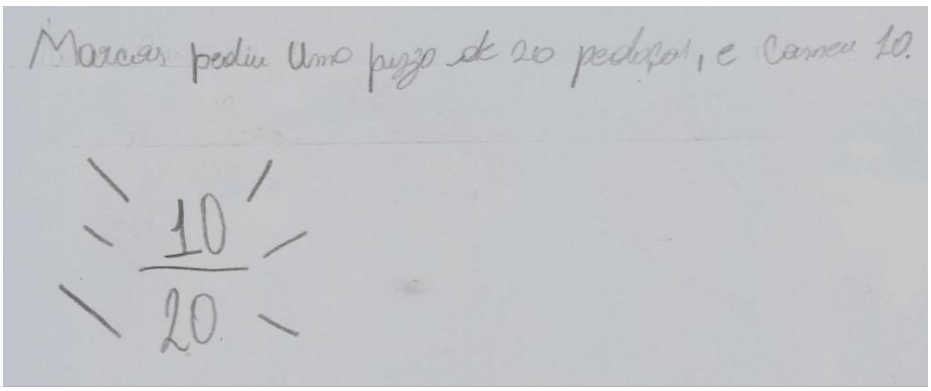


Figura 66: Resolução do documento 1, Aluno A4.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No exercício do aluno A4, a linguagem materna, ou seja, o enunciado da sua situação diz que: *“Marcos pediu uma pizza de 20 pedaços, e comeu 10”.* Se analisarmos novamente a questão de como as pizzas são tradicionalmente cortadas, não é comum encontrarmos pizzas em 20 fatias. Daí, podemos

afirmar ser uma situação fora de contexto. A linguagem matemática está corretamente apresentada, a fração 10/20 indica que o 10, no numerador são as pizzas que foram comidas, e 20 o total de pedaços.

Destacamos que nessa primeira parte da pesquisa alguns alunos expressaram frações que são múltiplas de 1/2, ou seja, são equivalentes à metade. Como nesta etapa ainda não tínhamos construído este conceito, não foi algo que necessariamente tinha sido cobrado que eles realizassem, diferente da etapa final.

No exercício da Figura anterior não temos um desenho, a linguagem visual como recurso não foi feita. Em linhas gerais, o conceito de fração foi exposto corretamente, com alguns detalhes que necessitam de ajustes. Sobre estas diferentes maneiras de representar um mesmo problema, vamos observar a evolução do aluno A4, na Figura 67.

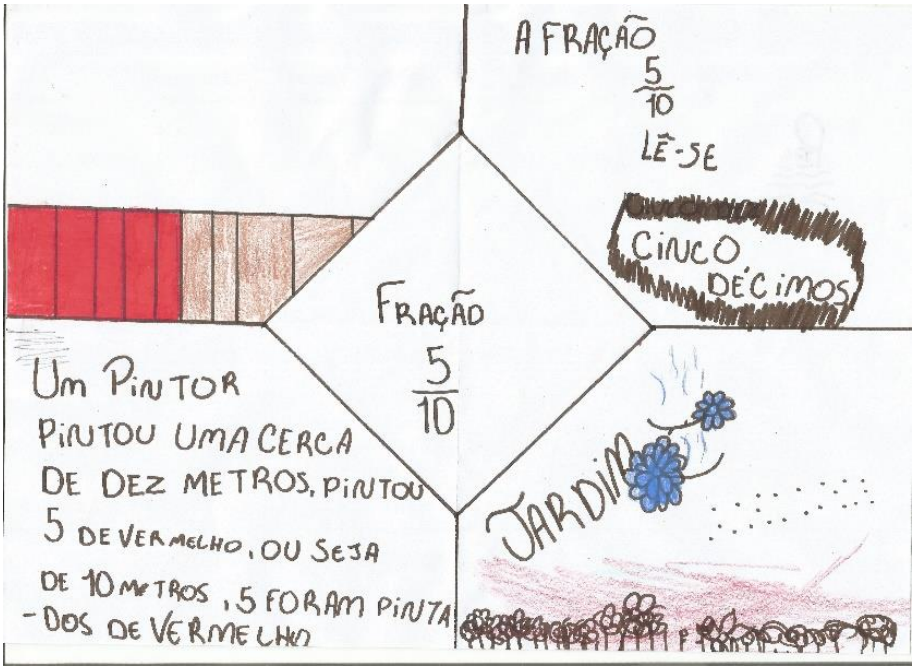


Figura 67: O desempenho do aluno A4 no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Se no documento 1 alguns detalhes necessitavam atenção, agora no Diamante de Papel do aluno A4, temos um ótimo exemplo de uma evolução considerável que podemos perceber com o uso do Scape Book. O enunciando diz que*: "Um pintor pintou uma cerca de dez metros, pintou 5 de vermelho, ou seja de 10 metros, 5 foram pintados de vermelho".* Podemos mencionar que do exemplo da pizza cujo enunciado tinha 10 palavras, agora no diamante de papel ele é rico em detalhes e informações, atendendo aquilo que havia sido

solicitado, quando foram informados de que deveriam ser o mais completo possível no seu trabalho, e somente o enunciado deveria ser capaz de conter todos os dados para deixar claro quem era o numerador e o denominador da fração.

A leitura da fração está correta no canto superior direito. E o desenho da cerca de 10 metros está presente no lado superior esquerdo. As 10 colunas indicam que cada uma tem um metro, e por consequência, as cinco primeiras foram pintadas de vermelho, conforme o enunciado. Se antes falamos das proporções de materiais de anotação, de alimentos, e também das demais pizzas, devemos pontuar que a cerca não atendeu exatamente a fração. Pois, se foi dividida em 10 metros, cada divisão deveria ter exatamente a mesma medida. E isso deveria ter sido respeitado. É muito provável que o estudante S4 começou a desenhar, e ao perceber que o espaço não seria o suficiente, acabou finalizando sem precisão, quando na verdade, deveria ter apago, e começado de novo, para que o muro ficasse proporcional.

Quando foram orientados de que caso entendessem que o seu exercício estaria claro o suficiente, utilizando, por exemplo, três dos espaços do Diamante de Papel, o quarto e último poderia ser de outro desenho dentro do contexto da sua situação. Ou então ficar em branco. O A4 utilizou desta ideia no lado direito quando desenhou um jardim.

Portanto vimos que ocorreu evolução na escrita, por meio da riqueza de detalhes, agora temos desenhos, mesmo que não proporcionais e de acordo com a situação e dados matemáticos corretos com o contexto, eram evoluções que se esperava de todos os alunos no Diamante de Papel. Assim como as análises dos alunos anteriores, o aluno A4 que já havia concluído com êxito a primeira etapa, teve evolução significativa nas diferentes maneiras de representar o mesmo problema.

Na Figura 68, temos a resolução do documento um do aluno A5.

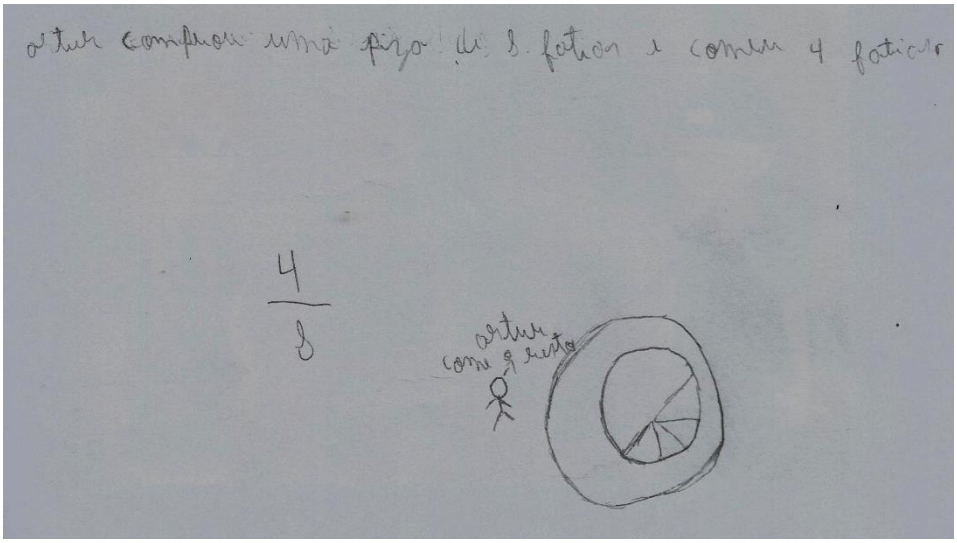


Figura 68: Resolução do documento 1, Aluno A5.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O enunciado do seu problema diz que: *"Arthur comprou uma pizza de 8 fatias e comeu 4 fatias".* Logo em seguida apresenta a fração 4/8 e a direita da imagem o desenho para ilustrar a situação. Assim como a aluna S1, o aluno A5 trouxe as três linguagens no seu exercício. Apesar de não ter indicado qual elemento é o numerador e qual elemento é o denominador, a fração pode indicar tanto as fatias de pizza que foram comidas quanto as que sobraram.

O seu desenho tem duas situações a serem observadas. A borda da pizza não está devidamente proporcional, inclusive está nitidamente mais larga que os pedaços de cada pizza. Em contrapartida, a parte recheada da pizza apresenta boa proporção, já que a metade da pizza está bem desenhada. Agora iremos observar o desempenho do A4 na última etapa da pesquisa (Figura 69).

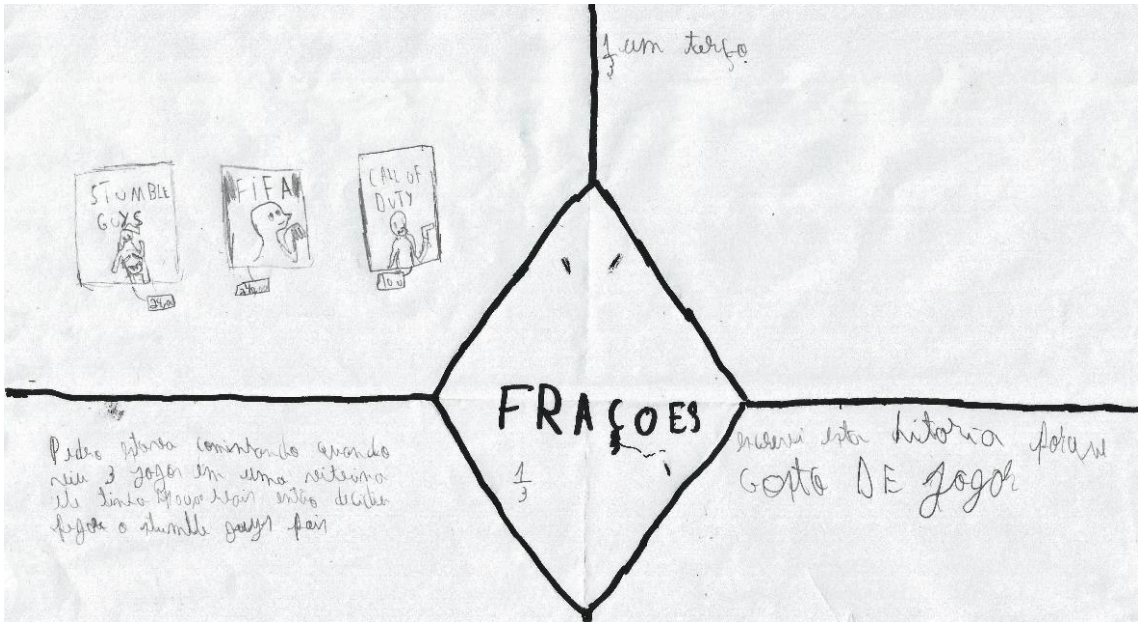


Figura 69: O desempenho do Aluno A4, no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Felizmente no Diamante de Papel o aluno deixou as tradicionais pizzas de lado e conseguiu trazer o conteúdo de frações para alguma situação do seu dia a dia, assim como foi proposto a eles. Ele escreve que: *"Pedro estava caminhando quando viu 3 jogos em uma vitrine ele tinha R$ 100,00 reais então decidiu pegar o stumble gays pois".* E ainda acrescenta no canto inferior direito que escreveu essa história pois gosta de jogar. Ou seja, o aluno escolheu uma de suas atividades favoritas para tentar relacionar com alguma situação, e conseguiu criar uma situação fictícia (ou não) que poderia fazer parte da realidade.

No canto superior direito a linguagem matemática é realizada corretamente quando traz a fração 1/3, e no superior esquerdo, temos três desenhos representando os três jogos, inclusive com valores de quanto custa cada produto. A capa de cada um deles tem um desenho específico, com o título e personagens. No resultado final do A4 é possível perceber que ele manteve as três linguagens no seu exercício, mas percebe-se uma extensão no vocabulário e maior potencial de se expressar no enunciado para exprimir o seu problema. O lado visual também foi enriquecido com atenção e detalhes importantes. Trata-se de um trabalho com perceptível evolução apesar de já ter sido excelente.

Vamos observar agora na Figura 70 a resolução do documento 1, do aluno A5.

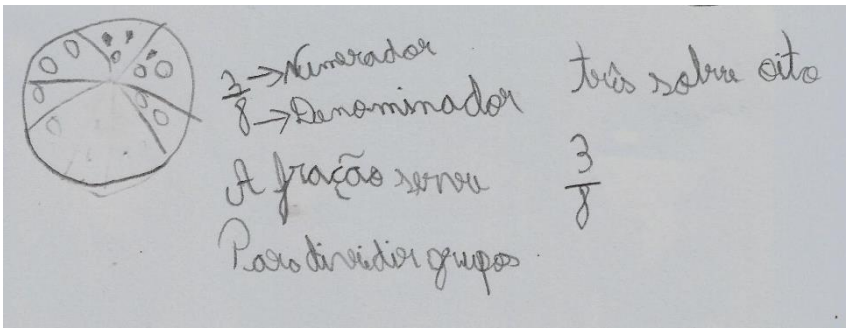


Figura 70: Resolução do documento 1, Aluno A5.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O aluno A5 nos traz duas representações, a visual e a matemática, além de uma informação que não é o enunciado do seu problema. Na página 8 do Scape Book, a ideia de fração é definida por: *"Quando tomamos um determinado elemento como a unidade, e dividimos ele em partes iguais, podemos dizer que a fração será uma determinada quantidade dessa divisão que queremos representar"*. Na imagem acima temos nas palavras do A5 que: *"A fração serve para dividir grupos".* Essa informação nos leva a concluir que o conceito geral de fração foi muito bem compreendido.

A maneira de se expressar pode não ter sido a mais clara possível pela falta do enunciado, mas quando aliamos a fração 3/8 apresentada, na qual ele indica corretamente o numerador e o denominador, e ainda a tentativa de realizar a leitura da mesma corretamente, percebemos que grandes equívocos matemáticos para esta etapa da pesquisa, não aconteceram. Se compararmos as produções anteriores, também constatamos que apenas a aluna S1 e o A5 apontaram quem são os elementos da fração. E ainda, já que mencionamos anteriormente a proporção dos desenhos dos outros participantes da pesquisa, precisamos citar que o A5 não conseguiu dar as mesmas dimensões para todos os pedaços da pizza. Vejamos que a pizza apresenta cinco pedaços desenhados, e uma outra região em branco. Essa região indica ser os pedaços de pizza que foram comidos, e por esse motivo, a fração 3/8.

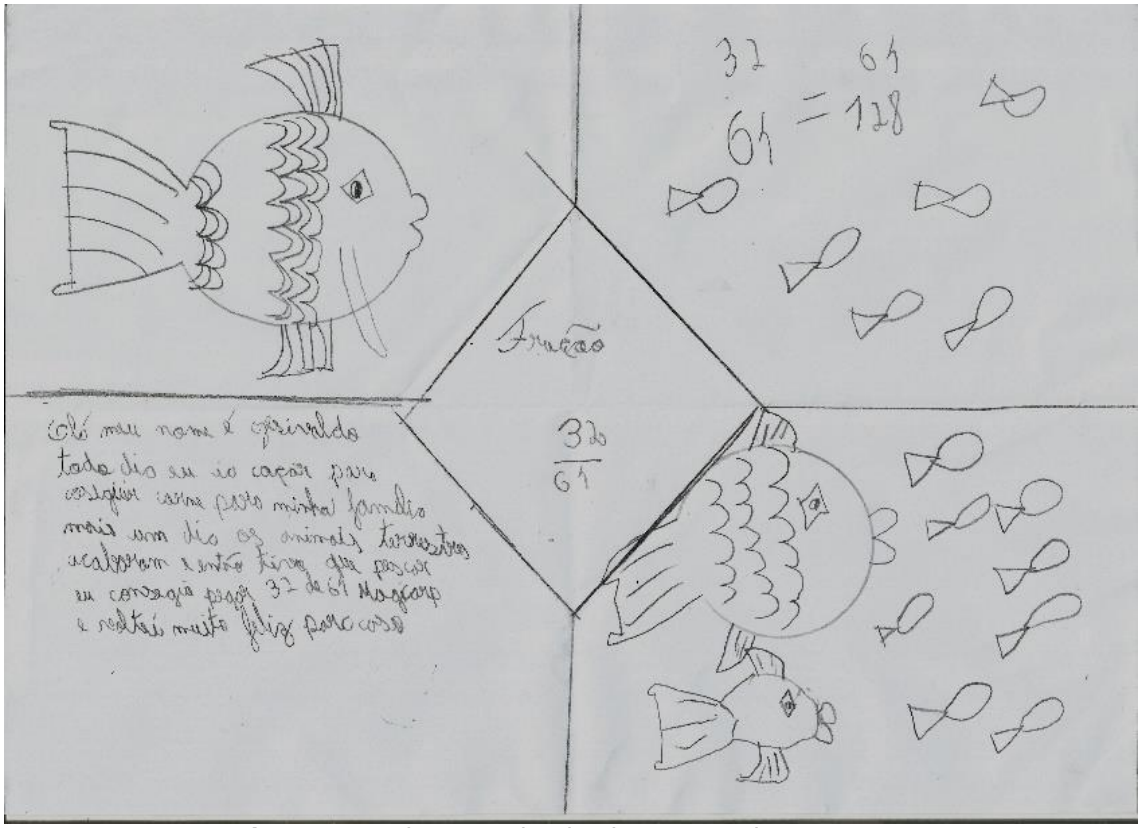


Figura 71: O desempenho do Aluno A5 no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

O Diamante de Papel do aluno A5 cumpriu parcialmente com as expectativas do pesquisador, já que ele apresentou as três linguagens e nenhum equívoco matemático. O enunciando do problema diz que: *"Olá meu nome é Gesivaldo todo dia eu ia caçar para conseguir carne para minha família mais um dia os animais terrestres acabaram e então tive que pescar eu consegui pegar 32 de 64 magikarp e voltei muito feliz para casa".* Apesar de não ter citado a fração 1/2, e dito que conseguiu caçar metade dos peixes que tentou, no canto superior direito, ele apresenta uma equivalência de frações, quando multiplicou tanto o numerador quanto o denominador por dois, que está correta.

A fração ao centro, 32/64, está de acordo com a linguagem materna do seu exercício. Para a linguagem visual estar correta, podemos supor que ele poderia ter desenhado um lago, o homem a beira com uma vara pescando, e um recipiente com vários peixes, por exemplo. Mas como se trata de um número relativamente alto, entende-se que ele optou por trazer uma representação visual não exata, mas contextualizada, assim como outros colegas fizeram.

Um ponto positivo que podemos citar até aqui é a criatividade e imaginação dos participantes nessa etapa final da pesquisa. Não se limitaram aos objetos da sala de aula ou as tradicionais pizzas. Algumas situações reais e do seu próprio dia a dia, e outras fictícias, como a do A5, que são importantes nesse processo de criar e ser livre ao darem suas respostas.

Na sequência temos a penúltima produção a ser analisada (Figura 72).

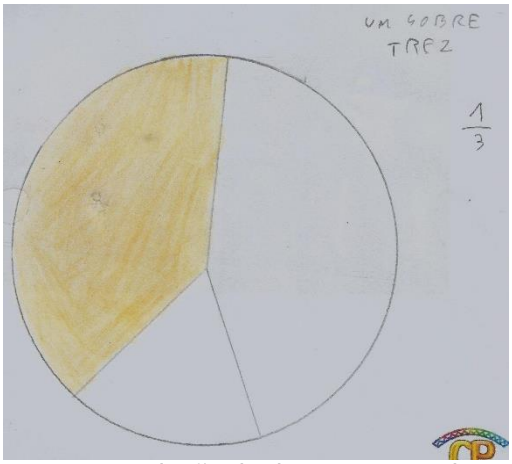


Figura 72: Resolução do documento 1, Aluno A6.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Assim como o aluno A3 citado anteriormente, o A6 também apresentou no início do ano letivo e da pesquisa grandes dificuldades de compreensão do conteúdo de frações. Logo percebeu-se que multiplicação e divisão eram assuntos que ele precisava retomar para amenizar e sanar outras dificuldades ao longo do ano. E assim como a A2, que precisou de diversas perguntas para conseguir criar o seu próprio exercício, com o A6 não foi diferente. Mas ainda assim, ele não conseguiu se expressar como era esperado, e acabou fazendo o exemplo tradicional da pizza, com a ajuda do A7, que também utilizou uma pizza. Neste dia, eles estavam sentados em trio com outro colega.

Como resultado final, a ajuda dos colegas e a interação com os pares foi fundamental para que o A6 conseguisse minimamente finalizar a atividade. Na imagem acima, não há um enunciado, ou seja, a linguagem materna, mas a linguagem matemática por meio da fração 1/3 está correta. Percebe-se que ele compreendeu a ideia de parte todo. A proporção também não está devidamente correta, mas aqui, especialmente houve o cuidado e a preocupação de colorir a parte que ele decidiu representar no numerador.

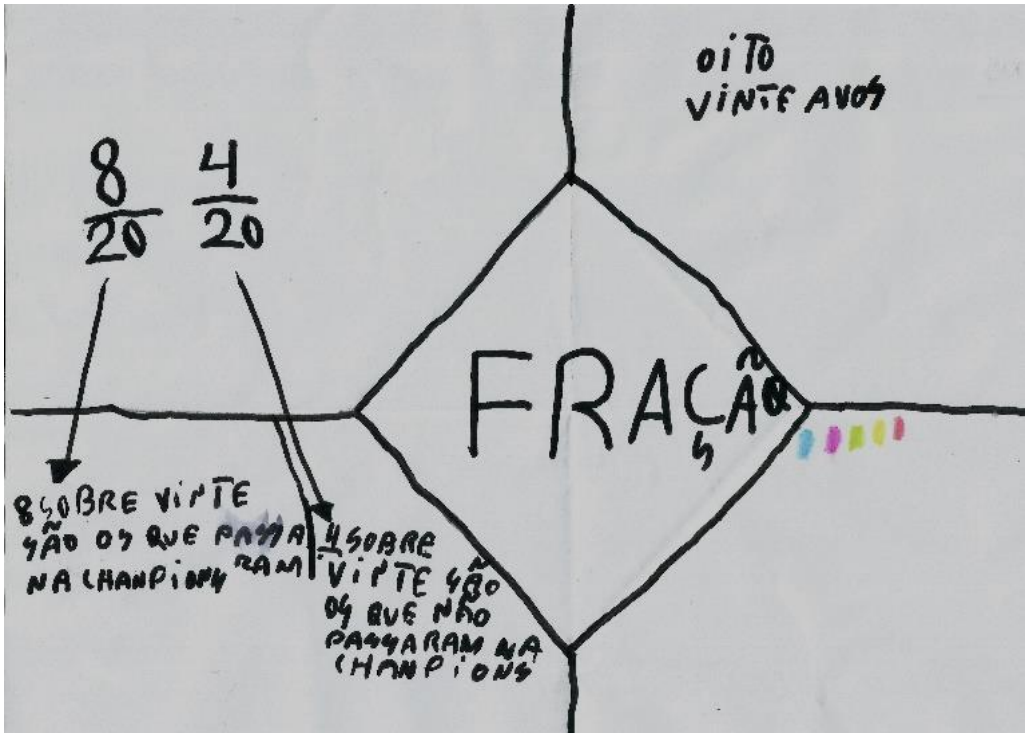


Figura 73: O desempenho do Aluno A6 no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No seu Diamante de Papel, o A6 se refere ao campeonato de futebol chamado de Liga dos Campeões, *"Champions",* que reúne os melhores clubes de futebol da Europa. Estas informações não estão claras no seu enunciado, mas através do diário de campo do pesquisador, podemos entender que o mesmo teve grandes dificuldades em associar as frações a algo que ele gostasse no seu dia, tanto que só conseguiu realizar a atividade nos 10 minutos finais, e por este motivo não conseguiu fazer nenhum desenho, conforme relatou posteriormente. Ele gostaria de ter feito um campo de futebol.

No canto superior esquerdo, ele traz as frações 8/20, e indica o numerador 8, como sendo os times que vão passar na "*Champions*", se referindo a avançar de fase. E, ao lado, a fração 4/20 como sendo os times que não vão avançar na *"Champions".* E aqui temos um erro de lógica, pois se 8 times dos 20 irão avançar, 12 deverão ficar pelo caminho e serem eliminados. Portanto a fração 4/20 não está correta. Por fim, um ponto positivo é a leitura de frações que está correta, pois referente a fração 8/20 ele escreveu "oito vinte avos".

A seguir iremos observar o desempenho do aluno A7 (Figura 74).

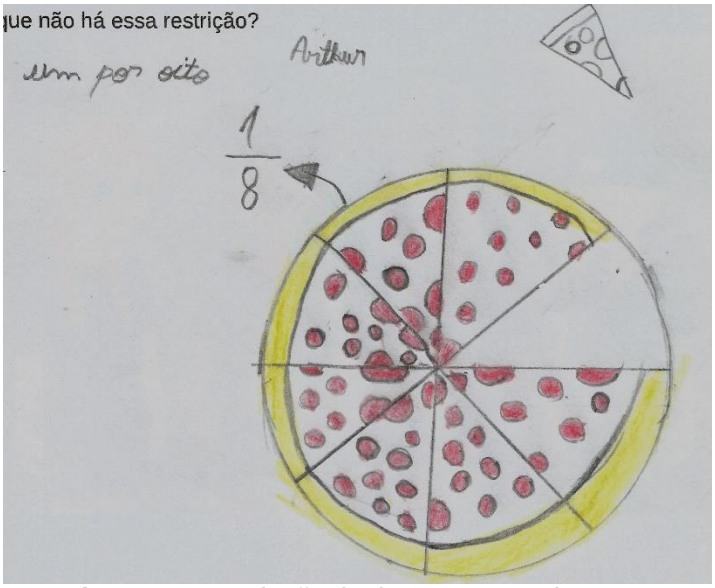


Figura 74: Resolução do documento 1, Aluno A7.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

No exercício do aluno A7 não há o uso da linguagem materna. Estão presentes a linguagem matemática através da fração 1/8, e “um por oito”. A leitura de frações não havia sido trabalhada ainda nesta etapa, pois seria abordada no Bloco 2 do Scape Book. A linguagem visual, ou seja, o desenho está muito bem feito. Apesar de ser o tradicional exemplo da pizza que os livros didáticos trazem, há uma proporção que foi feita corretamente na divisão dos oito pedaços da pizza. Ainda houve um cuidado também com a borda e o recheio. O desenho colorido mostra o capricho e atenção do aluno na hora de realizar a sua representação. Entende-se que por estar muito claro, não há um enunciado. E isso parece ser uma característica deste e de outros trabalhos que não apresentam as três linguagens.

Já que citamos a proporção no exercício do A7, não podemos deixar de lado que o pedaço de pizza que foi retirado, e não está colorido, não é proporcional aos demais, além do fato da seta que indica a fração 1/8 não partir exatamente deste pedaço que foi retirado. O correto seria a seta partir do pedaço em branco da pizza, e este que foi deslocado, ter o mesmo tamanho dos demais. De maneira geral, o aluno compreendeu bem o conceito de fração quando usamos a ideia de parte todo.

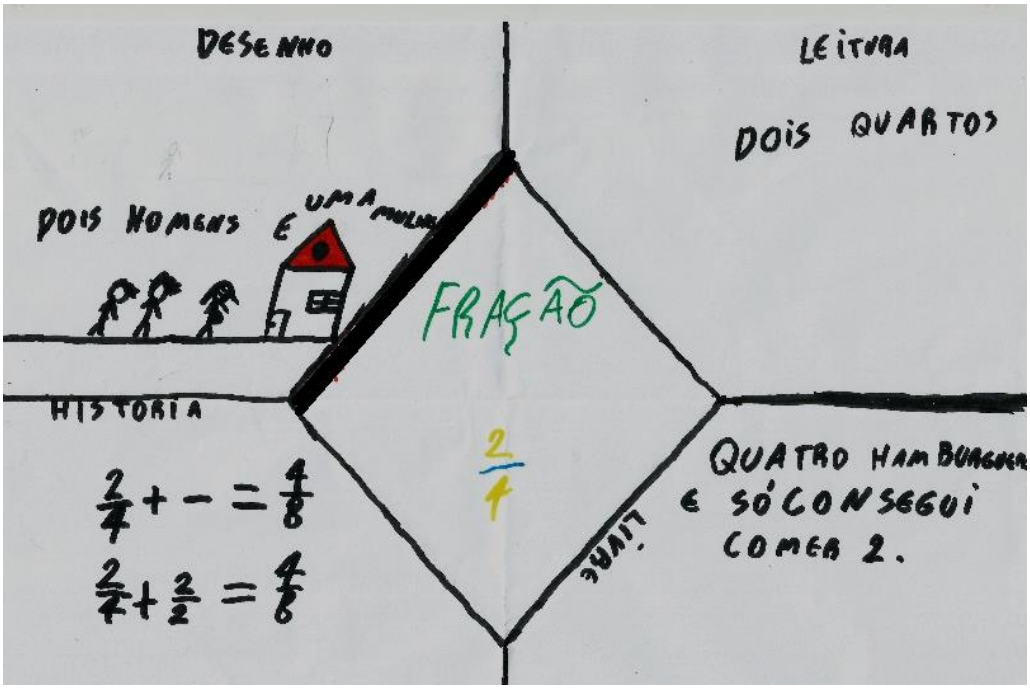


Figura 75: O desempenho do Aluno A7 no documento 2.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Observando o Diamante de Papel do A7 (Figura 75) temos no centro a fração 2/4. Aqui novamente cabe citar que se esperava que a fração 1/2, ou o termo metade aparecesse, o que não aconteceu. O seu anunciado, no canto inferior direito diz: "*Quatro Hambúrguer e só consegui comer 2".* A leitura da fração no canto superior direito está correta: *"Dois quartos".* No canto inferior esquerdo ele traz uma fração equivalente a 2/4, a fração 4/8.

Dos alunos analisados até aqui, este é o quarto em que a equivalência de frações aparece no Diamante de Papel, o que nos mostra, que nesta etapa da pesquisa, os alunos conseguiram de alguma maneira relacionar a sua fração central com os conteúdos que viram durante a pesquisa com o uso do Scape Book.

Vamos nos deter agora ao equívoco no desenho. Ele descreve: "*dois homens e uma mulher*". E podemos visualizar uma casinha com o telhado vermelho que não tem relação direta com os hambúrgueres. Ou seja, a linguagem materna e a linguagem matemática foram ascensões em relação ao primeiro trabalho, o que não podemos afirmar ter ocorrido com a parte visual, ao menos, sem uma explicação do mesmo.

Quando citamos as mais diversas evoluções das 20 produções, partindo das três categorias que foram definidas, vimos que a grande maioria já não

faria mais parte da mesma categoria, pois a criatividade a imaginação dos estudantes foi consideravelmente melhor explorada.

6 Considerações Finais

As considerações finais serão feitas a partir de observações e percepções acerca da aplicação do Scape Book, evidenciando o que aconteceu conforme era esperado, e os pontos que precisam ser ajustados. Desta forma, conseguiremos responder exatamente quais são os desafios e potencialidades deste material didático. Portanto, mesmo que os resultados apresentados abaixo não façam parte da nossa análise, serão descrições essenciais para responder o objetivo da pesquisa.

Começaremos falando da estrutura do Scape Book. Inicialmente a maneira como as perguntas, exercícios e desafios estavam dispostos ao longo do material causou uma certa confusão com relação ao espaço destinado as respostas. Vamos lembrar que normalmente os livros didáticos possuem diferentes estratégias para este tipo de ação, podemos encontrar linhas retas ao lado das perguntas, caixas de texto fechadas em diferentes formatos abaixo das perguntas, dentre outras. Vamos observar a Figura 76, que traz um recorte da página 14 do Scape Book.

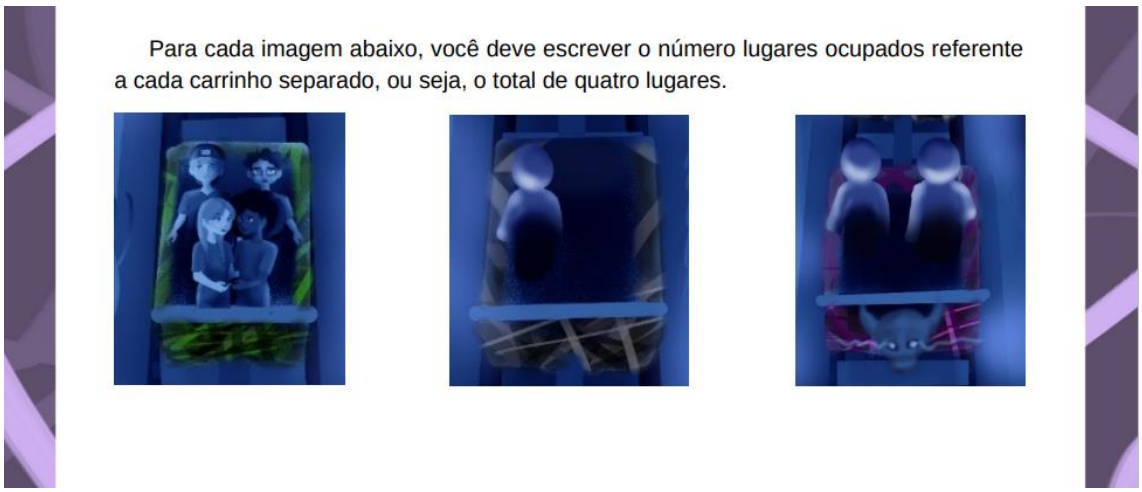


Figura 76: Um recorte da página 14 do Scape Book.
Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Neste caso, e para outros ao longo de todo o material, mesmo que a pergunta logo acima das imagens esteja bem clara, e que a mesma precisa ser respondida logo abaixo, em diversos momentos os alunos questionavam se precisavam responder a pergunta ou não, porque não tinha um espaço “fechado” para tal. Podemos identificar como uma dificuldade de leitura e interpretação por parte dos alunos, mas também é um dos pontos do Scape Book que será adaptado posteriormente a partir do feedback dos estudantes. Todas as perguntas, exercícios e desafios serão melhor numerados, e indicado onde deverão ter suas respostas escritas.

Ainda sobre a estrutura, temos que no Bloco 2, os alunos podem optar por qual brinquedo podem começar. Ou seja, não é preciso seguir rigorosamente a numeração crescente do e-book. Neste bloco como já descrevemos, nenhum estudante optou por mudar a ordem. Mas como a mesma ideia está presente no Bloco 3, e alguns deles utilizaram esse recurso, consideramos que esta dinâmica se mostrou positiva e divertida. Pois quando eles optaram por seguir a ideia, perceberam que estavam descobrindo coisas diferentes dos demais colegas, e neste momento, trocaram informações, se questionando e instigando uns aos outros a conhecerem aquilo que haviam visto. No Bloco 3 especialmente, esta dinâmica teve resultados interessantes quando pensamos do ponto de vista da interação entre os grupos.

A ideia de fechar cada bloco com um desafio final, e que este seria o pré-requisito para que pudessem avançar foi amplamente aceita, e percebia-se que ao chegar nesta etapa, os alunos se demonstravam mais concentrados do que em outros momentos. Portanto havia uma dedicação extra para seguirem adiante. Além disso, o desempenho da turma em todos os desafios foi satisfatório. Enquanto em algumas outras questões, alterações precisarão ser feitas, os desafios serão mantidos.

Como o Scape Book foi pensando com a perspectiva de principalmente apresentar e abordar novos conteúdos de matemática de maneira contínua, dentro do mesmo contexto, o foco não estava na resolução de inúmeros exercícios. Relatamos que em alguns momentos o recurso de trazer um maior número de problemas foi necessário para fixação. Mas consideramos que toda a criação própria do pesquisador, de como iniciar cada assunto de frações, foi

o suficiente para que os alunos pudessem compreender os conceitos. Portanto, o início de cada bloco encontra-se bem estruturado.

A dinâmica da busca pela palavra secreta do Ticket Dourado, que ocorreu em diversos encontros, foram momentos de extrema empolgação, diversão, suposições e desafio. O fato de buscarem por algo que no começo não estava diretamente ligado a matemática, deixou os alunos curiosos. Foi uma alternativa que teve os resultados satisfatórios.

No começo da pesquisa, os participantes demonstravam algumas dificuldades de identificar em meio a literatura algumas informações essenciais para resolver os problemas. O que nesta etapa da pesquisa, gerou no pesquisado o questionamento se não havia texto demais no material. Porém, o processo de adaptação foi acontecendo, e perceberam que para terem êxito, precisariam agir como investigadores, estando sempre atento aos detalhes do texto com o auxílio das imagens. E por fim, conclui-se que tópico de percepções não precisa ser alterado ou simplificado.

A ideia de trazer quatro personagens no Scape Book tinha como premissa ser exatamente essa a disposição do grupo para estudar o material. Em grupos de quatro alunos, que se colocariam no lugar dos personagens. Ou seja, quando eles se dividiam em duplas, cada uma para um brinquedo, os alunos deveriam fazer o mesmo. Mas isso não aconteceu na prática. Este foi o maior desafio no começo da pesquisa, sendo a primeira ação aceita como mudança necessária de momento. Além do pesquisador estar começando a atuar como professor na escola, alguns alunos também eram novos. Portanto, considerando a relação entre eles, foi difícil conseguir reuni-los sempre em grupos de quatro alunos. Então optamos por deixar os grupos com as disposições que bem desejassem.

O conteúdo de frações está presente no capítulo 6, de um total de 12 do livro didático da escola, e por este motivo, ele precisou ser antecipado. Acredita-se que se a pesquisa fosse aplicada no “tempo normal” do ano letivo, após os cinco primeiros capítulos, a dinâmica do Scape Book poderia ter sido aplicada como esperado. Mas este não foi um ponto exatamente negativo quando pensamos na análise que fizemos anteriormente. Se ao término do Scape Book, relatamos que a evolução individual foi ampla, e percebida a partir das produções, é possível afirmar que o Scape Book de Frações: O Passeio

pelo Connect Park, cumpriu amplamente com o papel de apresentar os conteúdos de maneira a instigar os alunos a querer aprender. A deixá-los “presos” ao próprio material e curiosos. A se sentirem desafiados constantemente. A perceberem o quanto o uso das imagens é essencial na aprendizagem, visto que em diversos momentos eles precisavam voltar, analisar com calma, reparar em pequenos detalhes que haviam passado despercebidos.

Além do mais, os exercícios de raciocínio lógico, como o desafio final do Bloco 5, por exemplo, que não explorava diretamente a adição de frações, foi muito bem aceito, já que estava dentro do contexto da situação. Portanto, a evolução na maneira de pensar, argumentar, organizar as ideias, ser criativo e ter imaginação, e de saber representar um mesmo problema de diferentes maneiras, ação de extrema importância para o nosso cérebro, nos leva a crer que o Scape Book possa ser amplamente utilizado como um material auxiliar para o estudo de frações, reflexão possível a partir da produção de cada aluno.

Ao longo do Scape Book, e principalmente nos desafios finais dos blocos, os alunos acabavam apresentando maior engajamento e competição uns com os outros, onde podemos perceber a tensão que um jogo pode propor conforme (HUIZINGA, 2019), ao mesmo tempo em que a dinâmica de saberem que para avançar e conhecer os novos brinquedos, também fez com que eles mantivessem o foco, e total atenção em todos os detalhes, ideia partindo de Tapia e Linder (2020), que contribuíram para um avanço significativo na grande maioria dos trabalhos. Podemos perceber através dos relatos, que os alunos obtiveram resultados que nos permitem afirmar que passaram a compreender a importância, e saber realizar corretamente o exercício de representar de diferentes maneiras o mesmo problema. Isso também se deu ao fato de que em muitos casos, a mentalidade de crescimento contribuiu para que se sentissem ilimitados em suas criações, e durante a resolução do Scape Book, aliado ao fato de que, passaram e se expor mais, sem ter tanto medo de errar, mostrando que as três ideias fundamentais da nossa teoria apresentada, foram praticadas, vivenciadas no dia a dia, e gradativamente tiveram um avanço considerável.

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na sala de aula**: ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2020.

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas na sala de aula**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J. **O que a matemática tem a ver com isso?** Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. Porto Alegre: Penso, 2019.

BOALER, J. **Mente sem barreiras**: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem. Porto Alegre: Penso, 2020.

CARMO, V. M.; MARCO, F. F. **Ensinando matemática com jogos**: possibilidades e propostas. Curitiba: Appris, 2018.

CHAVES, V. A.; MARTINS, M. A. S. Uma abordagem sobre jogos, oficinas e brincadeiras interativas em sala de aula. In: **Anais...** XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba, PR.

CORRÊA, E. A; RIBEIRO, E. S. Trabalhando adição e subtração com jogos de bolinhas de gude (bolitas) no 6º ano do ensino fundamental. In: **Anais...** XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá, MT.

GARCIA, R. O ensino de frações no ensino fundamental II: Uma experiência no 6 ano. In: **Anais...** XXII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2018, Belo Horizonte, MG.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. 9. ed. São Paulo: Perspectiva, 2019.

MARINI, Wagner. **Neurociência e a Aprendizagem Matemática.** 1ª ed. São Paulo: Chiado Books, 2018.

MARTINS, M. A. S.; GRUTZMANN, T. P.; UMETSUBO, P. M. Corrida do Material Dourado: Uma experiência vinculando ensino, pesquisa e extensão. In: **Anais**... XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá, MT.

MOROSINI, M. C.; FERNANDES, C. M. B. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação por escrito**. Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 154-164, jul.-dez. 2014.

PIEPER, C. R. V. *et al*. Experiência vivenciada pelos pibidianos do curdo de Licenciatura em Matemática – UFPel nas práticas educativas dentro da educação de jovens e adultos. In: FONSECA, M. S.; FERREIRA, A. L. A. **PIBID Matemática/UFPel**: Narrativas de Formação. 1 ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2015. p. 82-93.

RIBEIRO, A. M. **As frações que o ladrilhamento revela**. 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, SP, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5954/5543.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 16 out. 2020.

SOUZA, R. N. G. O ensino de frações em uma turma de 6 ano. In: **Anais...** XXIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2019, São Paulo, SP.

SOUZA, J. C. B; FONSENCA, M. G. O jogo para além do jogar: o potencial do desenvolvimento de um jogo para o processo de aprendizagem em matemática. In: Anais... VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018, Foz do Iguaçu, PR.

SANTOS, P. C. dos. **Uso do Material Concreto**: Um fator facilitador da ensinagem de Frações com alunos da 5ª Série. 2010. 70 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) – Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, RS, 2010. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFNBDTD/437. Acesso em: 17 set. 2020.

SILVA, W. R. Ressonâncias do aprender, segundo Deleuze, em um fazer docente: explorando o conceito de fração em turmas do sexto ano do ensino fundamental. In: **Anais**... XXI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2017, Pelotas, RS.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de Matemática de 6º a 9º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOARES, A. W; CÔCO, D. Triminó de frações: o uso de jogos na formação docente. In: Anais... XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá, MT.

TAPIA, I; LINDE, M. **La casa de papel**: escape book: o diário do professor. São Paulo: Planeta do Brasil, 2020.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

TOLEDO, R. V. F. As contribuições da neurociência cognitiva para o processo de ensino-aprendizagem de matemática. In: **Anais**... XXII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2018, Belo Horizonte, MG.

Apêndices

Apêndice 1 – Scape Book de Frações

O ***Scape Book de Frações: o passeio no Connect Park*** enconstra-se disponível para *dowload* através do link: https://wp.ufpel.edu.br/mathlibras/e-book/.

Abaixo, a Figura 77 refere-se a Capa do E-book.

Figura 77: Capa do Scape Book
Fonte: MathLibras, 2021.

Apêndice 2 – Termo de Autorização da Escola

Pelotas, 24 de fevereiro de 2022.

Prezado,
Coordenador do Ensino Fundamental II

Venho por meio desta, solicitar a sua autorização para que o acadêmico **Marcos Aurélio da Silva Martins**, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel, realize uma pesquisa como parte das atividades da dissertação do Mestrado. Tal pesquisa tem como título provisório ***Potencialidades e Desafios do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park*** e tem, provisoriamente, como objetivo principal ***identificar e analisar quais as Potencialidades do Scape Book de Frações.***

Para a realização da pesquisa será necessário que o mestrando desenvolva as atividades previamente definidas com alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental II da escola, no período de fevereiro a abril de 2022.

Tal proposta de pesquisa será utilizada apenas para fins acadêmicos, em que será divulgado o nome da escola, respeitando, porém, o sigilo das informações referente aos sujeitos da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa ou a instituição poderão requisitar os resultados da mesma a qualquer momento, tendo assim, também o direito de interromper a sua participação na pesquisa. Ao concordar em participar da pesquisa o pesquisado estará de acordo e ciente dos termos adotados pela orientação do Trabalho.

A orientação do trabalho de pesquisa está a cargo da Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmann, do Departamento de Educação Matemática (DEMAT/IFM/UFPel).

Nesse sentido, gostaria de contar com sua participação e solicitar, gentilmente, a sua autorização para o cumprimento e desempenho das atividades propostas.

Atenciosamente,

_____

THAÍS PHILIPSEN GRÜTZMANN

Eu **<u>autorizo</u>** o acadêmico acima citado, a realizar a pesquisa e utilizar as informações (vídeos, fotos, atividades produzidas, outros) para a pesquisa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Mestrado – e futuras publicações que dela se originem.

_____ _____

Diretora da Escola Carimbo da Escola

Apêndice 3 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Pesquisadora responsável: **Thaís Philipsen Grützmann**
Mestrando responsável: **Marcos Aurélio da Silva Martins**
Instituição: Universidade Federal de Pelotas
Endereço: Rua Gomes Carneiro, 01. 96010-610. Pelotas/RS. Campus Anglo. Sala 303.
Telefones: (53) 98465-1201 / (53) 98426-0206.

Concordo em participar do estudo com o título provisório ***"Potencialidades e Desafios do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park***". Estou ciente de que estou sendo convidado a participar voluntariamente do mesmo.

PROCEDIMENTOS: *Fui informado de que o objetivo geral será "identificar e analisar as potencialidades do Scape Book de Frações", cujos resultados serão usados para fins de pesquisa. Estou ciente de que a minha participação envolverá "participação nas atividades pedagógicas propostas pela equipe da pesquisa".*
RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES: *Fui informado que os riscos são mínimos.*
BENEFÍCIOS: *"O benefício de participar da pesquisa relaciona-se ao fato que os resultados serão incorporados ao conhecimento científico e posteriormente a situações de ensino-aprendizagem voltadas especialmente à Educação Matemática "*.
PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA: *Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento*.
DESPESAS: *Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras*.
CONFIDENCIALIDADE: *Estou ciente que a minha identidade será utilizada durante todas as etapas do estudo*.
CONSENTIMENTO: *Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de consentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa do estudo, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este Formulário de Consentimento Pré-Informado será assinado por mim e arquivado na instituição responsável pela pesquisa.*

Nome do participante/representante legal:_____

Identidade:_____

ASSINATURA:_____ DATA: ____ / ____ / _____

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR: Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, assinar este consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato através do telefone e/ou endereço acima.

Pesquisador responsável	Mestrando responsável

Apêndice 4 – Carta de Autorização – Uso das Produções

CARTA DE AUTORIZAÇÃO – USO DAS PRODUÇÕES

Eu, _____, CPF: _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____ _____, da turma de 6º ano do Ensino Fundamental II, da Escola Visão, **AUTORIZO** a utilização de seu nome, de sua produção escrita (textos, outros) para o desenvolvimento e a divulgação dos resultados parciais e/ou finais da pesquisa de mestrado com título provisório "***Potencialidades e Desafios do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park***", do Profº. Marcos Aurélio da Silva Martins, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do Instituto de Física e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas.

Estou ciente que a pesquisa tem por objetivo geral ***identificar e analisar quais as potencialidades do Scape Book de Frações***, e que serão respeitadas as informações referentes ao sujeito participante. Ainda, que o sujeito ou seus representantes legais poderão requisitar os resultados da mesma a qualquer momento, tendo assim, também o direito de interromper a sua participação. A pesquisa é orientada pela Profa. Dra. THAÍS PHILIPSEN GRÜTZMANN, do Departamento de Educação Matemática (DEMAT/IFM/UFPel).

Ciente e de acordo.

Pelotas, ____ / ____/ 2022.

_____

Representante legal

Apêndice 5 – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

Pesquisadora responsável: **Thaís Philipsen Grützmann**
Mestrando responsável: **Marcos Aurélio da Silva Martins**
Instituição: Universidade Federal de Pelotas
Endereço: Rua Gomes Carneiro, 01. 96010-610. Pelotas/RS. Campus Anglo. Sala 303B.
Telefone: (53) 98465-1201.

Concordo em participar do estudo com o título provisório "***Potencialidades e Desafios do Scape Book de Frações: O passeio pelo Connect Park***". Estou ciente de que estou sendo convidado a participar voluntariamente do mesmo.

PROCEDIMENTOS: *Fui informado de que o objetivo geral será "identificar e analisar as potencialidades do Scape Book de Frações", cujos resultados serão usados para fins de pesquisa. Estou ciente de que a minha participação envolverá "participação nas atividades pedagógicas propostas pela equipe da pesquisa".*
RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES: *Fui informado que os riscos são mínimos.*
BENEFÍCIOS: *"O benefício de participar da pesquisa relaciona-se ao fato que os resultados serão incorporados ao conhecimento científico e posteriormente a situações de ensino-aprendizagem voltadas especialmente à Educação Matemática".*
PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA: *Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento.*
DESPESAS: *Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras.*
CONFIDENCIALIDADE: *Estou ciente que a minha identidade será utilizada durante todas as etapas do estudo.*

ASSENTIMENTO: Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de assentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa do estudo, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este Formulário de Assentimento Pré-Informado será assinado por mim e arquivado na instituição responsável pela pesquisa.

Nome do participante: _____

Identidade: _____

ASSINATURA: _____ DATA: ____ / ____ / _____

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR: Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, assinar este consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato através do telefone e/ou endereço acima.

Pesquisador responsável	Mestrando responsável