UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

Produto Educacional

PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA:
Reflexões sobre os desafios encontrados na aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo

Leila de Souza Mello

Pelotas, 2020

LEILA DE SOUZA MELLO

PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA:
Reflexões sobre os desafios encontrados na aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo

Produto da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Maurício Medeiros Alves

Pelotas, abril de 2020.

Sumário

Introdução 4

1. Referencial Teórico 6

1.1 Formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental 6

1.2. Formação continuada na docência.. 8

2. Proposta de formação continuada.. 13

3. Considerações Finais:.. 16

4. Referências: 17

Anexos:... 19

Introdução

O presente produto educacional foi pensado com dois intuitos: primeiro, atender uma demanda surgida durante a formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e, segundo, como meio de coleta de dados para a pesquisa intitulada Campo Conceitual Multiplicativo: reflexões sobre o ensino de matemática em um curso de formação continuada com professoras dos Anos Iniciais, desenvolvida na linha de Formação de Professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECM da Universidade Federal de Pelotas, estando, também, vinculado ao Grupo de Estudos sobre Educação Matemática com ênfase nos Anos Iniciais - GEEMAI[1].

Este grupo, cadastrado no CNPq desde 2015, vinculado ao PPGECM, tem procurado desenvolver nos pesquisadores a compreensão sobre o ensino de Matemática nos Anos Iniciais, com seus pressupostos e metodologias de modo que se favoreçam práticas mais efetivas para esse ensino visando o aprofundamento teórico das questões relevantes ao tema. Preocupa-se, ainda, com pesquisas envolvendo a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tema no qual se insere esse produto.

Neste contexto, o tema central da pesquisa foi a formação continuada e teve, como objetivo geral, analisar os reflexos de uma proposta de formação continuada, acerca do Campo Conceitual Multiplicativo, sobre a prática de um grupo de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (PEM[2]), atuantes na Rede Municipal de Ensino do município do Rio Grande- RS.

Como já citado anteriormente, o desejo de abordar este assunto surgiu durante a participação da pesquisadora como Orientadora de Estudos – OE[3], no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), no Município do Rio Grande – RS,

---

[1] Atualmente o grupo de pesquisa é coordenado pelo professor Antônio Mauricio Medeiros Alves (DE/FaE/UFPel) e reúne pesquisadores da UFPel e de outras instituições de ensino da região sul, contando com a participação de alunos de pós-graduação (mestrado e doutorado) e de graduação, além de professores da rede pública. As pesquisas realizadas pelos integrantes do GEEMAI se inserem basicamente em três linhas de pesquisa: (I) Culturas escolares e linguagens em Educação Matemática, (II) Formação de professores de Ciências e de Matemática e (III) Métodos de ensino e materiais didáticos para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais.

[2] Optamos pelo termo professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (PEM), indicando as preocupações com foco no professor em toda a sua trajetória como docente, e não apenas na sua formação, mostrando a dinamicidade do campo, como abordam Cecco, Bernardi e Delizoicov (2017).

[3] Segundo encontramos no material do PNAIC “O orientador de estudos (...) organizará, com base nos mesmos princípios formativos, a formação dos professores atuantes nas escolas dos três primeiros anos, em diversas regiões do país” (BRASIL, 2012, p. 24).

ministrando as formações para um grupo de professoras do Ciclo de Alfabetização, ou seja, atuantes nos três primeiros anos do Ensino Fundamental, as quais têm por função, além de alfabetizar, também ensinar Matemática.

Além disso, a pesquisadora, que também é alfabetizadora e possui formação em Matemática, ficava incomodada ao perceber que as crianças dos Anos Iniciais adoravam estudar Matemática, porém, na maioria das vezes, tinham professores que não gostavam muito desta disciplina e a consideravam difícil, pois nos cursos de Magistério, Normal ou Pedagogia, não há muitas disciplinas que aprofundem o estudo desta ciência. Ademais, há anos a pesquisadora escuta de alguns colegas que os estudantes não conseguem aprender a tabuada e, por isso, não sabem multiplicar, muito menos realizar divisões e, essa queixa, não se restringe aos Anos Iniciais, pode ser ouvida pelos professores dos Anos Finais e mesmo do Ensino Médio. Tudo isso motivou a proposição de um estudo com foco em um tema que pudesse, também, contribuir com a formação e atuação dos PEM.

Após a realização da pesquisa, observou-se que as PEM estavam oferecendo problemas que abarcavam um maior número de situações dentro do CCM, mostrando, na prática, que haviam percebido a importância de propor aos estudantes diferentes situações, para que eles possam compreendam melhor os conceitos necessários à aprendizagem deste Campo Conceitual. Esse fato comprovou a influência da formação continuada realizada, que provocou um avanço das professoras no entendimento do CCM, no entanto, elas também apontaram para a necessidade de uma continuidade no estudo desta complexa estrutura, para sentirem-se mais seguras nas intervenções e proposições de problemas que desejam realizar para os estudantes.

1. **Referencial Teórico**

A seguir apresentaremos o referencial teórico que embasou a pesquisa e orientou também esta proposta de formação continuada deste produto educacional.

1.1 Formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEM) são aqueles que, em sua grande maioria, não possuem Licenciatura em Matemática, mas formação em Pedagogia, Magistério ou Curso Normal, que são as habilitações previstas pela LDB (BRASIL, 1996) para atuação nesse nível de ensino. Os PEM são unidocentes, ou seja, trabalham sozinhos numa turma e precisam ensinar Português, Matemática, Ciências, História, Geografia, Educação Física, Artes e Religião e, por isso, encontram muitos desafios na sua prática, pois tem que dar conta de tantas áreas do conhecimento e, como sua formação inicial ocorre no mesmo tempo das licenciaturas "especialistas", como a Matemática, por exemplo, o investimento dessa formação, como no caso da Pedagogia, precisa se dividir entre as distintas matérias a serem ensinadas.

Neste momento, iremos focar em desafios encontrados pelos PEM acerca do ensino de Matemática, destacando Moura (2004), que alerta que

> Na história de formação desses professores em nosso país, até o momento atual, ainda é dominante a formação com terminalidade no magistério secundário, onde a Matemática é, via de regra, abordada do ponto de vista da didática dos conceitos aritméticos elementares, deixando a desejar um maior aprofundamento dos conceitos fundamentais da Matemática e de suas relações com outras áreas (MOURA, 2004, pg.18).

Esta situação, abordada por Moura, não está presente apenas nos cursos de Magistério, mas também ocorre na Licenciatura em Pedagogia, pois a carga horária destinada ao trabalho da Matemática é reduzida nos currículos, ocasionando uma fragilidade na aprendizagem de conteúdos e noções que servirão de suporte a esses futuros professores quando estiverem a frente de uma sala de aula e, além disso, Curi aponta que nas Licenciaturas e Pedagogia, as questões metodológicas tem papel de destaque e falta um aprofundamento dos conceitos fundamentais da Matemática, o que acaba prejudicando a sua prática dos PEM:

> A disciplina que apareceu com mais frequência nas grades curriculares dos cursos analisados foi Metodologia de Ensino de Matemática, presente em cerca de 66% das grades. Se considerarmos que outros 25% dos cursos têm na grade curricular a disciplina Conteúdos e Metodologia de Ensino de Matemática, é

> possível afirmar que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas como essenciais à formação de professores polivalentes (CURI, 2004, p.67).

Não pretendemos analisar a qualidade da formação realizada nos cursos Normal Superior ou na Pedagogia, mas, problematizar a respeito de como a Matemática é abordada nessas Instituições nas quais, como foi exposto por Curi (2004), a preocupação com a Metodologia do Ensino de Matemática predomina e não se percebe um aprofundamento dos conceitos e noções fundamentais de Matemática. Por tudo que foi exposto, percebe-se a importância da formação continuada para os PEM, como uma oportunidade de aprofundar alguns conceitos, teorias ou metodologias, que poderão auxiliar em sua atuação profissional.

A essa fragilidade, acrescentam-se outros fatores como as vivências desses futuros professores enquanto estudantes da educação básica, e seus sentimentos e crenças sobre a Matemática, pois antes de serem professores, os PEM, passaram muitos anos como estudantes e essa experiência, deixa muitas lembranças e algumas marcas que, mesmo sem ter plena consciências disso, podem prejudicar sua relação e até mesmo sua aprendizagem na Matemática, além de influenciar sua prática. Lembranças sobre a forma com a qual seus professores ensinavam ou a forma com que se relacionavam com eles podem ter uma grande influência nas suas crenças e na sua atuação profissional.

Thompson (1997) contribui para a compreensão sobre o que são estas crenças:

> Crenças, visões e preferências dos professores sobre a matemática e seu ensino, desconsiderando-se o fato de serem elas conscientes ou não, desempenham, ainda que sutilmente, um significativo papel na formação dos padrões característicos do comportamento docente dos professores (p.40).

Essas crenças e visões influenciam o comportamento dos futuros professores e mesmo que inconscientemente, quando estão à frente de uma turma, podem se descobrir repetindo antigas práticas, copiando posturas e reproduzindo discursos, da mesma forma como seus antigos professores faziam. Tais discursos podem reforçar visões deformadas da Matemática, que era usada como uma ferramenta de poder, um sistema perfeito, infalível e exato, mas não acessível a todos, só aos mais inteligentes, o que atualmente é questionado, principalmente pelo desenvolvimento da área da Educação Matemática, no Brasil e no mundo (NACARATO, MENGALI, PASSOS, 2011).

A visão que os PEM apresentam sobre a Matemática, acaba influenciando não só sua metodologia de trabalho, mas a perspectiva de seus alunos sobre o ensino desta disciplina. Sabemos que as crenças são atitudes peculiares de cada indivíduo, mas que quando exploradas, podem ser modificadas, portanto acreditamos que a formação continuada dos professores que ensinam Matemática nos Anos Inicias é uma alternativa para reduzir as dificuldades enfrentadas por eles, além de tornar possível que novos saberes sejam construídos e incorporados às crenças que poderão ser modificadas ao longo dessa nova perspectiva, a fim de favorecer o ensino-aprendizagem dos estudantes.

Por tudo que já foi apresentado até aqui, percebemos a relevância que os cursos de formação continuada têm na prática dos PEM. Entendemos que é imprescindível repensar o currículo dos cursos de formação inicial, mas, enquanto essas importantes alterações não são realizadas, é necessário oportunizar a esses professores, conhecimentos sobre a docência, em particular sobre os conhecimentos matemáticos, necessários à sua prática, assunto que abordaremos a seguir.

1.2. Formação continuada na docência

Receber um diploma significa estar habilitado para exercer determinada profissão, no entanto, como já abordamos anteriormente, há pouco espaço para a Matemática nos currículos dos futuros professores dos Anos Iniciais e isso faz com que os conhecimentos aprendidos, muitas vezes, não sejam suficientes para auxiliar os estudantes na aprendizagem dos conceitos matemáticos, além do fato de que as crenças desses docentes em relação a Matemática nem sempre são muito positivas, influenciando o comportamento deles, mesmo que inconscientemente.

A tudo isso, acrescenta-se o fato de que, com os constantes avanços percebidos no mundo atual, os profissionais precisam se atualizar para acompanhar as mudanças ocorridas. Essa também é uma necessidade contemporânea dos professores, como destaca Santos (2015):

> Nesse contexto, o papel do professor vem passando por diversas transformações, resultantes de mudanças nas concepções de escola e da construção do saber, que trazem, no seu bojo, como consequência, a necessidade de repensar a prática escolar cotidiana e o papel do professor (SANTOS, 2015, p. 19).

Essas transformações sobre as concepções de escola e de construção do saber exigem mudanças, por exemplo, na metodologia desenvolvida na sala de aula, o que amplia necessidade de atualização e participação em cursos de formação continuada.

Também é necessário esclarecermos o nosso entendimento sobre formação continuada. Há autores que defendem a ideia que o professor, bem como outros profissionais, ao término de sua formação inicial precisa de cursos de atualização ou formação continuada e outros, acreditam que não deveria existir diferenciação entre os termos “formação inicial” e “formação continuada”, pois a formação deve ser entendida como um processo contínuo: “a nossa ideia é a de que a formação do professor é um contínuo, ou seja, todos os professores têm a trajetória de formação profissional que começa na formação inicial e se prolonga por toda a vida” (SANTOS, 2015, p.20).

Concordamos com a concepção de Santos (2015) e, se ainda usamos o termo “formação continuada”, isso se deve ao fato de que assim são nomeados vários cursos, mas entendemos que estamos nos referindo a um processo contínuo de formação.

Também, é necessário um destaque, pois estamos nos referindo a uma formação continuada **na** docência, pois o processo formativo abordado aqui foi destinado às professoras que estão atuando na sala de aula, de onde partem as demandas e os temas que precisam ser discutidos, estudados ou aprofundados numa formação. Para que haja uma formação **na** docência, Imbernón indica que é preciso algumas mudanças, como:

> A descentralização, as mudanças organizativas nas escolas, um clima de trabalho, os processos de tomadas de decisão, as relações de poder nas instituições de ensino, uma ênfase nas necessidades reais dos professores, partindo-se delas, os projetos de formação coletiva nas escolas, etc. -, todos apresentando-se como elementos fundamentais de um modelo de formação centrado nos professores e em suas situações problemáticas contextuais. Sendo assim, a formação deve levar em conta que, mais do que atualizar um professor e ensiná-lo, cria as condições, elabora e propicia ambientes para que os docentes aprendam (IMBERNÓN, 2010, p. 96).

Assim sendo, é preciso dar voz aos professores, através da descentralização e de relações de poder menos hierárquicas e mais horizontais para que todos possam participar das tomadas de decisão, com ênfase nas necessidades dos professores, criando ambientes e condições de escuta sobre a prática desses professores, incentivando o desenvolvimento de processos reflexivos, para que esses docentes possam aprender uns com os outros.

Por tudo que foi exposto, sabemos que as mudanças passam por um processo complexo e só quem pode realizá-las de fato são os professores, mas para isso, são necessárias muitas mudanças nas formações. Imbernón (2009) sugere que os processos formativos propiciem:

> - a reflexão sobre a prática num contexto determinado;
> - a criação de redes de inovação, comunidades de prática, formativas e comunicação entre o professorado;
> - a possibilidade de uma maior autonomia na formação com intervenção direta do professorado;
> - partir dos projetos das escolas para que o professorado decida qual formação de que necessita para levar adiante o desenho, a colocação em prática e a avaliação do projeto; e
> - sobretudo, como ideia-eixo, mais do que ter a intenção de “atualizá-los”, potencializar uma formação que seja capaz de estabelecer

> espaços de reflexão e participação para que “aprendam” (mais aprendizagem do que ensino na formação) com a reflexão e a análise das situações problemáticas dos centros e que partam das necessidades democráticas (sentidas) do coletivo para estabelecer um novo processo formativo que possibilite o estudo da vida na aula e no centro, os projetos de mudança, o trabalho colaborativo como desenvolvimento fundamental da instituição educativa e do professorado (IMBERNÓN, 2009, p. 39 e 40).

Portanto, Imbernón nos lança grandes desafios, como potencializar uma formação que parta do contexto escolar, que, obviamente, é diferente em cada escola, possibilitando um espaço dialógico, onde o professor participe com autonomia, refletindo sobre suas práticas e as práticas de seus colegas, decidindo sobre sua formação e indo além do ensino, pensando na aprendizagem, num trabalho colaborativo, onde todos se apoiem para atingir seus objetivos, numa relação não-hierárquica, partilhando a liderança e a responsabilidade pelas decisões e práticas.

E é com base nesses pressupostos da formação continuada, apresentados por Imbernón (2009), que esse produto educacional foi desenvolvido, começando pela formação de um grupo colaborativo que procurou se aproximar de um grupo colaborativo, cujas características destacaremos a seguir.

Curi, Nascimento e Vece (2018) afirmam que um grupo colaborativo precisa ser constituído por participantes que tenham algo em comum, tal como: objetivos, formas de trabalho ou até mesmo relações. Além disso, apontam, com base em um grupo que trabalharam, que “um dos aspectos comum entre os componentes do grupo foi a participação voluntária das professoras” (CURI, NASCIMENTO, VECE, 2018, p. 159).

Assim, pretendeu-se constituir um grupo que se aproximasse de um grupo colaborativo para refletir sobre os desafios encontrados na aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo. De acordo com Moreira (2002), um campo conceitual envolve uma estrutura, constituída por diferentes tipos de problemas, situações variadas, conceitos, relações, estruturas, conteúdos, linguagens, símbolos e operações de pensamento, que estão conectados e, juntos, possibilitam uma compreensão maior na construção dos conceitos necessários à aprendizagem.

Vergnaud (2003) afirma que:

> A minha primeira ideia é que a Teoria de Campo Conceitual trata de desenvolvimento. É preciso conceber o processo cognitivo, não só como aquele que organiza as atividades e o seu funcionamento em situação, isto é, a conduta, a percepção, a representação e as competências, mas também o desenvolvimento das formas inteligentes de organização da atividade de certa pessoa durante a sua experiência (VERGNAUD, 2003, p. 22)

Assim, Vergnaud aponta para a complexidade da Teoria dos Campos Conceituais, que decorre do fato de que cada pessoa, a partir de suas experiências, poderá desenvolver uma forma diferente de organização de uma atividade e, por isso, a importância do compartilhamento das diferentes organizações realizadas num grupo, o que possibilitará uma compreensão maior da experiência.

Vergnaud define campo conceitual como um conjunto de situações cujo domínio requer a compreensão de vários conceitos de natureza distintas. Também afirma que o mais simples dos conceitos, pode estar presente em várias situações e, por sua vez, cada situação, por mais simples que possa parecer, envolve vários conceitos (LAUTERT, CASTRO FILHO e SANTANA, 2017).

Segundo Santos (2015) Vergnaud define conceito (C) como uma terna de conjuntos: C = (S, I, R), onde:

S é um conjunto de situação que dá sentido ao conceito;

I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações), contidos nos esquemas de ação;

R é um conjunto de representações simbólicas, como a linguagem natural, os gráficos, os diagramas ou as sentenças formais.

Logo, a formação de um conceito, passa por um processo gradual e progressivo, que requer tempo, pois envolve os três conjuntos acima, ou seja, precisa de tempo para se poder vivenciar diversas situações, que vão dando sentido ao conceito, além da realização de reflexões e levantamento de hipóteses sobre os desafios apresentados, também envolve a compreensão de vocábulos e representações próprias, como diagramas ou gráficos e um conjunto de invariantes, que são objetos, propriedades ou relações que representam as situações e os procedimentos para poder resolvê-las (VERGNAUD, 2014).

O campo conceitual multiplicativo abrange um conjunto de problemas, atividades, jogos ou situações cujo estudo, análise, linguagem e representações simbólicas necessárias a sua resolução, estão conectados e requerem a realização das operações de multiplicação ou divisão, ou ainda, de uma combinação delas, e os teoremas ou conceitos envolvidos são: razão e proporção, frações, múltiplos e divisores; análise combinatória, funções; entre outros (VERGNAUD, 2014).

Os estudantes precisam ser desafiados com diversas situações, com diferentes níveis de dificuldade para poder compreender o campo conceitual multiplicativo (VERGNAUD, 2014). Como já foi dito, esta é uma tarefa complexa, que precisa de tempo e maturação, porém só o tempo não irá propiciar aprendizagens. É necessário que os professores propiciem momentos de acolhimento e de ruptura, ou seja, que sejam oferecidas atividades que os estudantes irão conseguir resolver e outras mais complexas, pois é a partir das dúvidas que surge o desejo de aprender, porém o estudante precisa do olhar atento do professor para que as situações apresentadas não sejam tão complexas, que os paralisem.

Por tudo que foi exposto, pela complexidade do tema e pela demanda apontada pelas professoras, que surgiu necessidade deste produto educacional e a motivação para a pesquisa ao qual ele está inserido.

2. Proposta de formação continuada

Tendo em vista a demanda apontada pelas professoras durante o PNAIC, pensamos em realizar esta formação continuada, com o objetivo de continuar e aprofundar o estudo sobre o CCM, introduzido na formação citada anteriormente.

Este curso, totalizou 40h, sendo realizados 6 encontros presenciais e atividades à distância, **na** docência.

A seguir, apresento o cronograma do curso:

1º Encontro	• Acolhida das professoras e apresentação do curso. • Preenchimento do termo de consentimento livre e esclarecido (anexo 1). • Elaboração de 8 problemas envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, que costumam propor a estudantes do ciclo de alfabetização para depois, serem definidos critérios de classificação para estes problemas, indicando essa classificação ao lado de cada um. Os trabalhos deverão ser entregues identificados com as letras iniciais do nome e sobrenome do elaborador. • Serão realizadas reflexões, como: quantos problemas elaborados envolviam multiplicações? E quantos envolviam divisões? Quantos problemas eram sobre configuração retangular? Quantos eram de combinatória? Quantos eram de comparação multiplicativa? • Entrega de um questionário semiestruturado (anexo2), com perguntas sobre a formação inicial das professoras, suas vivências, concepções, dificuldades encontradas na docência e sobre suas considerações a respeito da formação do PNAIC Matemática e suas aprendizagens sobre o Campo Conceitual Multiplicativo. • Apresentação do esquema da Estrutura Multiplicativa, que será estudado neste curso (anexo3). • Tarefa: reler e escrever sobre o que entendeu da Teoria dos Campos Conceituais e a Estrutura Multiplicativa, através do caderno 4 do PNAIC: “Operações na resolução de problemas” ou de outro material a sua escolha.
2º Encontro	• Partilha das tarefas, lendo ou resumindo suas escritas sobre a Teoria dos Campos Conceituais e a Estrutura Multiplicativa. • Entrega de um material com o esquema da Estrutura Multiplicativa e com um resumo e um exemplo de cada uma das situações deste esquema, para reflexão, análise e entendimento desta classificação pelo grupo (anexo 4). • Tarefa: as professoras irão formar grupos, de acordo com o adiantamento das turmas em que atuam e elaborarão 8 problemas que deverão ser aplicados nas suas turmas para que, no próximo encontro, seja realizada uma reflexão sobre como foi esta experiência.
3º Encontro	• Relatos sobre a aplicação da tarefa nas turmas: quais estratégias utilizadas pelos estudantes, quais dificuldades encontradas por eles e como fizeram para superar estas dificuldades ou se os estudantes surpreenderam as professoras, não demonstrando muita dificuldade. • Como estão lidando com os erros cometidos pelos estudantes? Há consciência da necessidade de testar se sua resposta está certa? As diferentes estratégias de resolução dos estudantes são compartilhas com a turma? Como os estudantes identificam e corrigem seus erros?

	• Observação e exame de uma ficha para análise dos problemas e estudo de alguns problemas para realizarmos sua análise, através da ficha (anexo 5). • Reflexão sobre o trecho: "Para que o estudante compreenda realmente um campo conceitual é necessário um largo período de tempo, onde a experiência, a maturidade e a aprendizagem possam ser processadas. É necessário que seja proporcionada ao estudante um conjunto de situações e de invariantes operatórios, ou seja, teoremas e conceitos-em-ação, que dão o significado do conceito, além de um conjunto de representações simbólicas que compõem seu significante. Nesse processo, as experiências e conhecimentos prévios dos estudantes são teoremas e conceitos-em-ação que, na maioria das vezes, não são verdadeiros teoremas e conceitos científicos, mas podem evoluir para eles. As hipóteses que os estudantes trazem devem nortear o planejamento do professor, que precisa considerar suas ideias iniciais para que se tornem cada vez mais confiantes, mas o professor também precisa provocar os estudantes, promovendo situações em que possam existir as rupturas, que levarão a um avanço na sua aprendizagem. Nesse processo a atuação do professor é de suma importância, pois ele precisa ser um mediador atento para que proporcione atividades e situações cuidadosamente escolhidas, apresentadas no momento certo e dentro da zona de desenvolvimento proximal de cada estudante. Os desafios não podem ser tão grandes que os estudantes não consigam transpô-los, nem tão simples e óbvios, que não precisem pensar muito para solucioná-los, tarefa que não é nada simples e querer um olhar e uma escuta atenta do professor, além de um domínio do que está sendo estudado para poder planejar atividades adequadas. " • Reflexão sobre a importância de analisar os problemas propostos para os estudantes, para que sejam bem diversos, abrangendo o máximo de situações diferentes para chegar na compreensão do CCM. • Tarefa: escolher um dos capítulos do livro didático recebido na escola e analisar os problemas propostos, classificando-os de acordo com o esquema da Estrutura Multiplicativa apresentado, verificando se são bem diversos e abrangem todas as situações desta estrutura.
4º Encontro	• Partilha, no grande grupo, das conclusões sobre a tarefa de análise dos problemas de um dos capítulos do livro didático e se os problemas propostos abrangem todas as situações da Estrutura Multiplicativa ou se devemos complementar este estudo, propondo outros tipos de problemas, elaborados por nós. • Pesquisa sobre as definições de multiplicação encontradas nos livros didáticos e relato sobre a utilização destas definições com os estudantes, ou como propõem o estudo das multiplicações. • Resolução de problemas de descontinuidade de raciocínio dentro da Estrutura Multiplicativa, para reflexão sobre a definição de multiplicação usualmente apresentada nos livros e pelos professores, observando na necessidade de superação deste raciocínio aditivo para um raciocínio multiplicativo. Resolução da seguinte questão para ser entregue, por escrito: como você lida com as continuidades e descontinuidades de raciocínio dentro do Campo Conceitual Multiplicativo? • Apresentação de estratégias de superação do raciocínio aditivo para o multiplicativo e reflexão sobre elas, pensando em como orientar os estudantes para lidar com as descontinuidades dentro dessa estrutura, avançando em seus conceitos.

	• Tarefa: propor diversas situações problema para os estudantes e observar as suas formas de registros, se são icônicas (desenhos), pictográficas ou com o uso de cardinais.
5º Encontro	• Partilha das observações e reflexões feitas sobre as diferentes formas de registro utilizadas pelos estudantes, nos diferentes adiantamentos do ciclo de alfabetização (1°, 2° e 3° anos). • Reflexões sobre os esquemas e representações realizadas pelos estudantes como estratégias de resoluções de problemas; observação que não é necessário saber o algoritmo para realizar operações de multiplicação e divisão; análise dos “erros” como ferramenta que auxiliará na intervenção dos professores para que os estudantes avancem em seu processo de aprendizagem; reflexões sobre estratégias para que os estudantes avancem em suas formas de raciocínio e registros. • Tarefa: fazer uma avaliação sobre o que foi estudado neste curso, escrevendo se ele contribuiu para a prática docente e por que, quais as dificuldades encontradas e se elas foram superadas ou não e por que, se você considera que este estudo contribuiu para alguma mudança no planejamento de problemas propostos ao estudantes e por que, ou se contribuiu para alguma mudança na metodologia de proposição e correção de problemas proposto e por quê, além de sugestões que possam contribuir para o planejamento de um próximo curso.
6º Encontro	• Trocas de materiais concretos, jogos ou brincadeiras, utilizados no ensino-aprendizagem da multiplicação e da divisão, com oficina para o entendimento de como utilizar estes recursos com os estudantes, pensando nas possibilidades e indicações, de acordo com o adiantamento dos estudantes.

3. Considerações Finais:

O planejamento desse produto foi organizado pensando em atender algumas das demandas apontadas pelas professoras durante a formação do PNAIC e, para isso, foi constituído um grupo que apresentou várias características de um grupo colaborativo, formado por PEMs que demonstraram interesse e se voluntariaram para participar deste processo formativo.

O nosso objetivo maior foi que as reflexões e partilhas realizadas durante a formação auxiliassem na práxis das PEM, pensando também em contribuir na aprendizagem dos estudantes. Sabemos que a compreensão do CCM é uma tarefa complexa e que demanda tempo, além do conhecimento especializado dos professores, que potencializa o trabalho com esse Campo Conceitual, por isso consideramos que estudar essa temática num grupo é um caminho para alcançar nosso objetivo.

Além disso, não trabalhamos apenas com a abordagem de um conhecimento específico de Matemática, mas discutimos também as questões metodológicas envolvidas, relacionadas com a prática docente, como a análise, a compreensão, as estratégias, a aplicação e a correção de problemas do CCM, pois entendemos que essas questões podem influenciar a aprendizagem desse Campo Conceitual e isso, foi possível por esta formação se dar **na** docência, onde as professoras puderam aplicar os problemas com os estudantes, retomar as aprendizagens realizadas no curso, ressignificando-as, pois foi realizada através de encontros presenciais seguidos de atividades práticas com as turmas, que após eram relatadas no próximo encontro presencial, seguidas de reflexões, onde a prática agregava mais significado ao estudo realizado e contribuía com os planejamentos futuros. As narrativas realizadas pelas professoras a cada encontro presencial, além de garantir seu protagonismo durante a formação, contribuíam para a constituição de sua identidade profissional.

Ao término da formação realizada para essa pesquisa, observou-se que as professoras estavam oferecendo problemas mais variados a seus estudantes, abrangendo um maior número de situações dentro do CCM, mostrando, na prática, que haviam percebido a importância de propor aos estudantes diferentes situações, para que eles compreendam melhor os conceitos necessários à aprendizagem deste Campo Conceitual.

Diante do exposto, fomos levados a concluir, através das narrativas e da observação das atividades elaboradas pelas professoras ao final do curso, que o processo formativo contribuiu para a constituição da identidade docente das PEM, influenciando mudanças em sua práxis.

4. Referências:

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação.** Lei número 9.394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa:** formação de professores no pacto nacional pela alfabetização na idade certa/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2012.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes:** uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desse conhecimento. Tese de doutorado. PUC/SP. São Paulo. 2004.

CURI, E.; NASCIMENTO, J. de C. P. da; VECE, J. P. (Orgs). **Grupos colaborativos e lesson study:** contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. São Paulo: Alexa cultural, 2018.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores.** Tradução Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed, 2010.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado:** novas tendências. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2009.

LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTANA, E. R. DOS S. (Orgs.) **Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano.** Itabuna: Via Litterarum, 2017.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Revista investigações em ensino de ciências** [da] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, V7(1), pp.7-29, 2002.

MOURA, A. R. L. de. **Conhecimento matemático de professores polivalentes**. Encontro Paulista de Educação Matemática, 7, 2004, São Paulo.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas.** Curitiba: Appris, 2015.

THOMPSON, A. F. **A relação entre concepções de matemática e ensino de matemática de professores na prática pedagógica.** Zetetiké, Unicamp/Fac. Educação, CEMPEM, v.5, n.8, jul/dez.1997. p. 9-44.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Curitiba: Ed. Da UFPR, 2014.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003. cap. 3, p. 21 – 60.

Anexos:

Anexo 1:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Com assinatura desse termo, eu abaixo identificado e assinado, concordo em participar do estudo "Uma proposta de formação continuada sobre o Campo Conceitual Multiplicativo para professores que ensinam Matemática na Rede Municipal do Rio Grande". Estou ciente de que estou sendo convidado a participar voluntariamente do mesmo.

PROCEDIMENTOS: Fui informado de que o objetivo geral será analisar os reflexos de uma proposta de formação continuada sobre o conhecimento de um grupo de professores que ensinam Matemática, acerca do Campo Conceitual Multiplicativo", cujos resultados somente serão usados para fins de pesquisa. Estou ciente de que a minha participação envolverá fornecimento de dados por meio de entrevistas, imagens ou som para a pesquisa.

RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES: Fui informado sobre a ausência de riscos ou reações da participação na pesquisa.

BENEFÍCIOS: "O benefício de participar da pesquisa relaciona-se ao fato de fazer parte da constituição de um grupo colaborativo de estudos que possa identificar e analisar os conceitos, procedimentos e representações simbólicas presentes no Campo Conceitual Multiplicativo a fim de aprofundar as noções sobre o esse campo, buscando aprimorar a prática pedagógica, além de que os resultados serão incorporados ao conhecimento científico e posteriormente a situações de ensino-aprendizagem".

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA: Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento.

DESPESAS: Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras.

CONFIDENCIALIDADE: Estou ciente que a minha identidade permanecerá confidencial durante todas as etapas do estudo.

CONSENTIMENTO: Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de consentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa do estudo, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este Formulário de Consentimento Pré-Informado será assinado por mim e arquivado na instituição responsável pela pesquisa.
Nome do participante/representante legal:____
Identidade:_________________
ASSINATURA:________________________________ DATA: ____ / ____ / ______

Pesquisador responsável: Leila de Souza Mello
E-mail: profleilamello@gmail.com
DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR: Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, assinar este consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato através do meu e-mail disponibilizado acima.

ASSINATURA DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL: ______________________________

Anexo 2:

Questionário Semiestruturado:

1) Qual é a sua formação?

2) Quanto tempo você possui de docência? Qual é a sua atual carga de horário semanal?

3) Já participou das formações do PNAIC? Em caso afirmativo, especifique em qual(ais) edição(ões) participou e se foi como alfabetizador(a), orientador(a) de Estudos ou Formador(a).

4) Na sua formação, o que você estudou sobre matemática, suas metodologias e didáticas?

5) Qual é a sua concepção sobre o ensino de Matemática?

6) Que vivência matemática deve estar presente nas suas aulas?

7) Você estudou sobre processos cognitivos dos alunos para assuntos específicos da Matemática?

8) Que dificuldades você encontra no ensino de Matemática?

9) Como seria uma boa aula de Matemática?

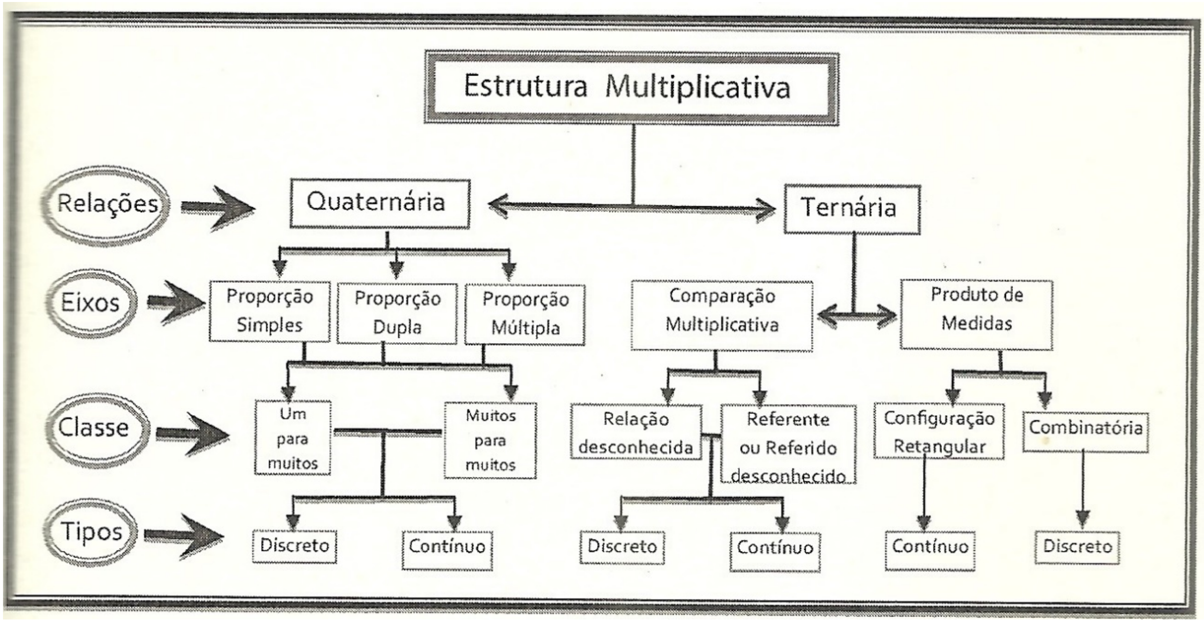
10) Você pensa que é possível colocar em prática as propostas estudadas na formação do PNAIC - Matemática? Justifique sua resposta:

11) Você utiliza atualmente na sua prática alguma das propostas que fizeram parte da formação do PNAIC -Matemática?

12) Você conhece as diferentes situações multiplicativas que devem ser abordadas na realização de situações-problema? Você considera essas situações ao planejar suas atividades? Explique sua resposta:

13) Você considera que os estudantes apresentam dificuldades na resolução de problemas da Estrutura Multiplicativa? Quais dificuldades você identifica? Quais estratégias você utiliza para auxiliar os estudantes em suas dificuldades?

Anexo 3: Estrutura Multiplicativa



Anexo 4: Texto

O Campo Conceitual Multiplicativo

O campo conceitual multiplicativo abrange um conjunto de problemas, atividades, jogos ou situações cujo estudo, análise, linguagem e representações simbólicas necessárias a sua resolução, estão conectados e requerem a realização das operações de multiplicação ou divisão, ou ainda, de uma combinação delas, e os teoremas ou conceitos envolvidos são: razão e proporção, frações, múltiplos e divisores; análise combinatória, funções; entre outros (VERGNAUD, 2014).

Os estudantes precisam ser desafiados com diversas situações, com diferentes níveis de dificuldade para poder compreender o campo conceitual multiplicativo (VERGNAUD, 2014). Como já foi dito, esta é uma tarefa complexa, que precisa de tempo e maturação, porém só o tempo não irá propiciar aprendizagens. É necessário que os professores propiciem momentos de acolhimento e de ruptura, ou seja, que sejam oferecidas atividades que os estudantes irão conseguir resolver e outras mais complexas, pois é a partir das dúvidas que surge o desejo de aprender, porém o estudante precisa do olhar atento do professor para que as situações apresentadas não sejam tão complexas, que os paralisem.

Santos (2015) ao realizar um estudo sobre o Campo Conceitual Multiplicativo (CCM) afirma que um obstáculo encontrado na aprendizagem desse Campo pelos estudantes que participaram, era o fato de que a maioria dos currículos até então não indicava que o estudo da multiplicação e da divisão começasse desde o primeiro Ano do Ensino Fundamental e os professores acabavam não proporcionando situações deste campo conceitual. Santos (2015) concluiu, após sua pesquisa que propunha o trabalho com as estruturas multiplicativas desde o primeiro Ano do Ensino Fundamental, que os professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ressignificaram sua concepção de currículo. Em suas palavras:

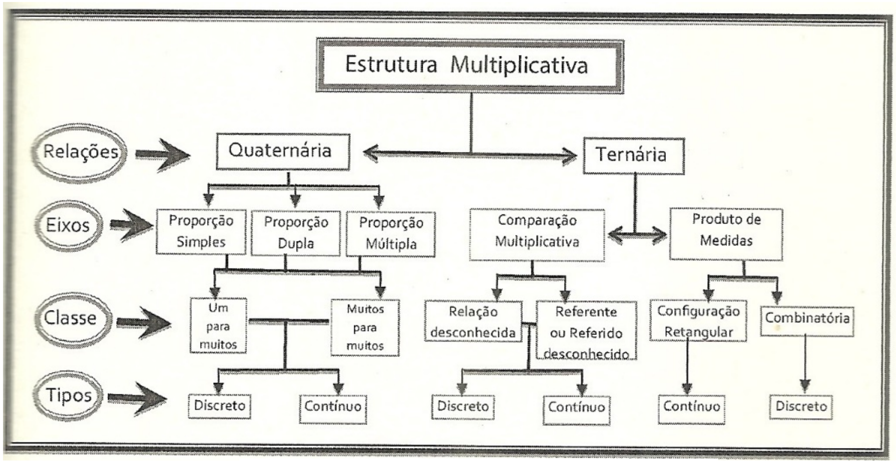
> Esse é um forte indício de que a professora 2P1 ressignificou a sua concepção de currículo. Parece-nos que aquela concepção ligada à linearidade e hierarquização das operações matemáticas (talvez herança da sua formação inicial e muitas vezes, reforçada pela própria cultura escolar) foi ampliada para outra que considera um desenvolvimento curricular bem próximo daquele defendido por Pires (SANTOS, 2015, p. 271)

Essa concepção ligada à linearidade e hierarquização das operações matemáticas ainda é presente nas salas de aula. Muitos professores ainda acreditam que não se pode propor um problema da estrutura multiplicativa, sem antes ter trabalhado muito com a estrutura aditiva, como se os conteúdos estivessem organizados em linha e não em rede.

No entanto, Vergnaud (2014) indica que é possível trabalhar situações do Campo Conceitual Multiplicativo desde o primeiro Ano do Ensino Fundamental, o que foi corroborado pela pesquisa de Santos (2015) e proposto na formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (2014), além de várias outras formações, como a realizada pelo Projeto Obeduc (Observatório da Educação), na Bahia, em Pernambuco e no Ceará, em 2015. Esta abordagem, é claro, deve levar em consideração o nível de conhecimentos dos estudantes e a possibilidade de explorar situações que os façam avançar nos seus esquemas de pensamento.

Santos (2015) indica que, para proporcionar situações variadas, com diferentes complexidades, que auxiliem os estudantes na compreensão do Campo Conceitual Multiplicativo, os professores precisam compreender mais a estrutura multiplicativa, cujo esquema está representado na figura 1.

Figura 1- Estrutura Multiplicativa



Fonte: Santos (2015, p.105)

A seguir, abordaremos a Estrutura Multiplicativa – relações, eixos, classes e tipos – porém cabe ressaltar que estes termos compõem o conhecimento do conteúdo (SANTOS 2015), ou seja, são termos a serem compreendidos pelos professores e que não precisam ser assim nomeados pelos estudantes. Essa, entre outras questões, é que diferencia o conhecimento do professor do conhecimento a ser trabalhado com os alunos.

1. A relação quaternária

Segundo Santos (2015), a relação quaternária envolve, no mínimo, 4 quantidades de 2 ou mais naturezas, que podem possuir dependência entre todas as quantidades ou possuir uma relação entre as naturezas, duas a duas. Mais adiante, abordaremos os diferentes eixos da relação quaternária, com exemplos, para que fique mais claro.

Quando falamos em **natureza** de uma quantidade estamos nos referindo as características ou qualidades que diferenciam as quantidades (SANTOS, 2015). Nos exemplos a seguir, esclareceremos melhor. Também cabe salientar que os exemplos foram elaborados pela autora, para esta pesquisa, com base nos estudos de Santos (2015) e Lautert, Castro Filho e Santana (2017).

Exemplo 1: Mateus tem 30 figurinhas e colocou em pacotes, com 5 figurinhas cada um. Ele vai dar 1 pacote para cada um de seus amigos. Quantos amigos de Mateus ganharão figurinhas?

Para resolver o problema organizamos os dados no esquema abaixo:

Figurinhas	Pacotes
30	?
5	1

Neste exemplo percebemos 4 quantidades (que são: 30, ?, 5 e 1) de 2 naturezas: figurinhas e pacotes, que estabelecem uma relação de proporção entre elas: aumentando a quantidade de figurinhas, aumentará a quantidade de pacotes, na mesma proporção.

Nas relações quaternárias, podemos classificar os problemas segundo os eixos da proporção simples, dupla e múltipla.

1.1. A proporção simples

A proporção simples traz uma relação quaternária, envolvendo 4 quantidades, de natureza distintas duas a duas (SANTOS, 2015). Um exemplo disso foi o exemplo 1, que envolvia as quantidades: 30, ?, 5 e 1. Além disso, o exemplo 1 trata da classe 1 para muitos, visto que traz a quantidade unitária (1 pacote) e fala quantas figurinhas foram colocadas neste pacote, deste modo é mais simples descobrir a quantidade de mais pacotes, aplicando o conceito de proporção. A seguir, traremos um exemplo de proporção simples da classe muitos para muitos.

Exemplo 2: num determinado supermercado havia uma promoção: na compra de 5 caixas de café ganhe 2 canecas (conforme o esquema a seguir). Se eu quiser ganhar meia dúzia de canecas, quantas caixas devo levar?

caixas	canecas
5	2
?	6

Este problema é de proporção simples, pois envolve 4 quantidades e duas naturezas: caixas e canecas e é da classe muitos para muitos, pois não tem a unidade como referência, o que, para os estudantes, é uma questão mais complexa (VERGNAUD, 2014).

1.2. A proporção dupla

A proporção dupla trata-se de uma relação quaternária que envolve mais de quatro quantidades, relacionadas duas a duas (SANTOS, 2015).

Exemplo 3: Na casa da Luísa, cada pessoa bebe 2 litros de água por dia. Sabendo que na casa dela moram 4 pessoas, quantos litros de água essa família bebe em 1 semana?

pessoas	litros	dias
1	2	1
4	?	7

Neste exemplo, estruturado acima, encontramos 6 quantidades e 3 naturezas, relacionadas duas a duas: a quantidade de litros de água aumenta se aumentarmos a quantidade de pessoas que bebem a água; se aumentamos a quantidade de dias, aumentará a quantidade de litros de água ingeridos; portanto a quantidade de pessoas está relacionada com a quantidade de litros, assim como a quantidade de dias está relacionada com a quantidade de litros de água ingeridos. No entanto não há uma relação entre a quantidade de dias e a quantidade de pessoas da casa, logo não há uma relação entre todas as quantidades envolvidas, mas existe uma relação entre elas, duas a duas. Este também foi um exemplo da classe um para muitos, pois trouxe como referência a unidade, ou seja, o que 1 pessoa toma de água por dia.

1.3. A Proporção Múltipla

A relação múltipla é uma relação quaternária que envolve mais de quatro quantidades, porém, diferentemente da proporção dupla, há uma relação entre todas as quantidades envolvidas (SANTOS, 2015).

Exemplo 4: numa receita de bolo, para cada colher de sopa de fermento devemos colocar 2 ovos e para cada ovo, devemos colocar 2 xícaras de açúcar. Se queremos fazer esta receita usando 3 colheres de sopa de fermento, quantos ovos e quantas xícaras de açúcar precisaremos usar?

fermento	ovos	açúcar
(x 3) 1	(1 x 2) = 2 (x3)	(2 x 2) = 4 (x 3)
3	(3 x2) = 6	(6 x 2)= 12
	6	12

No exemplo, esquematizado acima, encontramos 6 quantidades, como no exemplo 3, porém o que os diferencia em sua classificação é que neste último, todas as quantidades de relacionam entre si. Podemos perceber que a quantidade de fermento, ovos e açúcar são proporcionais e todas se relacionam com todas. Este também é um exemplo da classe um para muitos, pois tem como referência 1 colher de fermento, ou seja, traz a unidade como uma das quantidades que serão relacionadas.

2. A Relação Ternária

A relação ternária consiste em uma relação de três elementos entre si, como numa composição cartesiana de 2 naturezas para encontrar uma terceira (SANTOS, 2015).

Exemplo 5: numa sala de aula as classes estão dispostas em 6 filas e em 4 colunas. Quantas classes a sala possui ao todo?

Figura 2 – Sala de aula

Fonte: autora, 2019

No exemplo, há 3 elementos que estão relacionados: filas, colunas e classes. Ao realizar a composição das filas e colunas, iremos descobrir a quantidade de classes, portanto, das duas grandezas que estavam determinadas, descobriu-se uma terceira grandeza.

Nas relações ternárias, podemos classificar os problemas segundo os eixos da comparação multiplicativa e do produto de medidas.

2.1. Comparação Multiplicativa

Segundo Santos (2015) o eixo comparação multiplicativa envolve a noção de comparação entre duas quantidades de mesma natureza e exige que pensemos em termos de uma relação ternária. O autor ainda afirma que essas situações envolverão um referente, um referido e uma operação que os relaciona.

Exemplo 6: meu filho tem 20 anos e sua vó tem 4 vezes a sua idade. Quantos anos têm sua vó?

Referido

$\boxed{?}$ Relação

↑ X 4

$\boxed{\text{20 anos}}$

Referente

Este problema compara a idade de um menino com a de sua vó, através de uma relação, que neste caso é 4 vezes mais ou o quádruplo. Desta forma, as idades estão relacionadas com um invariante operatório (x 4), formando uma terna.

Estes tipos de problemas poderão trazer o referido ou referente desconhecidos, como foi o caso do exemplo acima ou poderão determinar o referido e o referente para que o estudante descubra qual é a relação que os liga, o que, segundo Vergnaud (2014), torna o grau de complexidade diferente, como no exemplo a seguir:

E**xemplo 7**: na segunda-feira gastei R$ 45,00 e na terça-feira, gastei R$ 15,00. Quantas vezes menos gastei na terça-feira.

Este último exemplo normalmente é considerado bem difícil pelos estudantes, por causa da expressão "vezes menos". Santos (2015) reflete que "essa dificuldade não reside no fato de efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação" (p.127). A complexidade de compreender que no enunciado aparece a expressão "vezes menos", mas que ela não indica uma multiplicação ou uma subtração e sim uma divisão não é tão facilmente aceita pelos estudantes e por isso, nesta ou em outras situações, ao terminar de ler eles perguntam: "é de vezes? É de menos? " e os professores precisam estar atentos para propor reflexões que os auxiliem a compreender a situação proposta, para que descubram qual esquema de pensamento precisam mobilizar para achar a solução desejada (SANTOS, 2015).

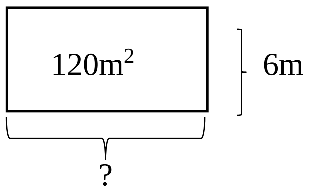
2.2. Produto de Medidas

O produto de medidas é uma relação ternária, que se diferencia da comparação multiplicativa, pois aqui, a relação que se estabelece não é de comparação, mas de combinação de duas grandezas para formar outra ou de um produto de grandezas, que comporá outra grandeza (SANTOS, 2015). Segundo o esquema da Estrutura Multiplicativa, apresentado na figura 1, o eixo produto de medidas se divide em duas classes: a configuração retangular e a combinatória.

Configuração Retangular

Santos (2015) aponta que a configuração retangular envolve situações onde pode se estabelecer uma organização retangular, como no **exemplo 5**, exposto anteriormente, onde possuíamos classes dispostas em filas e colunas numa sala e precisávamos descobrir o número total de classes desta sala. O próximo exemplo é um típico problema que traz a ideia da organização retangular, como segue.

E**xemplo 8**: a área de um terreno é $120m^2$. Medi sua largura e vi que possui 6m. Qual é o seu comprimento?



Combinatória

A combinatória é uma relação ternária que envolve a noção de produto cartesiano, ou seja, teremos a combinação de duas grandezas, gerando outra grandeza (SANTOS, 2015).

Exemplo 9: uma sorveteria oferecia 5 sabores diferentes de sorvetes e 3 tipos diferentes de cobertura. Realizando todas as combinações possíveis, quantos sorvetes diferentes poderiam ser feitos?

	Sabor 1	Sabor 2	Sabor 3	Sabor 4	Sabor 5
Cobertura 1	Sorvete“1.1”	Sorvete“1.2”	Sorvete“1.3”	Sorvete“1.4”	Sorvete“1.5”
Cobertura 2	Sorvete“2.1”	Sorvete“2.2”	Sorvete“2.3”	Sorvete“2.4”	Sorvete“2.5”
Cobertura 3	Sorvete“3.1”	Sorvete“3.2”	Sorvete“3.3”	Sorvete“3.4”	Sorvete“3.5”

Este exemplo, esquematizado acima, trata de uma relação ternária, pois envolve 3 grandezas: sabor de sorvete, tipo de cobertura e o sorvete resultante desta combinação do sabor com a cobertura. Sua resolução poderia ser apresentada de diferentes formas, no entanto preferimos este modo, por fazer referência ao produto cartesiano.

Operador escalar e operador funcional

Segundo Vergnaud (2014), **operador escalar** é o que relaciona as quantidades de mesma natureza. O autor também se refere à análise vertical. Para explicar melhor, retomaremos o exemplo 1: Mateus tem 30 figurinhas e colocou em pacotes, com 5 figurinhas cada um. Ele vai dar 1 pacote para cada um de seus amigos. Quantos amigos de Mateus ganharão figurinhas?

÷ 6

Figurinhas:	Pacotes
30	?
5	1

÷ 6

Neste exemplo, o operador escalar está representado pelas setas, que indicam a operação de foi efetuada. Note que este operador está relacionando as quantidades de mesma natureza, ou seja, figurinhas com figurinhas e pacotes com pacotes.

O **operador funcional** relaciona quantidades de naturezas distintas, Vergnaud (2014) também se refere à análise horizontal, para tratar do operador funcional. No intuito de esclarecer melhor, traremos o **exemplo 10:** Letícia comprou 0,60 m de fita. Sabendo que cada metro custa R$ 0,90, quanto Letícia gastou?

(x0,9)

metros	preço
1m	R$0,90
0,60m	?

(x0,9)

Neste exemplo, o operador funcional está representado pelas setas, que indicam a operação que foi efetuada. Note que este operador está relacionando as quantidades de natureza diferentes, ou seja, metros com preço.

Queremos destacar que “essa análise horizontal se situa em um nível nocional muito elaborado e, aliás, está na raiz das dificuldades encontradas para fazer a criança compreender a noção de função” (VERGNAUD, 2014, p. 252). Portanto situações desse tipo devem ser exploradas para que os estudantes possam mobilizar seus recursos até chegarem nesse nível de compreensão e o esquema de resolução, como foi representado acima, mostrando a seta e o operador funcional poderá auxiliar nesse processo.

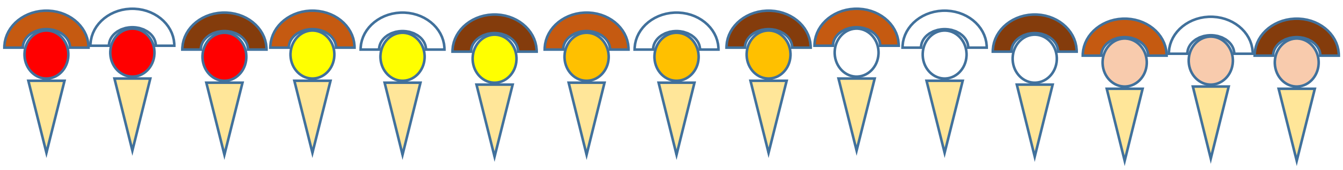
Quantidades Discretas ou Contínuas

Segundo Lautert, Castro Filho e Santana (2017), as **quantidades discretas** são passíveis de contagem (abrangem o conjunto dos números Inteiros) e geralmente se referem a alguma contagem, como número de balas, número de pacotes, etc.

Os autores também esclarecem que as **quantidades contínuas** são passíveis de mensuração, porém podem assumir valores decimais (abrangem o conjunto dos números Reais) e podem ser medidas com algum instrumento, como o peso, a altura, etc.

Mais algumas reflexões

Santos (2015), embasado em Klein (1996), escreveu que, para a construção de um conceito, é necessário que o sujeito entre em relação com outros sujeitos, pois é pela mediação do outro que o objeto de conhecimento ganha significado e sentido. Portanto, ao propor os problemas para os estudantes e discutir sobre os diferentes métodos de resolução encontrados por eles, o professor pode e deve ir compartilhando alternativas mais fáceis, elegantes ou rápidas de chegar na resposta, pois estará contribuindo no processo de aprendizagem deste campo conceitual. É dever do professor mediar a discussão sobre os diferentes recursos que os estudantes utilizaram na resolução de seus problemas, para que avancem em suas hipóteses. Assim, no exemplo 9, proposto anteriormente (uma sorveteria oferecia 5 sabores diferentes de sorvetes e 3 tipos diferentes de cobertura. Realizando todas as combinações possíveis, quantos sorvetes diferentes poderiam ser feitos?), um estudante pode apresentar a seguinte resolução:



E depois, ir contando um por um todos os sorvetes até encontrar a resposta.

Ou talvez apresentasse um esquema parecido com este abaixo:

Sorvete 1 { 3 coberturas   Sorvete 3 { 3 coberturas   Sorvete 5 { 3 coberturas

Sorvete 2 { 3 coberturas   Sorvete 4 { 3 coberturas

Após o estudante poderia dizer que com cada sabor de sorvete, irão resultar 3 combinações de sabor e cobertura e realizar a conta: 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15.

Com isso queremos dizer que, para entender e resolver uma situação, os estudantes precisam ter as competências necessárias, precisam de tempo, de reflexão, de realizar explorações, onde levantarão hipóteses, utilizando vários esquemas e representações, regras, invariantes operatórios, procurando realizar associações e inferências ou tentando prever o resultado (VERGNAUD, 2014).

Em alguns momentos, eles até poderão obter a resposta certa, como foi ilustrado nas últimas resoluções, mesmo não sendo capazes de diferenciar a ideia aditiva da ideia multiplicativa. Por isso, como o autor reforça, é preciso que se explore estas situações, para que possam avançar nos conceitos, compreendendo que a ideia da multiplicação não pode ser reduzida a relação que existe da adição de parcelas repetidas.

É necessário que comecem a utilizar os operadores escalar e funcional. Podemos começar com a noção de multiplicação associado à adição, porém esta ideia não pode ser aplicada sempre e por isso precisamos descobrir as relações, os invariantes operatórios que auxiliarão na descoberta dos resultados e, por isso, a importância da utilização dos operadores escalares e funcionais. Por exemplo, no problema: “Letícia comprou 0,60 m de fita. Sabendo que cada metro custa R$ 0,90, quanto Letícia gastou? ”

(x0,9)

metros	preço
1m	R$0,90
0,60m	?

(x0,9)

Se o estudante não supera a relação da multiplicação como uma adição de parcelas repetidas, entra em conflito ao se deparar com este problema, pois aqui, qual fator se repetiria? Mas se consegue perceber a relação que existe entre metros e preço, ou seja, quanto mais metros se compra, mais caro fica o valor a ser pago, percebe o operador funcional e conseguirá resolver. Além disso quando o estudante ainda está associando a multiplicação com uma soma de parcelas repetidas, tem a ideia de que o resultado da conta sempre será maior que os fatores e, neste exemplo, também não acontece isso pois estamos operando com numerais decimais.

Outro fator que merece atenção é que, muitas vezes, os estudantes memorizam um conteúdo ou o modo de resolver um problema, mas ainda não compreenderam seu significado e não conseguiriam aplicá-lo em outra situação semelhante (SANTOS, 2015). Por isso, quando chega uma prova, muitas vezes o estudante não sabe como fazer os problemas e os professores não entendem o que aconteceu, pois podem ter apenas trocado os números de uma situação que já havia sido resolvida corretamente. Este é o motivo pelo qual devemos propor também situações semelhantes, com outros valores e acompanhar as estratégias utilizadas e tentar perceber se realmente os estudantes compreenderam e não apenas memorizaram.

Por tudo isso, insistimos que, como existem muitas situações diferentes que precisam ser dominadas pelos estudantes, essas situações precisam ser propostas pelos professores. Porém, os professores só poderão explorar ao máximo estas situações se entendê-las e souberem diferenciá-las para poderem aplicá-las. Além disso, todo este trabalho requer tempo, reflexões, realização de situações significativas, momentos de acolhimento e de desafios que possam provocar rupturas e avanços.

Também é necessário permitir que os estudantes discutam, analisem e comparem os diferentes métodos e esquemas, com uma escuta sensível, encorajando-os a exporem suas opiniões com respeito aos seus possíveis “erros” que, na verdade, são parte importante do processo de aprendizagem, pois fornecem pistas para o professor realizar seus planejamento e intervenções.

Portanto, como já foi exposto, a aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo é bastante complexa, o que justifica uma pesquisa que se propõe a analisar os reflexos de uma proposta de formação continuada, acerca do Campo Conceitual Multiplicativo, sobre a prática de um grupo de PEM.

Anexo 5:

Ficha para Análise de Problemas:

1) Qual(is) operação(ões) proposta(s) neste problema?
   ( ) Multiplicação(ões) ( ) Divisão(ões)

2) Você considera que este problema está:
   ( ) bem elaborado e com dados suficientes.
   ( ) mal elaborado e com dados suficientes.
   ( ) bem elaborado e com dados insuficientes.
   ( ) mal elaborado e com dados insuficientes.

3) Em relação a turma ao qual ele se destina:
   ( ) está apropriado.
   ( ) está muito fácil. Não é desafiador e não auxilia no avanço da aprendizagem.
   ( ) está muito difícil e eles não conseguirão resolver.
   ( ) está difícil, mas é possível que consigam resolver, através de diferentes estratégias.
   Por quê?
   ____
   ____
   ____
   ____

4) De acordo com o esquema da Estrutura Multiplicativa, como você classificaria este problema?

   É um problema de relação ______________________________ do eixo _________________ da classe____ e tipo _________________.