

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**



**Dissertação**

**A INTEGRAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES**

**DANIELE GALVÃO MATHIAS**

**Pelotas, 2018**

**Daniele Galvão Mathias**

**A INTEGRAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira

Pelotas, 2018

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas  
Catalogação na Publicação

M431i Mathias, Daniele Galvão

A integração do geogebra no estudo de funções /  
Daniele Galvão Mathias ; André Luis Andrejew Ferreira,  
orientador. — Pelotas, 2018.

108 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação  
Acadêmico em Educação Matemática, Instituto de Física e  
Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

1 Funções. 2. Geogebra. 3. Conectivismo. I. Ferreira,  
André Luis Andrejew, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Daniele Galvão Mathias

## **A INTEGRAÇÃO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES**

Dissertação aprovada, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 22/ 08/2018

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira (Orientador)  
Doutor em Informática na Educação pelo PPGIE/UFRGS  
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Denise Nascimento Silveira  
Doutora em Educação pelo PGE/UNISINOS  
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Rejane Pergher  
Doutora em Engenharia Mecânica pela UFRGS  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UFPel)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tanise Paula Novello  
Doutora em Educação Ambiental pela Universidade Federal do Rio Grande Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências (PPGEC/FURG)

## Agradecimentos

A vida é feita de ciclos e chegou o momento de encerrar mais um, porém para que este pudesse se realizar recebi o auxílio de algumas pessoas. Portanto deixo à elas meus agradecimentos;

Ao meu orientador Professor André Luis Andrejew Ferreira, por toda a paciência e apoio ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

Às Professoras Denise, Rejane e Tanise pelas contribuições nas bancas de qualificação e defesa, propiciando o aprimoramento do trabalho.

Aos Professores do curso de Mestrado, que colaboraram para minha formação.

Aos colegas de mestrado por toda parceria desenvolvida ao longo desses dois anos, pelos momentos de desopilar no mercado central, pela companhia nas viagens aos eventos, por todas as vivências compartilhadas.

A CAPES pois “ O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES)- Código de Financiamento 001”

A minha amiga Daiane Leal pelo incentivo desde o anteprojeto para a seleção, pelas dicas para a qualificação, por todo apoio despendido ao longo desse processo.

A minha amiga Viviane Medeiros pela parceria em eventos, pela paciência com meus desabafos com os percalços que ocorreram no caminho.

Aos alunos do curso de licenciatura em Matemática, por participarem da pesquisa, pela dedicação para realização do trabalho.

Aos meus familiares por todo apoio ao longo de minha jornada até aqui.

A minha cunhada e amiga Emily Maciel por todo apoio e suporte para a conclusão do trabalho.

Ao meu marido Pablo Maciel por me auxiliar e não medir esforços para que essa etapa pudesse se concluir, por apoiar minhas escolhas transformando meus objetivos em nossas metas.

Por fim a minha filha Marcelle por ser a minha maior fonte de incentivo, por me acompanhar muitas vezes em aulas, eventos, finais de semanas de estudos, por entender minhas ausências e florir meu mundo.

## **R e s u m o**

MATHIAS, Daniele Galvão. **A Integração do GeoGebra no Estudo de Funções**. 2018. 108 f Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

A presente pesquisa buscou compreender o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra ao estudo de funções: afim, quadrática exponencial e logarítmica. Os sujeitos de pesquisa foram alunos do nono semestre do curso de Licenciatura em Matemática, a pesquisa se desenvolveu em meio a uma disciplina obrigatória que aborda a utilização de tecnologias no ensino de matemática. Dividida em duas etapas inicialmente os discentes trabalharam no laboratório de informática onde foram exploradas cada uma das funções no software, na segunda fase os mesmos criaram atividade com o conteúdo abordado no estudo. Para a produção de registros foram utilizados questionários e testes com questões que foram aplicados ao longo de cada atividade para poder acompanhar o desenvolvimento do aluno e registros diários da pesquisadora. Para teorização do trabalho foram trazidos autores que versam sobre o uso de tecnologias como Kenski (2010), Moran (2000), Prensky (2010), no campo da educação matemática Borba (2016) e como teoria de aprendizagem o conectivismo de Siemens (2004). Os dados foram analisados segundo a teoria fundamentada de Recuero (2013). Como ponto favorável de utilizar GeoGebra no estudo de funções foi constatada a visualização gráfica, os cálculos os discentes preferiram realizar de maneira tradicional (lápis e papel), nas atividades elaboradas pelos discentes na segunda fase só utilizariam o software para plotar gráfico. Apesar dos alunos que participaram da pesquisa terem nascido a partir de 1990, serem considerados nativos digitais não tiveram acesso as tecnologias digitais em meio ao ambiente educacional como eles mesmos relataram durante a pesquisa esse ainda será um desafio.

**Palavras-chave:** funções; GeoGebra; conectivismo.

## **A b s t r a c t**

MATHIAS, Daniele Galvão. **The Integration of GeoGebra in the Function Study**. 2018. 108 f. Dissertation (Master in Mathematics Education) - Post-Graduation Program in Mathematics Education, Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2018.

The following research sought to understand the pedagogical potential of incorporating the GeoGebra with the study of functions: linear, exponential and logarithm quadratic functions. The subjects of the research were students from the ninth semester of the Teaching Course in Mathematics, and the research was developed in a mandatory discipline that addresses the usage of technology in teaching mathematics. Divided into two steps, initially the students worked in a computer lab where each of the functions were approached, in the software. In the second step, the same subjects created an activity with the contents discussed in the study. For the production of records were used questionnaires and tests with questions that were applied throughout each activity to be able to follow the development of the student and daily records of the researcher. For the theorization of the work, authors have been brought in to discuss the use of technologies such as Kenski (2010), Moran (2000), Prensky (2010), mathematics education Borba (2016) and Siemens (2004) learning theory. The data were analyzed according to the Recuero (2013). The graphic visualization was verified as a favorable point of using GeoGebra in the study of functions. When it came to calculations, students preferred to operate in the traditional manner (pencil and paper). In the second phase activities, they would only use the software to plot the graphic. Although the students in the research were born counting from 1990, being considered digital natives, they didn't have access to digital technologies in the educational environment; as reported during the research, this will still be a challenge.

Keywords: Functions; GeoGebra; Connectivism

## Sumário

Introdução .....	08
1. Considerações iniciais.....	10
1.1 Trajetória da pesquisadora.....	10
1.2 Apresentação da temática de pesquisa .....	13
2 Percurso Teórico .....	17
2.1 Panorama das pesquisas brasileiras.....	17
2.2 O conteúdo de funções .....	21
2.3 Tecnologias digitais e a Educação Matemática .....	24
2.4 Conectivismo.....	27
3 Caminhos metodológicos .....	30
3.1 Tipo de pesquisa .....	30
3.2 Locus e colaboradores da pesquisa.....	30
3.3 Atividades desenvolvidas na produção de registros.....	31
4 Descrição e análise dos resultados.....	40
4.1 Atividades desenvolvidas na primeira fase da pesquisa .....	40
4.2 Atividades desenvolvidas na segunda fase da pesquisa .....	45
5 Considerações finais .....	50
Referências .....	52
Anexos .....	56
Apêndices .....	68

## Introdução

O presente trabalho foi elaborado como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEMAT da Universidade Federal de Pelotas, na linha de pesquisa de Tecnologia e Educação Matemática.

A pesquisa visou avaliar o potencial de uma proposta pedagógica com o conteúdo de funções utilizando como ferramenta o Software GeoGebra. A mesma foi desenvolvida em uma turma do nono semestre de um curso de licenciatura em Matemática.

Para teorização do trabalho foram trazidos autores que versam sobre o uso de tecnologias como Kenski (2010), Moran (2000), Prensky (2010), no campo da educação matemática Borba (2016) e como teoria de aprendizagem o conectivismo de Siemens (2004), além dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) também foram trazidos outros autores que em algum momento colaboraram na discussão.

Como justificativa para a problemática de pesquisa tem-se o respaldo do crescimento da informática, onde a tecnologia está presente em todos os setores da sociedade, porém seu uso pedagógico ainda é restrito. Kenski (2010) destaca que é desafiador para alguns professores inserir tecnologias às aulas, o primeiro passo para esta integração é o docente considerar a tecnologia como uma ferramenta de auxílio ao seu trabalho.

O conteúdo de funções é a base para os cálculos no curso de licenciatura em Matemática, na escola básica segundo os PCNS a maior parte da ementa do primeiro ano do ensino médio, dificuldades com esse conteúdo existem em ambos os níveis. O estudo de funções deve proporcionar aos estudantes a compreensão de alguns fenômenos como destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)

“o conteúdo de função desempenha papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a física, geografia ou economia” (BRASIL, 2000, p. 43-44).”

A primeira inquietação que originou o estudo, foi o alto índice de procura de aulas de reforço para o conteúdo de funções, onde aos poucos a pesquisadora pode perceber que uma das dificuldades mais frequentes dos alunos era relacionar a parte algébrica com o gráfico. Borba e Penteado (2013) abordam que trabalhar o conteúdo de funções no ambiente computacional facilita relacionar tabelas com gráficos e a parte algébrica.

Os sujeitos de pesquisa são todos nascidos a partir de 1990, portanto considerados nativos digitais, tem domínio das tecnologias porém não como ferramenta pedagógica.

A proposta pedagógica desenvolvida se dividiu em duas etapas, sendo uma presencial e a outra a distância. Foram abordados os conteúdos de funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica, utilizando como ferramenta para resolução das questões o software GeoGebra.

Para facilitar a comunicação foi criado grupo fechado no Facebook, o suporte aos alunos na fase a distância ocorreu por meio de conversas, individuais e/ou em grupos no Messenger, além do e-mail.

A dissertação está estruturada em cinco capítulos a seguir serão explanados:

Capítulo 1: Considerações iniciais é apresentado a trajetória da pesquisadora, a temática de pesquisa bem como os objetivos gerais e específicos que balizaram o trabalho.

Capítulo 2 : Percurso teórico inicialmente é trazido o estado da arte com um panorama das pesquisas realizadas nos últimos cinco anos, após é explanado o conteúdo de funções em que é abordada a possibilidade de estudar no ambiente computacional. São trazidas ainda as tecnologias digitais e a educação matemática e pôr fim a teoria do conectivismo.

Capítulo 3: Caminhos metodológicos neste é realizada a caracterização da pesquisa, são apresentados o lócus e os sujeitos bem como os instrumentos de coleta de dados, além da descrição das atividades desenvolvidas

Capítulo 4: Descrição e análise primeiramente é exposta a teoria fundamentada que foi utilizada para a análise dos registros produzidos pelos sujeitos, são trazidas cronologicamente as atividades desenvolvidas evidenciando suas similaridades.

Capítulo 5: Considerações finais são retomados a questão de pesquisa e objetivo geral, são destacadas as conclusões resultantes da pesquisa.

## 1 Considerações iniciais

Para contextualizar a pesquisa e justificar a escolha por esta abordagem de trabalhar o conteúdo de funções no ambiente computacional por meio do software GeoGebra, é trazido inicialmente a trajetória da pesquisadora, onde são colocadas as vivências que levaram a tal estudo, apresenta-se a temática da pesquisa e por fim o objetivo geral.

### 1.1 A trajetória da pesquisadora

Nascida em 1988 lembro-me de nos anos 90 minha infância foi entre bonecas, livros um quadro e giz, as bonecas tornavam-se alunas da minha sala de aula, em uma brincadeira que eu não imaginava estar exercendo a docência.

Na adolescência eu imaginava que seria tudo menos professora sempre falava isso, afinal já havia brincado tanto de dar aula que não imaginava que seria minha profissão, apesar das colegas falarem que justamente o que eu negava teria indícios de ser a minha futura profissão, pois nos trabalhos em grupo sempre adorava fazer apresentações, quando professor convidava algum voluntário para ir ao quadro sempre estava lá disponível.

O primeiro e segundo grau foram cursados em escola pública, hoje chamados de ensino fundamental e médio, para cursar o segundo grau foi preciso mudar de escola, pois na época eu tinha duas opções, a transferência ou curso do Magistério, logo optei em mudança pois não pensava em cursar licenciatura nada relacionado à sala de aula. Então essa etapa foi concluída e agora fazer ou não vestibular eis a questão, então veio o primeiro emprego, horas sentadas em frete a um caixa aos sábados domingos e feriados, horários nada flexíveis. Então optei pela segunda opção, prestar vestibular, e um novo dilema, mas pra que curso? Qual carreira seguir? Então como existia afinidade com a Matemática assim me decidi.

Em 2008, começo a Licenciatura em Matemática pela UFPEL, o início do curso foi marcado por desistência e reprovação nas disciplinas de cálculo. Porém na disciplina de Laboratório de Educação Matemática I, realizamos uma intervenção em sala de aula o que me despertou um interesse pela docência. Apesar de ter sido apenas uma atividade, aqueles momentos me despertaram um interesse maior pelo curso. Em 2009, deixei o curso em segundo plano para viver minha maior realização, a maternidade. Após

um ano de dedicação exclusiva, retornei em 2011 com a reopção para o curso de Licenciatura em Matemática noturno.

Em setembro de 2012, participei da seleção de bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), este tem por objetivo antecipar o vínculo entre o futuro professor e as salas de aula da rede pública. Fazendo assim uma articulação entre a educação superior, a escola e os sistemas estaduais e municipais. Promovendo ao licenciando o primeiro contato com a realidade escolar e ao professor da rede uma formação continuada por meio desta troca de experiências.

A partir dessa seleção ingressei e permaneci até a formatura em 2015, sem dúvida a motivação pra continuar no curso foi por meio dessa experiência junto às disciplinas voltadas ao Ensino da Matemática como Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), Trabalho de Campo (TC) e Instrumentação I e II, pois estas me mostravam que existia uma Matemática a qual me encantava, nesse contexto é como aborda D'Ambrósio, trazer a realidade para a sala de aula faz com que o aluno tenha uma nova percepção da Matemática e assim ocorreu esses foram os primeiros passos em direção a Educação Matemática.

Durante a graduação tive duas disciplinas Tecnologias Avançadas no Ensino de Matemática (TAEM) e Programação em Software Matemático (PSM), que abordavam tecnologias no ensino de matemática, porém foi a partir das vivências no PIBID que me interessei por esse campo de pesquisa. Tardif quando relata os saberes docentes, traz reflexões sobre o ser professor, estas experiências no PIBID que proporcionaram a prática de tal reflexões.

Essas vivências ocorreram em duas escolas públicas de Pelotas, em ambas foram aplicados formulários padrão para o diagnóstico da realidade escolar, nesse a semelhança entre as escolas foi o repúdio que os alunos têm da matemática, pois essa disciplina é vista ainda como uma ciência para poucos. Com a abertura desse espaço proporcionado pelos professores, foi possível a aplicação de oficinas com alunos de em diferentes graus de ensino, essas foram elaboradas conforme a demanda de conteúdos que os professores solicitavam.

Em meio às oficinas se buscou trabalhar a realidade do aluno, bem como mostrar aos professores diferentes abordagens do conteúdo, foi possível utilizar softwares que temos disponíveis gratuitamente na internet, para trabalhar os conteúdos da escola básica. Neste momento foi possível literalmente colocar a teoria em prática, utilizar a tecnologia como ferramenta de ensino como trazidos por Kenski, utilizar softwares, nos

cálculos matemáticos como Borba sugere. Como consequência dessas abordagens parte dessas oficinas posteriormente viraram trabalhos publicados em eventos regionais e internacionais, o que mostra a relevância do tema para esse campo.

Paralelo ao PIBID tive a oportunidade de participar no período de 2012 a 2013 do Programa Mais Educação, “criado pelo MEC consiste no desenvolvimento de atividades de educação integral que expandem o tempo diário de escola para o mínimo de sete horas e que também ampliam as oportunidades educativas dos estudantes”. Neste realizava oficinas com os alunos para o reforço de Matemática. Com a variação das turmas atendidas de 6º a 9º ano, as oficinas eram aplicadas simultaneamente nos 6º e 7º anos, bem como, 8º e 9º, assim a maneira mais prática que encontrei para trabalhar foram com os objetos virtuais de aprendizagem (OVA), em que era possível explorar os conteúdos de diferentes formas concomitantemente, claro que nem todas as aulas foram realizadas no laboratório de informática, mas sempre que viável lá eram realizadas, pois os alunos tinham familiaridade com as tecnologias, mas não com o ambiente educacional.

A partir dessas vivências com a utilização de tecnologias digitais no ensino da Matemática, descritas anteriormente, surgiu o interesse de realizar pesquisas acerca do uso de tecnologias na Educação. Em março de 2016 iniciei o curso de Especialização de Ciências e Tecnologias na Educação, pelo Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, Campus Visconde da Graça, em que as aulas foram ministradas no município de Arroio Grande, semanalmente aos sábados, durante essa experiência foi possível ter contato com diferentes Softwares, e contato com a plataforma Moodle, além da realização de leituras acerca de teorias de aprendizagem dentre outros temas pertinentes à educação. Atualmente estou finalizando a especialização, aguardando a defesa da monografia.

Em agosto de 2016 realizei a seleção para o Mestrado em Educação Matemática, pois neste vejo a oportunidade de prosseguir nos estudos acerca de utilizar tecnologias como ferramentas que podem vir a colaborar com os processos de ensino e aprendizagem. A pesquisa inicialmente seria realizada em uma das escolas que tive a oportunidade de participar do “Programa Mais Educação”, porém em função da greve ocorrida no estado, precisou ocorrer a troca de lócus e sujeitos, proporcionando um aprendizado diferente trabalhar na formação de professores, após o primeiro semestre cursado, chegou o momento do primeiro desafio, a escrita como pesquisadora, aqui foi relatada a breve trajetória que motivou a me aventurar por essa carreira que é um eterno processo de aprender.

## 1.2. Apresentação da temática de pesquisa

Com a informatização da sociedade, o campo educacional está passando por mudanças, pesquisas como a de Bairral (2013) atualmente estão sendo realizadas investigando meios de utilizar essas ferramentas tecnológicas nos processos de ensino e aprendizagem.

Denominações como “Homo Zapiens”, “Nativos Digitais”, “Cibercultura”, dentre outras, são estudadas por diferentes autores, nesse contexto todos abordam como o avanço tecnológico tem interferência na vida em sociedade, assim como alguns trabalham com a questão de ensinar na atualidade os desafios que os docentes enfrentam. Kenski (2010), Moran (2000) e Prensky (2010) são alguns dos autores que abordam a utilização das tecnologias no processo de ensinar e aprender.

As escolas atualmente são cobradas de realizar a integração de tecnologias digitais de maneira eficaz, porém nem todas contam com espaço físico adaptados para esta mudança, além de muitos professores ainda não terem conhecimentos práticos para utilizarem novos recursos didáticos.

Com toda estas mudanças a escola deixa de ser a única transmissora de conhecimento, com a internet facilmente o aluno tem acesso a qualquer informação, trazendo a reflexão até que ponto o quadro negro forma um aluno que atende as exigências no mundo contemporâneo.

A utilização de mídias na educação é uma discussão que já vem ocorrendo há algum tempo, Machado e Sá Filho (2009) afirmam que a tecnologia por si só não é capaz de criar conhecimento no aluno, servindo apenas como ferramenta que amplia as condições do aprendiz de descobrir e desenvolver suas potencialidades.

Moran (2000) destaca que “não são as tecnologias que irão resolver todos os problemas da educação, na verdade, elas devem servir de novas ferramentas que renovam o processo de ensinar e aprender, com base num modelo de gestão que prioriza a construção do conhecimento”.

Na Educação Matemática questões relacionadas ao aprendizado da Matemática, bem com novos métodos de ensino, vem sendo tema frequente de pesquisas. Dentre as linhas de estudos está a de tecnologias, onde são

explorados meios de integrar estes elementos ao ensino. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2016) abordam a evolução de tecnologias digitais em Educação Matemática por meio de quatro fases.

A primeira fase inicia nos anos de 1980, com a utilização de calculadoras simples e científicas, em 1985 é criado o software LOGO. A segunda fase na metade dos anos 90 se destaca a acessibilidade e popularização de computadores pessoais, nesse contexto o MEC lança o PROINFO, buscando a implementação de informática na escola, os professores iniciam cursos de formação continuada.

Em relação aos Softwares matemáticos nessa fase são destacados os softwares voltados à representação de Funções como Winplot, o Fun e o Graphmathica e de Geometria Dinâmica (GD) como Cabri Géomètre e o Geometricks. “As atividades que propõem a construção de objetos com o uso de software de GD buscam construir cenários que possibilitem a investigação matemática” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2016, p.23).

A terceira inicia por volta de 1999 com o advento da internet, nesse momento ocorre o destacam-se os cursos online, professores se motivaram a participar devido a sua flexibilidade de tempo e espaço. A quarta fase em meados de 2004 com a internet rápida, nesta apresentam-se o uso de applets a produção e compartilhamento online de vídeos, a telepresença, ocorrendo assim maior interatividade.

A partir das fases citadas evidencia-se que as tecnologias estão em constante processo de evolução, e aos poucos a escola vai tendo que se adaptar a essas novas realidades.

Buscando encontrar meios de utilizar tecnologias digitais no ensino de matemática, foi desenvolvida uma pesquisa visando trabalhar o conteúdo de funções por meio do software GeoGebra. A seguir a interface do software conforme a figura 1.

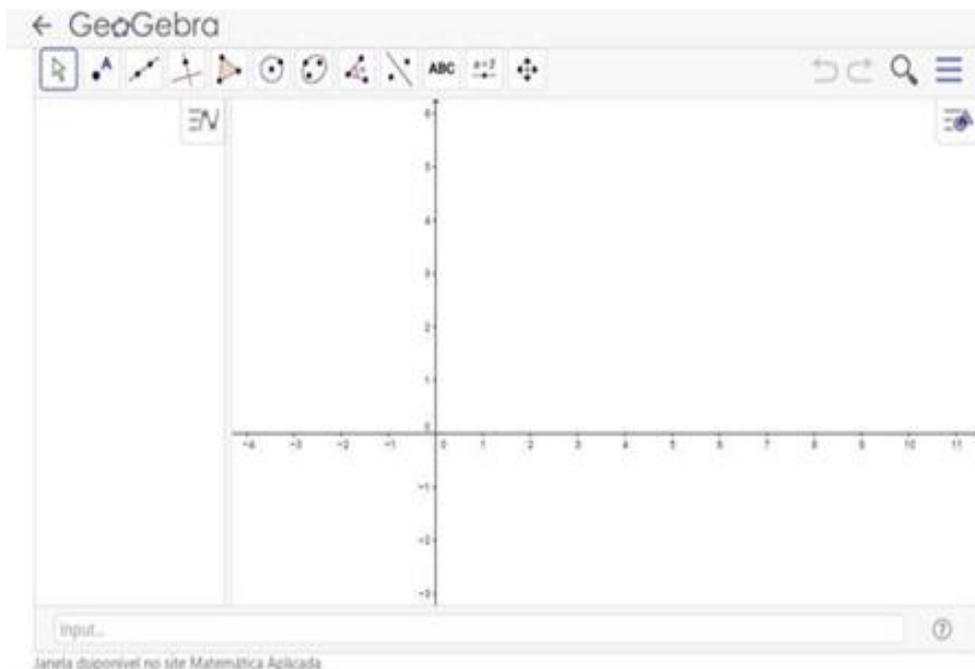


Figura 1: Interface do GeoGebra Fonte: geogebra.org

O GeoGebra é um software livre de geometria dinâmica, possibilita a abordagem de diferentes conteúdos da matemática, a partir do endereço [geogebra.org](http://geogebra.org). Com ele é possível, além do download gratuito, ter acesso à versão para smartphones e sua utilização online. O software é de fácil instalação, entendimento, manuseio não exige conhecimentos prévios de programação, é possível a impressão de suas telas, possui interface amigável.

Na internet existem muitas opções de cursos online gratuitos que ensinam a manusear a ferramenta, vídeos no *youtube*, além de exemplos de atividades com resolução como as disponíveis na página do Instituto Federal de Farroupilha.

A escolha pelo conteúdo de funções foi a partir das aulas particulares, já ministradas desse conteúdo, onde foi possível perceber as dificuldades em torno do mesmo, bem como vivências durante o PIBID e Mais Educação. Em alguns exercícios nessas aulas quando é solicitada resolução algébrica e gráficos é utilizada a ferramenta GeoGebra, pois facilita a visualização das transformações que ocorrem com mudanças de parâmetros. A partir dessas experiências que ocorreram a motivação por investigar a integração da ferramenta GeoGebra ao estudo de funções.

A pesquisa será balizada a partir do seguinte questionamento: **Qual o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra ao estudo de funções?**

Tendo como objetivo geral de estudo: **Compreender o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra no estudo de funções.**

## **2 Percurso teórico**

Neste capítulo é trazido a fundamentação da pesquisa, inicialmente é explanado o panorama das pesquisas desenvolvidas nos últimos cinco anos, a partir das bases de dados de Teses e Dissertações CAPES e Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia. Recortes dessa seção com algumas modificações foram apresentado com o título: O Uso do Software GeoGebra no Ensino de Funções. In: VII Congresso Internacional de Educação 2017. Na segunda seção é trazido o conteúdo de funções onde é abordada a possibilidade de trabalhar este no ambiente computacional.

Como a pesquisa buscou integrar o uso do software GeoGebra no estudo de funções, são abordados na seção 2.3 tecnologias digitais e a educação matemática onde é explanada a realidade encontrada hoje em sala de aula.

### **2.1. Panorama das Pesquisas Brasileiras**

A partir do tema de pesquisa: O uso do software GeoGebra no estudo de funções, foi realizada uma busca temática, pela qual se pode obter um panorama das produções científicas (teses e dissertações) desenvolvidas nos últimos cinco anos. Os bancos de dados utilizados nessa consulta foram: o Banco de Teses & Dissertações da CAPES, onde se obteve quatro dissertações; o no Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICIT) em que foram encontradas cinco dissertações. Os termos utilizados para a busca foram: GeoGebra, “GeoGebra Funções” e “Ensino de Funções”.

Para o descritor “GeoGebra Funções”, inicialmente foram encontrados 8 registros, aplicando o filtro área de concentração para ensino de matemática resultaram 4 trabalhos. Estes foram lidos os resumos e apenas um intitulado A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o GeoGebra se aproxima da questão de pesquisa os três de mais trabalhos o foco era função trigonométrica.

Utilizando o termo GeoGebra foram encontrados 548 registros, utilizando o filtro área de concentração para Educação Matemática foram encontrados 40 registros e aplicando um novo filtro para nome do programa Educação Matemática restaram 32 trabalhos, após ser analisado título e resumo do trabalho, nenhum foi utilizado por não se aproximarem da questão de pesquisa.

Pesquisando “Ensino de Funções”, foram encontrados 109 registros, utilizando o filtro área de concentração para Educação Matemática, foram localizados 5 registros, porém nenhum semelhante à questão pesquisada então o filtro área de concentração foi alterado para Ensino de Matemática foram encontrados 22 registros desses três se aproximam da pesquisa, sendo eles: Projeto Canhão: o ensino de funções quadráticas com o auxílio do software GeoGebra, O uso de Ferramentas Tecnológicas para o Ensino de Funções e a Utilização do software GeoGebra como Ferramenta para o Ensino de Funções.

No IBICIT para o termo de busca “GeoGebra” foram encontrados 276 registros, optando pela busca Matemática- Estudo e Ensino restaram 22 destes 3 se aproximam da pesquisa: Aplicação do Software GeoGebra no Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas, Usando o GeoGebra para Explorar Funções Exponenciais e Logarítmicas: Uma Proposta de Aplicações Calculo no Ensino Médio uma Abordagem Possível e Necessária com o Auxílio do Software GeoGebra.

Pesquisando por “GeoGebra Funções” foram encontrados 61 registros optando pela busca Matemática- Estudo e Ensino restaram 7 destes 2 se aproximam da pesquisa: Utilização do Software GeoGebra no Ensino de Funções Elementares, O Estudo de Funções e sua Relação com o Cotidiano.

No quadro a seguir estão descritas as dissertações que resultaram na busca nos bancos de teses e dissertações, nenhuma tese foi encontrada por meio da pesquisa.

Titulo	Autor	Programa Área	Instituição	Orientador	Ano
A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o GeoGebra	José Vilani de Farias	Matemática em Rede Nacional/ Ensino de Matemática	Universidade Federal Rural do Semi-Árido	Odacir Almeida Neves	2013
Estudo de Funções Quadráticas e sua Relação com o Cotidiano	Clésio Ricardo de Brito	Matemática em Rede/ Educação Matemática	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Adriano Thiago Lopes Bernardino	2013
Calculo no Ensino Médio uma Abordagem	Jaqueline Molon	Matemática em Rede/ PROFMAT	Universidade Federal de Santa Maria	Edson Sidnei Figueiredo	2013

Possível e Necessária com o Auxílio do Software GeoGebra.					
A utilização do Software GeoGebra para o Ensino de Funções	Cicero Erivaldo Oliveira Lima	Matemática em Rede Nacional	Universidade Federal do Ceará	Jose Othon Dantas Lopes	2013
Aplicação do Software GeoGebra no Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas	Ednilson Carlos Zandonadi	Matemática em Rede/ PROFMAT	Universidade Estadual de Londrina	Michele de Oliveira Alves	2013
Usando o GeoGebra para Explorar Funções Exponenciais e Logarítmicas: Uma Proposta de Aplicações	Luis Fernando da Silva	Matemática em Rede/ PROFMAT	Universidade Estadual de Londrina	Sandra Malta Barbosa	2013
O uso de Ferramentas Tecnológicas para o Ensino de Funções	Kurth Correa Waldhelm	Matemática em Rede Nacional/ Ensino de Matemática	Universidade Federal Fluminense	Mario Olivero Marques	2014
Utilização do Software GeoGebra no Ensino de Funções Elementares	Aroldo de Paula Moreira	PROFMAT	Universidade Federal de Juiz de Fora	Olímpio Hiroshi Miyagaki	2014
Projeto Canhão: o ensino de funções quadráticas com o auxílio do software GeoGebra	Cesar Augusto Cance	Matemática em Rede Nacional/ Ensino de Matemática	Universidade Federal de São Carlos	Grazielle Felicianni Barbosa	2015

Tabela 1: Panorama das Produções produção da autora

As produções encontradas na tabela tiveram seus resumos, metodologia e aporte teórico analisados bem como os resultados de tais abordagens. De maneira geral as pesquisas utilizaram o Software GeoGebra como uma ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, a seguir as pesquisas serão brevemente descritas.

Moreira (2014) na sua dissertação utilizou o Software GeoGebra no Ensino de Funções Elementares, propondo atividades aos alunos, destacando as funcionalidades do programa. Ao longo do trabalho é descrita as atividades amparadas no PCN e em meio à conclusão ainda é destacado que o software propicia benefícios, mas é preciso uma formação para que os docentes o utilizem.

Brito (2013) em sua pesquisa de mestrado, Estudo de Funções Quadráticas e sua Relação com o Cotidiano, realizou o uso da Etnomatemática, contextualizando os problemas referentes ao conteúdo de funções quadráticas, ao mesmo tempo o manuseio do software GeoGebra objetivando uma melhor visualização do comportamento gráfico das funções.

Na dissertação de Farias (2013) são desenvolvidos jogos que trabalham funções, estas foram propostas de intervenções em sala de aula criadas a partir do objetivo geral da pesquisa, identificar as dificuldades que os alunos têm no ensino de funções. As atividades abordaram os conteúdos das funções quadráticas, afim e exponencial, neste o autor concluiu que a utilização do software contribui nos processos de ensino e aprendizagem, uma vez que estas atividades propiciaram maior interatividade do aluno com o conteúdo.

Cance (2015) em Projeto Canhão: O ensino de funções quadráticas com o auxílio do software GeoGebra, teve por objetivo apresentar uma sequência didática que possui como característica principal o ensino das funções quadráticas, o trabalho foi estruturado em quatro fases e na terceira o autor utiliza o GeoGebra para a criação de gráficos e conclui que os alunos tiveram um entendimento melhor do conteúdo, a partir de sua relação com o cotidiano, os alunos que participaram do projeto no ano seguinte realizaram uma prova aberta do estado e duas questões de funções em meio a prova os alunos tiveram acerto acima da média.

Nas dissertações de Zandonadi (2013) Aplicação do Software GeoGebra no Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas, e de Silva (2013) Usando o GeoGebra para Explorar Funções Exponenciais e Logarítmicas: Uma Proposta de Aplicações utilizam software para trabalhar as funções exponenciais e logarítmicas ambas as pesquisas concluíram que o conteúdo trabalhado no software auxilia na aprendizagem dos conceitos, uma vez que os alunos já

possuem familiaridade com tecnologias digitais o que facilitou a interação dos mesmos com o software.

Molon (2013) em sua produção, *Cálculo no Ensino Médio uma Abordagem Possível e Necessária com o Auxílio do Software GeoGebra*, teve como objetivo verificar a possibilidade de inserção no Ensino Médio de ideias intuitivas de cálculo Diferencial e Integral, para isto utilizou o software GeoGebra como ferramenta de apoio as atividades desenvolvidas no estudo de funções quadráticas e concluiu que é possível por meio das atividades realizadas no software desenvolver a ideia intuitiva de cálculo no primeiro ano do ensino médio.

Na dissertação de Waldhelm (2014) desenvolveu o conteúdo de funções em oficinas, nessas se utilizaram de ferramentas tecnológicas, tais como o GeoGebra, as planilhas de cálculo, e calculadoras científicas.

Na dissertação, *A Utilização do Software GeoGebra para o Ensino de Funções*, Lima (2013) buscou investigar a utilização do GeoGebra para o ensino de funções, explorando-o para apresentar seu histórico estrutural, possíveis aplicações das ferramentas e exemplos de como trabalhar o conteúdo.

A partir do desenvolvimento do panorama foi possível mapear as obras que permeavam as diferentes pesquisas, estas contribuíram para a sustentação teórica do trabalho. Os autores Borba e Kenski foram os mais citados, Borba por trazer a discussão do uso de tecnologias no campo da educação matemática, Kenski por abordar a tecnologia como uma ferramenta para auxiliar o professor no processo de ensinar e aprender. D'Ambrósio, Fiorentini e Dante também foram fonte nas pesquisas, além dos PCNs.

A partir da análise dos resultados da pesquisa evidencia-se a necessidade de contextualizar o conteúdo de funções, possibilitando ao aluno trazer sua realidade para sala de aula e na utilização do ambiente virtual, estudar conceitos matemáticos. Partindo da análise descrita optou-se por utilizar a contextualização de problemas no estudo de funções a partir da ferramenta GeoGebra.

## **2.2 O Conteúdo de Funções**

A noção de função foi se construindo ao longo de vários séculos porém a utilização de eixo cartesiano surgiu no século XVII, com o matemático e filósofo

Rene Descartes, nesse século ainda surgiram outros contributos como a descoberta das leis de trajetória planetária de Kepler e o estudo da queda de corpos e o estudo de espaço e tempo de Galileu. No século XVIII o matemático alemão Leibniz inventou vários termos e símbolos, utilizando pela primeira vez o termo função no desenvolvimento da análise matemática. Em 1829 Dirichlet traz o significado mais amplo de função. O conceito atual de função é resultado da investigação da ciência ao longo do tempo. (Grupo Escolar 2018).

Atualmente o conteúdo de funções é estudado no primeiro ensino médio, onde são vistos o estudo geral das Funções, que por sua vez é a maior parte ementa deste ano. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) são especificados os objetivos do ensino de funções:

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (1999, p. 44).

A realidade encontrada na escola são definições, aplicação de exercícios e em alguns casos os alunos não associam a parte algébrica com sua representação gráfica, Waldhelm (2014) em sua pesquisa destaca que a resolução mecânica de exercícios desmotiva o adolescente, e que as recomendações dos PCNs indicam um ensino de matemática estimulante por meio da contextualização do conteúdo. Neste contexto D' Ambrósio (2001, p. 114 -115) destaca:

Contextualizar a Matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga? Ou a adoção da numeração indo-arábica na Europa como florescimento do mercantilismo nos séculos XIV e XV? E não se pode entender Newton descontextualizado. (...). Alguns dirão que a contextualização não é importante, que o importante é reconhecer a Matemática como a manifestação mais nobre do pensamento e da inteligência humana... e assim justificam sua importância nos currículos.

Para Borba e Penteadó (2003, p.30)“Conhecer sobre funções passa a significar saber coordenar representações. Essa nova abordagem só ganha

força com ambientes computacionais que geram gráficos vinculados às tabelas e expressões algébricas”. Cabe destacar que a utilização do software não exclui o lápis e o papel para a realização dos cálculos, apenas vem aliar no que diz respeito aos alunos uma maior autonomia.

O software GeoGebra é uma ferramenta que possibilita trabalhar o conteúdo de funções, fazendo a relação da parte gráfica à algébrica. . Hoje é possível encontrar sugestões de atividades no livro didático onde é proposto que se utilize o software, como por exemplo, no livro de Dante (2015) vol. 1, aprovado pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) em que são encontrados os conteúdos de função quadrática, exponencial e logarítmica, exemplos de atividades resolvidas e alguns exercícios propostos.

Como livro didático é um recurso muito utilizado em sala de aula, as vezes a maneira como o conteúdo é exposto propicia o direcionamento ao docente ministrar a aula. Foi analisado o livro Dante (2015) buscando encontrar exercícios que utilizassem a tecnologia digital aliada ao mesmo.

O exemplo de atividade que está exposto se encontra no final da seção após todas as formalizações e as listas de exercícios tradicionais, não se fez uma busca por outros livros apenas foi analisado um livro que a escola onde inicialmente a pesquisa seria desenvolvida tinha alguns exemplares na biblioteca.

Para análise também não foram consultados referenciais teóricos, ou métodos, apenas se buscou encontrar atividades que contextualizassem o conteúdo de funções e como citado anteriormente que aliassem o uso do livro a tecnologia digital.

A seguir é exposto um exemplo de atividade encontrado no livro onde são construídos no software dois gráficos, exemplificando a relação entre o gráfico de uma função logarítmica e de uma exponencial de mesma base.

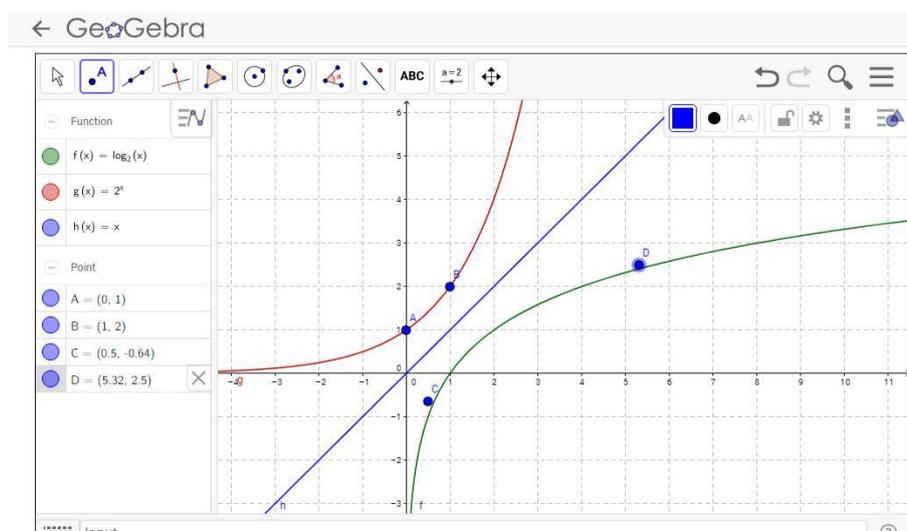


Figura 2: GeoGebra no livro didático Fonte: Autora

Como se pode perceber a utilização de tecnologias no contexto escolar aos poucos vem sendo incentivada nos livros, em que destacam os possíveis meios de utilizar a Tecnologia para potencializar o ensino da Matemática.

O conteúdo de funções além de ser trabalhado no ensino médio, é a base do cálculo no ensino superior, na universidade onde a pesquisa foi desenvolvida no primeiro semestre os alunos do curso de licenciatura tem uma disciplina onde são retomados o conteúdo de funções vistos na escola básica, para após então iniciar as definições de limites. Nos cursos superiores de ciências exatas existe um alto índice de reprovação em cálculo, como destacado por Meyer e Souza Júnior (2002, p. 121):

No Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo interessante ou útil.

Alguns estudos apontam que essas dificuldades são reflexos da falta de base trazem da escola básica, esta questão não será aprofundada pois este não é o foco trabalho. Como se pode perceber o estudo de funções não pode ser mais apenas com a definição formal " $f(x)=$ ", é preciso contextualizar o conteúdo, provas como exame nacional do ensino médio já cobram dos alunos esta abordagem, assim a tecnologia pode ser uma ferramenta utilizada pelo professor no estudo de funções, a seguir será abordada sua inserção no ambiente educacional.

### **2.3 Tecnologias Digitais e Educação Matemática**

A Sociedade da Informação trouxe consigo diversos processos e mudanças sociais, como no trabalho, no lazer, na vida social hoje é possível

efetuar pagamentos fazer compras sem sair de casa, conseqüentemente essas mudanças chegaram ao ambiente educacional.

Os alunos hoje encontrados na escola tem domínio do uso de tecnologias, é comum saberem mais sobre o funcionamento de ferramentas tecnológicas de que seus professores. Como destaca Costa (2009, p. 69) “crianças pequenas que recém entraram na escola já conseguem operar com mais competência no universo tecnológico em que vivemos, do que boa parte dos seus pais e professores”.

Segundo os autores Veen e Vrakking (2009), os alunos demonstram atenção em pequenos espaços de tempo, este comportamento está relacionado à como este aluno, denominados pelos autores como Homozapiens, veem o papel da escola.

Homo Zapiens é uma geração que cresceu usando múltiplos recursos tecnológicos desde a infância: o controle remoto da televisão, o mouse do computador, o minidisc e, mais recentemente, o telefone celular, o iPod e o aparelho mp3. Recursos que permitiram às crianças de hoje ter o controle sobre o fluxo de informações, lidar com informações descontinuadas e com a sobrecarga de informações, mesclar comunidades virtuais e reais, comunicarem-se e colaborarem em rede de acordo com suas necessidades (VEEN; VRAKKing, 2009, p.12).

O avanço tecnológico não consegue ser acompanhado pela maioria dos docentes, Levy (1999) destaca que é preciso estar aberto à receptividade a extensão de novas redes de comunicação. Kensky (2012) evidencia que quando o assunto é tecnologias é comum ver uma criança ter mais domínio de uso que seus pais e professores sobre estas ferramentas.

As crianças e os adolescentes Homo Zapiens consideram a escola apenas um dos pontos de interesse em suas vidas. Muito mais importante para elas são suas redes de amigos, seus trabalhos de meio-turno e os encontros de final de semana. O Homo Zapiens parece considerar as escolas instituições que não estão conectadas ao seu mundo, como algo mais ou menos irrelevante no que diz respeito à sua vida cotidiana. O Homo Zapiens quer estar no controle daquilo com que se envolve e não tem paciência para ouvir um professor explicar o mundo de acordo com suas próprias convicções (VEEN; VRAKKing, 2009, p.12).

Quando se fala em aulas de Matemática, os professores geralmente optam pela formalização do conteúdo, aplicação de fórmulas e a aprendizagem por meio de listas de repetição de vários exercícios. Para D’Ambrósio, essa abordagem leva o aluno a acreditar que a aprendizagem ocorre aplicando fórmulas e repetição de resolução de exercícios.

As adaptações necessárias nas instituições de ensino para que se possam utilizar tecnologias digitais, não é uma tarefa simples de se realizar, pois além da resistência dos professores, são precisas modificações em termos de metodologias e paradigmas educacionais.

Segundo Veen e Vrakking (2009, p. 91): “a sociedade não foi feita para lidar com mudanças grandes e repentinas da mesma forma que uma grande massa precisa de uma grande força para mudar seu vetor de velocidade”.

A utilização de tecnologias digitais na educação já vem sendo “incentivada” desde a década de 1980, conforme foi citado anteriormente na primeira fase da utilização de TD em Educação Matemática. As ações governamentais para que isso ocorra iniciaram com o Ministério da Educação (MEC) patrocinando um projeto denominado, Educação com Computadores (EDUCOM) voltados para o desenvolvimento de pesquisas sobre o uso do computador, ocorreu no período de 1985 a 1991, o foco era o uso de tecnologias na formação de professores. Desde o EDUCOM, outras ações já ocorreram como o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (PROINFO), a ação Um Computador por Aluno (UCA), a distribuição de tablets aos professores do ensino médio e os laboratórios moveis onde foram entregues netbooks as escolas.

Para Moran, Masseto e Behrens (2008, p. 103) “a inovação não está restrita ao uso da tecnologia, mas também à maneira como o professor vai se apropriar desses recursos para criar projetos metodológicos que superem a reprodução do conhecimento e levem a produção do conhecimento”.

A utilização do ambiente computacional na escola pode ocorrer por meio da utilização de softwares. Borba (2014) aborda a criação desses desde 1985 com o LOGO por meio do qual era possível fazer construções geométricas. Hoje existe uma diversidade de softwares disponíveis, cabendo ao professor avaliar qual lhe propicia ferramentas necessárias ao desenvolvimento de determinado conteúdo. O autor ainda destaca:

[...] o lápis e o papel moldam a maneira como uma demonstração em Matemática é feita; a oralidade realiza processo análogo quando uma ideia amadurecida; e um software gráfico, ou uma planilha eletrônica qualquer que gera tabelas e gráficos, pode transformar o modo como um determinado assunto, ou como um tópico específico, no contexto da Matemática, por exemplo, é abordado. (2011, p. 89)

Existem softwares que além do download gratuito tem versão para smartphone, tem-se o GeoGebra como exemplo. Hoje com o advento da internet rápida o aluno pode ter acesso ao conteúdo além da explicação do professor.

Quanto à utilização de tecnologias no ambiente escolar PCNs (BRASIL, 2000, p.50) definem:

[...] as tecnologias precisam encontrar espaço próprio no aprendizado escolar regular, de forma semelhante ao que aconteceu com as ciências, muitas décadas antes, devendo ser vistas também como processo, e não simplesmente como produto. A tecnologia no aprendizado escolar deve constituir-se também em instrumento da cidadania, para a vida social e para o trabalho. No Ensino Médio, a familiarização com as modernas técnicas de edição, de uso democratizado pelos computadores pessoais, é só um exemplo das vivências reais que é preciso garantir, ultrapassando-se assim o “discurso sobre as tecnologias” de utilidade questionável.

O desafio do professor na atualidade é utilizar a tecnologia digital como ferramenta no ensino, nesse contexto ele atuará como mediador, orientando o aluno no decorrer das atividades. A utilização de tecnologias como ferramenta de estudo no ambiente educacional propicia a aluno e alunos resultados positivos , o que para Bairral (2009, p.1) “nos remete a um novo horizonte pedagógico e a um vasto campo profissional”.

Considerando este contexto a seguir será explanada a teoria do conectivismo.

## **2.4 Conectivismo**

As teorias tradicionais de aprendizagem como; behaviorismo, cognitivismo e construtivismo não foram desenvolvidas para uma sociedade que se modificou com o avanço da tecnologia. Como destaca Siemens (2004, p.1)

Behaviorismo, cognitivismo e construtivismo são as três grandes teorias da aprendizagem mais frequentemente usadas na criação de ambientes instrucionais. Essas teorias, contudo, foram desenvolvidas em um tempo em que a aprendizagem não sofria o impacto da tecnologia. Através dos últimos vinte anos, a tecnologia reorganizou o modo como vivemos, como nos comunicamos e como aprendemos.

O desenvolvimento das tecnologias e sua inserção no ambiente escolar, tiveram de ser consideradas para a criação de teorias. Na teoria conectivista é apresentada uma nova maneira de aprendizagem, utilizando novas ferramentas no ensino, onde o conhecimento é construindo por meio de uma rede de

conexões, assim a aprendizagem é a capacidade de estabelecer o conhecimento vinculado a esta rede

Segundo Mattar (2013) no conectivismo o professor deixa de ser o único responsável pelo conteúdo, este passa a contar com a cooperação dos educandos por meio de uma estrutura onde se busca uma forma de atingir os objetivos de aprendizagem.

Sendo assim o processo de aprendizagem passa a ser fundamentado na cooperação como uma forma de interação. O conectivismo é proposto como uma teoria adequada a era digital:

O conectivismo ou aprendizado distribuído é proposto então como uma teoria mais adequada para a era digital, quando é necessária ação sem aprendizado pessoal, utilizando informações fora do nosso conhecimento primário. As teorias da aprendizagem deveriam ser ajustadas em um momento em que o conhecimento não é mais adquirido de maneira linear, a tecnologia realiza muitas das operações cognitivas anteriormente desempenhadas pelos aprendizes (armazenamento e recuperação da informação) e, em muitos momentos, o desempenho é necessário na ausência de uma compreensão completa (MATTAR, 2013, p. 29-30).

Segundo o conectivismo o aprendizado pode ser adquirido não só entre a interação professor aluno, mas também com o auxílio dos artifícios que a tecnologia pode oferecer.

A aprendizagem é um processo que ocorre dentro de ambientes nebulosos onde os elementos centrais estão em mudança – não inteiramente sob o controle das pessoas. A aprendizagem (definida como conhecimento acionável) pode residir fora de nós mesmos (dentro de uma organização ou base de dados), é focada em conectar conjuntos de informações especializados, e as conexões que nos capacitam a aprender mais são mais importantes que nosso estado atual de conhecimento (SIEMENS, 2004, p.5).

Neste contexto o professor atua como mediador reconhecendo as informações que são relevantes naquele dado momento, considerando que no ambiente virtual muda constantemente.

Siemens (2004, p. 6) estabelece os princípios básicos do conectivismo:

- a aprendizagem e o conhecimento apoiam-se numa diversidade de opiniões;
- a aprendizagem é um processo de conectar nós especializados ou fontes de informação;
- a aprendizagem pode residir em dispositivos não humanos;
- a capacidade de saber mais é mais crítica do que aquilo que é conhecido atualmente;
- é necessário cultivar e manter conexões para facilitar a aprendizagem contínua;

- a habilidade de enxergar conexões entre áreas e conceitos é uma habilidade fundamental;
- atualização é a intenção de todas as atividades de aprendizagem conectivistas;

Considerando estes princípios a aprendizagem é possibilitada de diferentes formas, por meio de aceitação de ideias e opiniões diversas. De maneira geral a teoria conectivista volta-se ao que está sendo aprendido pelo aluno, sendo direcionada a era digital, podendo estar presente também nas relações do indivíduo com artefatos e conexões externas e em redes sociais e de comunicação.

### 3. Caminhos metodológicos

Neste capítulo é caracterizada a pesquisa, são identificados o lócus, os sujeitos da pesquisa, bem como são apresentados os instrumentos de coleta de dados e a descrição das atividades desenvolvidas.

#### 3.1 Tipo de pesquisa

O desenvolvimento da investigação será de natureza qualitativa, pois “os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 2004, p. 53).

Ainda sobre esse método para os autores Bogdan e Biklen (1994, p. 209), os estudos dessa natureza “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado e não pelas suas causas e efeitos”. O método a ser empregado é o estudo de caso, visto que “caracteriza-se pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento” (DIEHL, TATIM, 2004p. 61). Nessa linha Yin (2005) complementa a cerca de esse método ser mais adequado ao investigar o “como” e o “porquê” de eventos contemporâneos ligados a fenômenos da vida real.

A pesquisa visou integrar o uso de tecnologias digitais ao estudo de funções utilizando como ferramenta o GeoGebra, partindo da seguinte questão: **Qual o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra ao estudo de funções?**

Buscando responder o questionamento, ocorreram intervenções através das atividades de interação com a tecnologia digital (GeoGebra) no estudo de funções que a pesquisa se desenvolveu no laboratório de informática da Universidade.

Os discentes foram acompanhados durante o primeiro semestre de 2017, as aulas eram semanais, a pesquisa foi dividida em duas etapas que serão detalhadas a seguir.

#### 3.2 Lócus e colaboradores da pesquisa

Os colaboradores dessa pesquisa foram discentes do curso de Licenciatura em Matemática, matriculados em uma disciplina obrigatória do nono semestre, que aborda o uso de tecnologias no ensino de matemática.

As aulas ocorreram durante um semestre no período da tarde no laboratório de informática da Universidade. Durante a disciplina foram apresentado aos discentes, objetos virtuais de aprendizagem, aplicativos, simuladores bem como Softwares .Foi criado um grupo fechado no facebook para facilitar a comunicação, algumas atividades foram desenvolvidas individualmente e outras em grupo.

A pesquisa se desenvolveu em duas etapas a primeira ocorreu nas últimas quatro aulas do primeiro semestre de 2017, sendo todas as atividades desenvolvidas no período de aula. A segunda etapa ocorreu no primeiro semestre de 2018, pois os sujeitos de pesquisa no segundo semestre de 2017 estavam em meio a estágios e não teriam disponibilidade de tempo. Inicialmente eram seis sujeitos e na segunda fase restaram quatro, sendo que a mesma desenvolveu-se a distância com comunicação via email.

Para a produção de registros a pesquisa contou com questionários, testes com questões que foram aplicados ao longo de cada atividade para poder acompanhar o desenvolvimento do aluno e meus registros diários realizados durante cada encontro.

Para Fiorentini e Lorenzato (2009) os questionários são um dos instrumentos mais tradicionais de coletas de informações. Estes eram compostos por questões fechadas e abertas, serão explicados a seguir.

### **3.3 Atividades desenvolvidas na produção de registros**

A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas na primeira etapa presencial foi composta por quatro intervenções e a segunda etapa a distância, cabe salientar que na primeira etapa foi disponibilizado uma apostila explorando o básico do GeoGebra para os alunos, esta foi salva na área de trabalho dos computadores, a mesma foi enviada por email. No grupo fechado do facebook foi disponibilizado um link com os comandos básicos do GeoGebra.

Na primeira intervenção foi distribuído o termo e aplicado um questionário com questões abertas. O questionário foi composto por oito exercícios, dentre

estes três eram situações problemas, nesse momento ainda não tinha sido apresentado aos sujeitos o software GeoGebra. Portanto foram desenvolvidos os exercícios de maneira tradicional (lápiz e papel). Apesar de cada aluno receber um questionário haviam troca de informações entre eles. Após responderem ao questionário, foi apresentado o software GeoGebra.

**Questionário Inicial:**

1) *Quais das situações abaixo se referem ao conceito de funções? Justifique a sua resposta.*

a) *Um carro se move numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, a cada posto de pedágio anota a distância percorrida e o tempo de percurso.*

b) *Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.*

c) *Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .*

2) *O que você entende por variável dependente e independente?*

3) *Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo:*

a) *Função Afim*

b) *Função Quadrática*

c) *Função Exponencial*

d) *Função Logarítmica*

4) *Qual o significado e a finalidade do gráfico?*

5) Classifique as sentenças como verdadeiras ou falsas. Justificando sua resposta.

a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$

b) o gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente

c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes

d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.

6) Uma agência de viagens vende pacote turísticos coletivos com destino á Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o numero de pessoas que devem realizar a viagem é igual a ?

7) O número de ocorrências registradas das 12 ás 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia no interior de Minas Gerais , é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

A) 0

B) 9

C) 15

D) 18

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $K$  é uma constante real. Se após 10 anos a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que a máquina foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

O questionário inicial tinha por objetivo fazer um levantamento do conhecimento básico dos alunos, as questões foram extraídas de livros

didáticos, o preenchimento desse ocorreu de maneira tradicional lápis e papel, individualmente porém haviam conversas paralelas entre os sujeitos.

Segunda intervenção: foi abordado o conteúdo de função afim, por meio de duas situações problema, a partir desta atividade os sujeitos da pesquisa solicitaram trabalhar em dupla. O questionário foi elaborado a partir de questões, encontradas em dissertações que estão descritas no estado do conhecimento deste trabalho. Cada dupla utilizava um computador porém havia troca de informações entre as duplas. Nesse encontro os sujeitos pediram se haveria a possibilidade de trabalhar as funções no software porém sem a abordagem de situações problema.

## **Questionário 2**

### *Função Afim*

*1) Duas empresas A e B tem ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú , as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento;*

*A empresa A cobra \$ 25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.*

*A empresa B cobra \$ 29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$ 250,00.*

*a) Escreva uma formula para calcular o valor da empresa A e uma para a empresa B.*

*b) No GeoGebra plote o gráfico das funções*

*c) Qual o número mínimo de excursionistas para que o contrato com as empresas A fique mais barato que o contrato com a empresa B?*

*d) Marque no GeoGebra o ponto de interseção entre as duas retas.*

*2) Em determinada região do Brasil apenas duas empresas de telefonia estão credenciadas a funcionar. A empresa X-Cel e a empresa T-BR. Ambas possuem o serviço de dados 3G para acesso a internet e qualidade igual de sinal em todas as partes da região. As empresas cobram o mesmo valor para a assinatura de qualquer plano de telefonia, porém diferem no que diz respeito ao plano de dados moveis como se pode verificar;*

*x-cel\_\_\_\_\_ Mensalidade de \$ 30,00 mais \$ 0,70 por megabyte trafegado.*

T-BR \_\_\_\_\_ Mensalidade de \$ 50,00 mais \$ 0,30 por megabyte trafegado. Considere que as empresas cobram pelo MB (megabyte) e por frações do mesmo. Suponha que um morador está decidindo em qual empresa vai assinar o plano mensal de dados móveis.

Responda os itens a seguir

a) Calcule qual empresa é mais vantajosa para uma pessoa que trafega 40MB por mês.

b) Qual empresa é mais vantajosa se outra pessoa necessita de 80 MB por mês?

c) De acordo com os itens acima é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

d) seja  $f(x)$  o custo total da assinatura do plano X-Cel,  $g(x)$  o custo total para assinatura do plano T- BR e  $x$  a quantidade de MB trafegado. Escreva uma fórmula para  $f(x)$  e  $g(x)$ .

e) No GeoGebra construa a função  $F(x)$  e a Função  $G(X)$  do item anterior.

f) Analisando os gráficos construídos pelo GeoGebra é possível afirmar que eles possuem um ponto em comum, ou seja, existe interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$ ?

g) Calcule a interseção dessas retas; o valor de  $x$ , para que  $f(x)=g(x)$ . Substituindo o valor de  $x$  encontrado acima em qualquer uma das funções qual será o valor pago nessas duas empresas?

Qual a coordenada do ponto de interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$

h) Utilizando o GeoGebra marque o ponto de interseção entre essas retas e compare com o obtido com o resultado do item g.

O conteúdo de funções quadráticas também seria abordado por meio de situações problemas. Porém como relatado anteriormente foi solicitado se havia possibilidade de trazer uma atividade voltada para o cálculo de nível superior.

A partir dessa solicitação a pesquisadora retornou novamente as dissertações e na terceira Intervenção: o conteúdo de função quadrática foi abordado a partir de um roteiro de atividade (anexo) que foi extraído da dissertação de Molon (2013) *Calculo no Ensino Médio uma Abordagem Possível e Necessária com o Auxílio do Software GeoGebra*, esta atividade foi escolhida pois investigava a ideia intuitiva de limite a partir da função quadrática.

Quarta intervenção: foram abordadas as funções exponenciais e logarítmicas, onde os exercícios solicitavam apenas para plotar gráficos e a partir dos mesmos investigar as funções e pra finalizar foram entregues um questionário com quatro questões abertas a respeito da abordagem de utilizar o software no estudo de funções.

### **Função Exponencial e Logarítmica**

*Atividade 1:*

*Digite no campo de entrada  $f(x)=2^x$*

*Esta função é crescente ou decrescente?*

*Qual seu domínio e imagem?*

*Quando  $x$  aumenta o que acontece com  $y$  ?*

*Atividade 2*

*Utilizando o GeoGebra, calcule quantas raízes tem a equação  $2^x = x^2$*

*Explique como você procedeu?*

*Atividade 3*

*Plote os gráficos de  $f(x)=\log 2x$ ,  $g(x)=2^x$  e  $h(x)=x$*

*Qual a relação existente entre as funções  $f$  e  $g$ ?*

*Atividade 4*

*Com base em todas as atividades desenvolvidas . Elabore uma atividade de funções com o software GeoGebra.*

*Após realizarem as quatro atividades os alunos receberam o seguinte questionário:*

*Qual a sua opinião a respeito das atividades desenvolvidas no Software?*

*Você já conhecia o software ? Se sim costumava utiliza-lo?*

*Em relação ao conteúdo de funções, existe alguma vantagem de trabalhar com esta abordagem?*

*Você desenvolveria o conteúdo no ambiente computacional ? Porquê?*

*Qual a sua sugestão, crítica a respeito do trabalho?*

A segunda etapa da pesquisa ocorreu um encontro presencial com três dos quatro sujeitos que permaneceram nessa fase. Esse ocorreu no dia 01 de março nesse encontro foram retomados os comandos do GeoGebra, também foi aplicado um questionário aberto com seis questões com o intuito de investigar se os mesmos haviam utilizado alguma das tecnologias digitais vistas na disciplina em meio ao seu estágio.

#### **Questionário aplicado na segunda etapa**

*Em sua graduação quais softwares foram utilizados?*

*Dentre as tecnologias digitais ( OVA, Simuladores, Aplicativos e Softwares) utilizados na disciplina. Quais você já conhecia?*

*Durante seu estagio utilizou alguma tecnologia digital? Como foi a experiência?*

*Quando você cursou a disciplina de Pré-Cálculo quais dificuldades encontrou?*

*Qual sua opinião em relação a utilizar a abordagem de situação problema no conteúdo de funções?*

*Na primeira fase da pesquisa quando resolvemos os mesmos problemas de maneira tradicional e depois no software GeoGebra, quais as considerações que você tem a respeito dessa abordagem?*

No encontro presencial realizou-se um acordo que as atividades seriam propostas a partir do dia quinze de março e seriam realizadas a distância. Foi criado um grupo de conversa no Messenger do Facebook, por onde foi realizada a comunicação, pois o grupo fechado não funcionou os sujeitos não interagem, as atividades foram enviadas por email, esse contendo dois arquivos, em um haviam dois exercícios que envolviam a abordagem de situações problemas e no outro foi solicitado que criassem uma situação problema para ser trabalhada no software.

### **Atividade Situação Problema**

1- *Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções:*

*Plano A e Plano B.*

*O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.*

*O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.*

*O gasto total (y) de cada plano é dado em função do número x de consultas.*

*a) O gasto total de cada plano depende de que fator?.....*

*b) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Represente o Gráfico no GeoGebra?*

.....

*c) Qual é o valor gasto pela pessoa no final do quinto mês em cada plano?.....*

*d) Qual é o valor gasto pela pessoa no final do sexto mês em cada plano?.....*

*e) Em que condições é possível afirmar que:*

I) o plano A é mais econômico.....

II) o plano B é mais econômico.....

III) os dois planos são equivalentes.....

2- Em um retângulo a largura é 2,5cm. Nessas condições, determine:

a) Calcule o perímetro do retângulo quando o comprimento for de 4 cm; 5,5cm; 6cm e 6,5cm.

b) Qual é a variável dependente e qual é a variável independente?

c) Represente graficamente essa situação no GeoGebra

A partir do gráfico, ou mesmo dos pares ordenados, determinar a função conhecendo seus valores em dois pontos distintos.

### **Atividade Final**

1)A partir da abordagem utilizada na presente pesquisa. Elabore uma situação problema com o conteúdo de funções a ser desenvolvida no GeoGebra.

2) Como foi a experiência de trabalhar o conteúdo de funções no Software GeoGebra?

## 4. Descrição e análise dos resultados

Na análise dos dados foi empregada a Grounded Theory ou Teoria Fundamentada/Fundada (TF). Segundo Recuero (2013, p. 83) essa “teoria deve emergir dos dados, a partir de sua sistemática observação, comparação, classificação e análise de similaridades e dissimilaridades”.

A TF tem como proposta construir uma teoria confiável, para tanto o método deve ser seguido de maneira criteriosa assim como a coleta de dados a categorização e a redação da teoria.

Os dados foram analisados por encontros, buscando a similaridades entre eles, os e-mails e conversas no facebook não foram trazidos para a análise, pois os mesmos serviram apenas para comunicação, em anexo estão alguns recortes dessas conversas (apêndice I).

### 4.1 Atividades desenvolvidas na primeira fase da pesquisa

Na primeira fase da pesquisa foram realizados quatro encontros no primeiro foi aplicado um questionário (apêndice C) com o objetivo de realizar uma avaliação diagnóstica, o que para Haydt (1998, p. 16) é “aquela realizada no início de um curso, período letivo ou unidade de ensino, com a intenção de constatar se os alunos apresentam ou não o domínio dos pré-requisitos necessários”

Na questão 1 onde foram trazidas três situações e solicitado que os sujeitos verificassem quais se referem ao conceito de função apenas o Aluno A acertou. Neste questionário outro aspecto que despertou atenção foi no exercício número 5 onde foi solicitado que classifiquem as sentenças como verdadeiras ou falsas, na letra c é colocada uma equação que possui raízes complexas, porém a afirmação e a equação possui raízes **reais** e diferentes. A seguir são trazidas resoluções de dois sujeitos

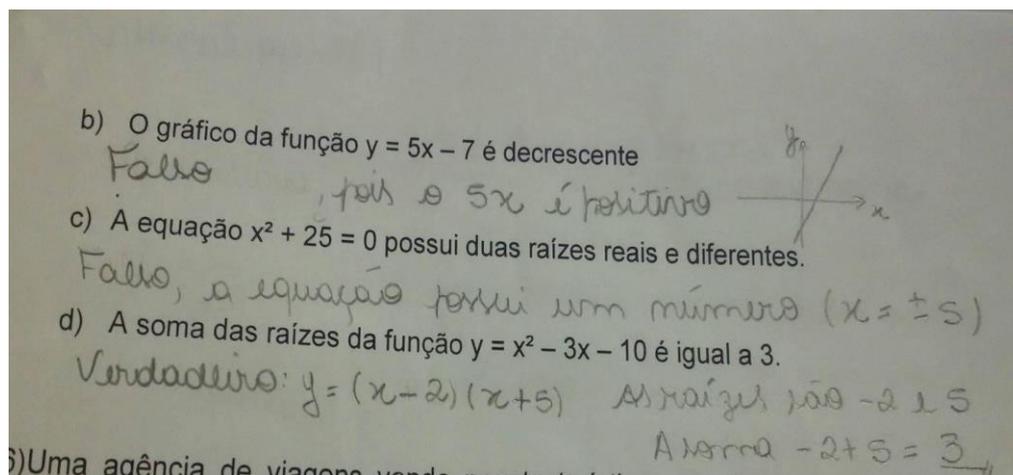


Figura 2: Recorte do questionário Aluno C Fonte: Autora

Na imagem da resolução é possível ver que no item c o sujeito classifica como falsa porém, não justifica que são complexas as raízes assume como resultado dois valores reais, ainda classificando 5 e - 5 como sendo um único número. Na letra b inicialmente tinha sido respondido que a afirmação era verdadeira porém como podiam conversar a questão foi modificada. De maneira semelhante outro sujeito respondeu a afirmação da letra c. Conforme a imagem a seguir, onde também é rasurada a questão.

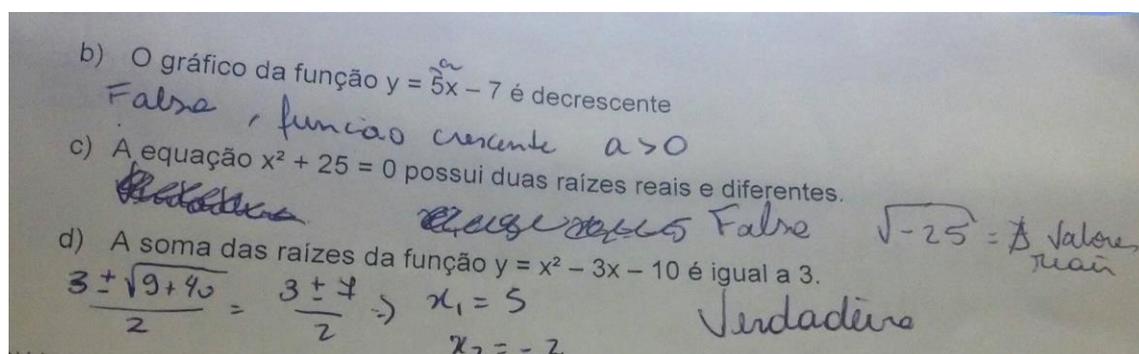


Figura 3: Recorte do questionário Aluno E Fonte: Autora

Das três situações problemas abordadas nesse questionário a questão sete será aqui destacada pois abordava o número máximo de ocorrências em um período do dia e três dos cinco sujeitos responderam que o número máximo foram zero ocorrências.

Dos dois sujeitos restantes responderam a esta questão por meio de tentativa e erro conforme os mesmos relataram. Porém na escolha de qual alternativa seria a correta apenas o aluno A tinha constatado que seriam 9

ocorrências pois t era a hora do dia após essa constatação o Aluno F troca a opção.

Nesse primeiro questionário foram possíveis apontar algumas dificuldades em relação a matemática básica. Na Universidade onde a pesquisa foi realizada existe um projeto que trabalha a matemática básica, onde semestralmente são oferecidas aulas que retomam esses conteúdos, além de monitorias específicas, o mesmo foi criado com intuito de diminuir o alto índice de reprovação em cálculo.

De acordo com Cabrera; Molter; Costa; Nachtigall e Pergher (2013) os alunos que frequentam as monitorias oferecidas pelo projeto, buscam o esclarecimento de dúvidas sobre conteúdo de matemática básica é superior a 60%. Desde sua criação o projeto busca desenvolver atividades que reforçam o estudo de conteúdos básicos que são pré-requisitos das disciplinas que o aluno cursará.

A constatação acima corrobora com Bisognin, Bisognin e Leivas (2016) que apontam as dificuldades dos alunos dos cursos de licenciatura em Matemática parecem maiores que de outros alunos de cursos de ciências exatas, pois os mesmos são futuros professores de educação básica e muitas vezes mostram não dominar conceitos que são trabalhados no ensino fundamental e médio.

Ainda no primeiro encontro após a aplicação do questionário foi apresentado aos alunos o software GeoGebra, em cada computador na área de trabalho foi salva uma apostila, nesta continha os comandos básicos além de vários exemplos de atividades já resolvidas. Foi criado um grupo fechado no Facebook para facilitar a comunicação.

Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015), é cada vez maior o número de pessoas que utilizam o Facebook em suas relações, em pequenos negócios, porém no ambiente educacional ainda existe resistência em utilizar o mesmo.

### **Segundo Encontro**

Foi abordado o conteúdo de função afim por meio de duas situações problemas. A partir desse encontro os alunos trabalharam em dupla, haviam trocas de informações entre as duplas. Ainda nesta ocasião quando a primeira dupla entregou a atividade e se pode perceber que no item d da questão 1

onde era solicitado que o ponto de interseção entre as duas retas fosse marcado no GeoGebra e os mesmos responderam que as retas não se interceptavam, iniciou-se ao final de cada encontro a questionar como haviam desenvolvido a questão.

Nesta questão em específico se pode perceber que eles não haviam utilizado o software apenas plotavam o gráfico e respondiam as questões sem utilizar às ferramentas disponíveis, neste caso a pesquisadora após a conversa mostrou que bastava selecionar as duas retas que o GeoGebra mostrava o ponto de interseção.

Conforme Moran (2013, p. 49), “o papel do educador é fundamental se agrega valor ao que o aluno sozinho consegue fazer com a tecnologia; e o aluno aprende mais se, na interlocução com o educador e seus colegas, consegue avançar muito mais do que se aprendesse sozinho”.

Na imagem é possível ver que no item d eles haviam respondido que não se interceptam porém após a interferência da pesquisadora foi colocado ao lado o ponto que era solicitado.

Função Afim

1) Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento:

A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.  
 A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00.

a) Escreva uma fórmula para calcular o valor da empresa A e uma para a empresa B

$$A(x) = 25x + 400$$

$$B(x) = 29x + 250$$

b) No GeoGebra plote o gráfico das funções

c) Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B?

$$A = 25x + 400 < 29x + 250 \quad | \quad -25x < 125 - 250$$

$$B = 29x + 250 < 425 \quad | \quad x < \frac{175}{29} \quad \rightarrow \quad x < 6,03 \quad x = 6 \text{ pessoas}$$

$$29 \cdot 6 + 250 = 424$$

d) Marque no GeoGebra o ponto de interseção entre as duas retas.

Não se interceptam.  $(37,5; 337,5)$

Figura 9: Recorte atividade Função Afim Alunos E e F Fonte: Autora

Cabe salientar que todas as duplas no item d responderam não se interceptam, quando questionados se estavam utilizando a apostila onde continham exemplos da resolução de exercícios, todos responderam que não apenas acessavam o software.

No final desse encontro os alunos pediram se era possível trazer os questionários sem situações problemas, pois como os mesmos não tinham grande familiaridade com o GeoGebra, exceto um dos colaboradores da pesquisa, que tinha domínio da ferramenta por utiliza-la em monitorias do projeto anteriormente citado, esse aluno na maioria das vezes indica o caminho inicial para os demais seguirem as resoluções. Como solicitado pelos alunos as questões com o conteúdo de funções exponenciais e logarítmicas as leis das funções já vieram expostas, apenas investigando seu comportamento no software.

### **Terceiro Encontro**

Neste foi trabalhado a ideia intuitiva de limite a partir da função quadrática. Essa atividade foi extraída da dissertação de Molon (2013) encontra-se em anexo.

A pesar de estarem trabalhando em duplas um único sujeito(Aluno D) realizou a atividade na parte gráfica e foi explicando aos demais, pois como abordava limite e o sujeito era monitor de cálculo sentiu-se motivado a realizar ainda relatando que havia sido sua atividade preferida até o momento.

### **Quarto Encontro**

No último encontro da primeira etapa foram trabalhados os conteúdos de função exponencial e logarítmica, onde as funções foram abordadas de maneira direta plote o gráfico da função. Eram três funções para serem plotados os gráficos e como segunda parte desse encontro foram feitas cinco perguntas abertas a respeito da abordagem.

De maneira geral foi relatado que o software auxilia na visualização gráfica, quanto a utilização em práticas futuras responderam que utilizariam pois auxilia na compreensão, porém foi destacado que precisariam ter maior domínio da ferramenta.

Neste encontro foi destacado novamente aos alunos, que a dinâmica utilizada disponibilizando a apostila, trabalho com situações problemas foi para lhes mostrar a possibilidade de integrar essas tecnologias digitais a educação básica.

Durante todo o desenvolvimento do trabalho a pesquisadora utilizou o GeoGebra na versão para smartphone, para mostrar aos alunos que é possível

trabalhar também com o celular. Como nas pesquisas de Bairral (2013) que apontam as potencialidades do uso da ferramenta.

#### **4.2 Atividades desenvolvidas na segunda fase da pesquisa:**

Para a realização da segunda etapa da pesquisa, os sujeitos foram convidados por meio de uma mensagem no facebook, dos seis que participaram na primeira etapa quatro permaneceram .

Nessa fase ocorreu um encontro presencial com três dos quatro sujeitos que permaneceram, esse ocorreu no dia 01 de março na universidade como não foi se conseguiu o laboratório de informática a pesquisadora levou notebook e tablet com o software instalado, foram retomados os comandos do GeoGebra, também foi aplicado um questionário aberto (apêndice F) com seis questões com o intuito de investigar se os mesmos haviam utilizado alguma das tecnologias digitais vistas na disciplina em meio ao seu estágio.

Durante os estágios foi utilizado o facebook apenas para a comunicação e um aluno utilizou a plataforma Khan pois a escola já tinha acesso, o mesmo relatou que não conhecia mas que aos poucos se adaptou e que foi uma experiência única. Conforme acordo realizado no dia 15 de março foi enviado um email contendo as atividades que os alunos deveriam realizar.

No arquivo situações problemas (apêndice G) foram enviados dois exercícios para que os alunos resolvessem os alunos A, B e D resolveram os exercícios e enviaram as resoluções da parte algébrica , somente aluno A enviou o gráfico conforme imagem a seguir.

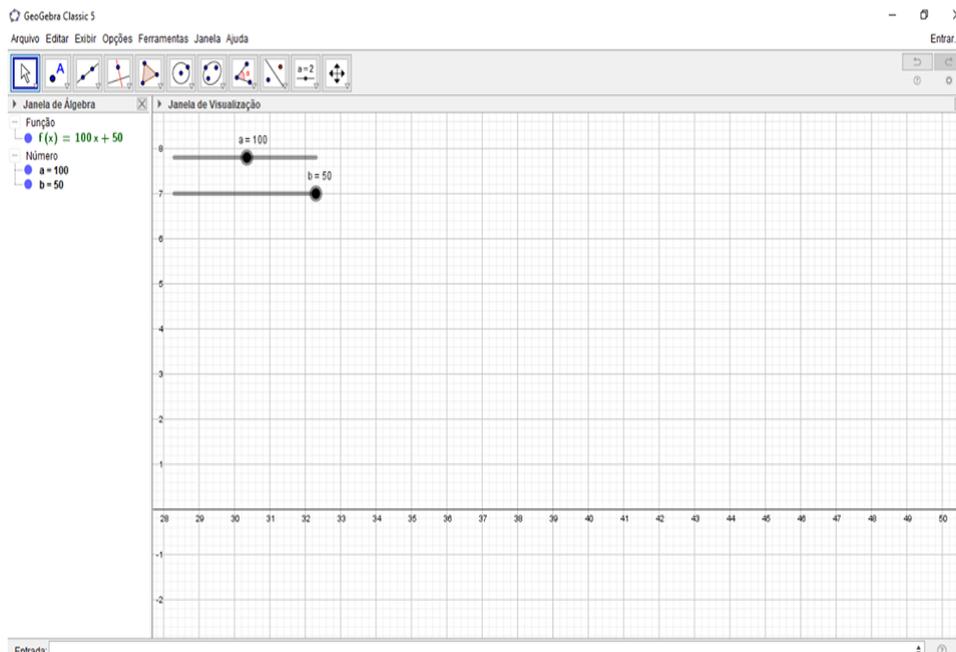


Figura 11: Gráfico Aluno A Fonte: Autora

O aluno C não realizou as atividades a distância em encontro presencial com a pesquisadora apenas criou a situação problema. Com exceção do aluno D todos os demais tiraram dúvidas com a pesquisadora via Messenger no Facebook (apêndice I). Para Borba e Penteadó (2012), é possível ensinar e aprender Matemática através de interações *on-line*.

#### - Situações Problemas Criadas pelos Alunos

O aluno A como se pode observar desenvolveu a situação problema porém solicita que utilize o software apenas para plotar o gráfico, no item b.

*Uma pessoa precisa escolher qual fábrica sairá com o custo mais baixo, sendo essas:*

*A fábrica de salgados A, vende salgados acima de 100 unidades, com uma taxa de R\$ 7,50 de serviço e o preço da unidade dos salgados fritos é de R\$ 0,30.*

*Já a fábrica de salgados B, vende salgados acima de 100 unidades, com uma taxa de R\$ 5,40 de serviço e o preço da unidade dos salgados fritos é de R\$ 0,35.*

*O gasto total (y) de cada fábrica é dado em função do número x de salgados.*

*a) Qual é a Lei da função de cada fábrica?*

*b) A partir da Lei encontrada acima, represente graficamente no GeoGebra.*

*c) Quanto a pessoa gastará se comprar 600 unidades em cada fábrica?*

- d) *E se a pessoa comprar 1200 unidades, qual fábrica sairá mais econômica?*
- e) *Em que condições é possível afirmar que:*
- I) A fábrica A é mais econômica:*
  - II) A fábrica B é mais econômica:*
  - III) As duas fábricas são equivalentes:*

O aluno B fez uma adaptação da situação problema que foi enviada.

*1- Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções:*

*Plano A e Plano B.*

*2 O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.*

*3 O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.*

*O gasto total (y) de cada plano é dado em função do número x de consultas.*

- a) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Sendo que o cliente efetuou 9 consultas no plano A e 5 no plano B durante o período de utilização. Represente o Gráfico no GeoGebra?*
- b) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Sendo que o cliente efetuou 15 consultas em cada plano durante o período de utilização. Represente o Gráfico no GeoGebra?*

Ambos os alunos A e B solicitam que o software seja utilizado apenas para a plotagem do gráfico. O aluno D não criou a situação problema e o aluno C criou um exercício onde é possível resolver utilizando regra de três .

1. Um metrômetro de Uber cobra R\$ 7,00 para andar 12 quilômetros. Com 22 quilômetros, quanto custa mais?
- Quanto custa o quilômetro?
  - Monte o lei da função. 1,1
  - Represente a função usando o GeoGebra. 1,1  
A função é crescente e decrescente? Justifique.
  - Indique a variável dependente e independente.
  - Calcule o zero da função?

Figura 12: Situação Problema Aluno C fonte: Autora

É possível perceber que todos solicitariam que o software fosse utilizado apenas para a plotagem do gráfico.

A pesar dos alunos que participaram da pesquisa terem nascido a partir de 1990, serem considerados nativos digitais não tiveram acesso as tecnologias digitais em meio ao ambiente educacional como eles mesmos relatam esse ainda será um desafio.

Como foi a experiência de trabalhar o conteúdo de funções no Software GeoGebra?

*É uma experiência nova que deveria ser mais abordada na universidade, que facilita a visualização do formato de funções (Aluno B)*

*A experiência foi bem interessante, aprendi a utilizar muitos recursos que nunca havia utilizado em toda a graduação. Porém me senti muito insegura utilizando este software, seria muito difícil para mim utilizar este recurso em uma aula. Primeiro teria que estudar muito sobre este recurso, e rever muitos conceitos de funções. Mas em geral, gostei muito das atividades propostas. (Aluno A)*

Para o desenvolvimento da pesquisa além de utilizar o software GeoGebra que foi a principal ferramenta digital do estudo, tentou-se associar o Facebook por onde acabaram apenas ocorrendo trocas de mensagens, bem como foram mostrados vídeos, um inclusive postado no grupo do Facebook ,com a intenção de mostrar ao aluno que em sua pratica futura e possível associar a tecnologia que ele já utiliza, no ambiente educacional. Entende-se a resistência dos alunos frente a algumas atividades, bem como a não utilização da apostila que continha exemplos já resolvidos.

## 5 Considerações finais

A pesquisa realizada buscou a ruptura do tradicional, integrando o uso de tecnologias digitais ao estudo de funções. Como foi desenvolvida com futuros professores de Matemática e os mesmos encontrarão na escola alunos com tanto ou mais domínio que eles do uso das tecnologias. Foram abordados os conteúdos de funções básicas para serem trabalhadas no GeoGebra, contextualizar com situações problemas foi intencional para trazer a reflexão acerca de que servem vinte exercícios de funções exponenciais, se quando o discente lá da escola básica chegar na prova do ENEM ou em concursos vão lhe cobrar o conteúdo em meio à um problema de crescimento de bactérias por exemplo.

Retomando a questão de pesquisa: **Qual o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra ao estudo de funções?** Foi possível verificar que os alunos encontraram maior facilidade na visualização gráfica, além de sua articulação com a parte algébrica, devido ao pouco tempo não pode realizar mais atividades que instigassem os alunos, outro fator que cabe ser destacado são as limitações que os sujeitos tem em relação a interpretação de situações problemas, bem como no manuseio da ferramenta GeoGebra.

A maneira como os sujeitos receberam o conteúdo durante sua formação, é a forma que estão recriando suas práticas, durante um semestre eles tiveram contato com diferentes objetos virtuais de aprendizagem, aplicativos softwares, simuladores tiveram que analisar, utilizar, além das atividades desenvolvidas no GeoGebra na primeira etapa da pesquisa. Quando no semestre seguinte foram para o estágio apenas dois utilizaram tecnologias digitais sendo elas o Facebook apenas para comunicação e plataforma Khan que a escola já utilizava. Cabe ressaltar que não está sendo feita uma crítica aos sujeitos apenas uma reflexão, acerca das dificuldades de integrar as tecnologias ao ambiente educacional.

Quanto ao objetivo geral: **Compreender o potencial pedagógico da integração do software GeoGebra no estudo de funções.** A pesquisa atingiu parcialmente, pois a pesar dos alunos terem utilizado principalmente na primeira etapa em geral só o gráfico era plotado, eram nas discussões no final das atividades por meio de insistência da pesquisadora que as potencialidades da ferramenta eram utilizadas.

Três dos quatro alunos terem criado ou adaptado a atividade de situação problema, teve grande importância para a pesquisadora pois os mesmos estavam resistentes a esta abordagem, como relatado ao longo do trabalho.

A resistência dos estudantes com a resolução de situações problemas, faz refletir de que forma os exercícios são colocados ao longo do livro didático, a definição a fórmula e vários exercícios mecânicos, assim são os cálculos no nível superior definições e intermináveis listas.

Reverendo a grade curricular do curso onde a pesquisa foi realizada se percebe carga horária bem densa de cálculos, álgebras. Na atividade de função quadrática, em que foi abordada a ideia de limite os discentes não precisaram de software calcularam os limites mentalmente e com bastante agilidade. O que leva a constatar que o cálculo visto no nível superior os discentes nesse momento têm domínio.

Frente a situação colocada anteriormente fica a inquietação como? quando? e de que maneira? essas questões constatadas na pesquisa irão mudar. O jovem entra na universidade com dificuldades na matemática básica, passa por dificuldades em cálculos, sai da universidade sabendo integrar, derivar, mas tem limitações com a abordagem de situações problemas, vive em uma sociedade tecnológica mas não encontra meios de inserir em suas práticas.

Durante a realização da pesquisa muitas dificuldades foram encontradas, desde a resistência na abordagem de situações problemas, a insistência que foi precisa para realizar a segunda etapa, as adaptações tanto nas atividades quanto na abordagem quando se optou pela modalidade a distância.

Para finalizar fica a reflexão frente ao momento em que se vive com internet rápida, vídeos softwares e apps, é inegável a inserção de novas tecnologias no processo de ensinar e aprender, é um desafio está integração para os professores que já estão em sala de aula, por outro lado evidencia-se que é preciso trazer a discussão e experimentos dessas potencialidades para o curso de licenciatura.

Com a conclusão desse trabalho espera-se que o mesmo possa auxiliar em pesquisas futuras, que outros estudos possam ser realizados buscando a integração de tecnologias digitais no ambiente educacional.

## Referências

ARCEGO, P; ROSA, M. **O Ensino de Funções em uma Escola do Campo a partir da Produção de Applets no Software GeoGebra.** Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/134136> Acesso em: 02/03/2018.

BAIRRAL, M. A. Análise das interações docentes em virtual Math Teams: Um estudo de caso. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4., 2009, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: UFRJ, 2009. p. 1–21

BAIRRAL, M. **Do Clique ao Touchscreen: Novas Formas de Interação e de Aprendizado Matemático.** Anais da 36ª Reunião da Anped. Goiânia 2013. Disponível em: <http://www.anped.org.br/biblioteca/item/do-clique-ao-touchscreen-novas-formas-de-interacao-e-de-aprendizado-matematico> Acesso em 03/03/2018

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V., LEIVAS, J. C. P. **Aprendizagem de sequências numéricas: pesquisa sobre dificuldades de Licenciandos em Matemática.** Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648090/15049> Acesso em : 10/06/2018

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento.** 1ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2ª reimpressão 2016.

BORBA, M de C; MALHEIROS, A. P dos S; AMARAL, R.B. **Educação a distância online.** 3 ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

BORBA, M de C; PENTEADO, M G. **Informática e Educação Matemática.** 4 ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> Acesso em 22/03/2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRITO C.R DE: **Estudo de Funções Quadráticas e sua Relação com o Cotidiano.** Caicó 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/18661> Acesso em 07/01/2017

CABRERA, L.C.; MOLTER, A.; COSTA, C.P.; Nachtigall, C.; PERGER, R: Monitorias nos Cursos Iniciais de Cálculo: Um Olhar Sobre os resultados A Partir de Dados Estatísticos. In: VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. 2017. ULBRA. Canoas

CANCE, C.A: **Projeto Canhão: o ensino de funções quadráticas com o auxílio do software Geogebra** São Carlos 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/7113> Acesso em :05/01/2017.

FARIAS J.V: **A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o Geogebra** Mossoró 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Rural do Semi-Árido. Disponível em: <https://ppgmat.ufersa.edu.br/wpcontent/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Jos%C3%A9-Vilani.pdf> Acesso em 05/01/2017.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos metodológicos**. 3º edição. Campinas. São Paulo: Autores Associados, 2009.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 8ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2004;

GRUPO ESCOLAR. **A história das funções**. Disponível em: <https://www.grupoescolar.com/pesquisa/a-historia-das-funcoes.html> Acesso em: 15/10/2018.

HAYDT, R. C. C. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: Ática, 1998.

KENSKI, V.M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Papirus, 2010.

LIMA, C.E. O: **A Utilização do Software Geogebra para o Ensino de Funções**. Fortaleza 2013 Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal do Ceará Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/5815> Acesso em 05/01/2017.

MACHADO, E. C.; SÁ FILHO, C. S. **O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem**. Disponível em: <http://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.htm> >. Acesso em: 08 nov. 2009.

MATTAR, J. **A aprendizagem em ambientes virtuais: teorias, conectivismo e MOOCs**. TECCOGS, n.7, 156 p., jan-jun, 2013. Disponível em: [http://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2013/edicao\\_7/2-aprendizagem\\_em\\_ambientes\\_virtuais-joao\\_mattar.pdf](http://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2013/edicao_7/2-aprendizagem_em_ambientes_virtuais-joao_mattar.pdf). Acesso em: 29 dez. 2015.

MATHIAS, D. G.; FERREIRA, A. L. A. . **O Uso do Software GeoGebra no Ensino de Funções.** In: VII Congresso Internacional de Educação, 2017, Santa Maria. Disponível em: <http://www.fapas.edu.br/revistas/anaiscongressoie/>

MEYER, J. F. C. A.; SOUZA JUNIOR, A. J. **A utilização do Computador no Processo de Ensinar – Aprender Cálculo: A constituição de Grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade.** ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v.10 – no 17,18. 2002.

MOLON, J. **Cálculo no Ensino Médio uma Abordagem Possível e Necessária com o Auxílio do Software GeoGebra.** Santa Maria 2013. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Santa Maria. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/165/2011\\_00024\\_JAQUELINE\\_MOLO N.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/165/2011_00024_JAQUELINE_MOLO N.pdf?sequence=1) Acesso em: 07/01/2017

MORAN, J.M. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias.** In: \_\_\_\_\_. *Informática na educação: teoria & aprendizagem.* Porto Alegre: PGIE-UFRGS, 2000.v. 3, n. 1.

MORAN, J.M; MASSETO, M T; BEHRENS, M A. *Novas tecnologias e Mediação Pedagógica.* 14a Ed. São Paulo: Papirus, 2008.

MOREIRA, M.A: **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo. EPU1999

MOREIRA, A. DE P: **Utilização do Software Geogebra no Ensino de Funções Elementares.** Juiz de Fora 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1131/2012\\_00911\\_AROLDO\\_DE\\_PA ULA\\_MOREIRA.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1131/2012_00911_AROLDO_DE_PA ULA_MOREIRA.pdf?sequence=1) Acesso em: 07/01/2017

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de matemática.** Revista Educação e Matemática, v. 15, p. 3-9, 1990. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4473> Acesso em 20/07/2017

PRENSKY, M. **O aluno virou especialista.** Entrevista para a Revista Época, 2010. Disponível em: <http://revistaepoca.globo.com/Revista/Epoca/0,,EMI153918-1MARC+PRENSKY+O+ALUNO+VIROU+O+ESPECIALISTA.html> Acesso em 15/11/2015

RECUERO, R. *Teoria Fundamentada.* In.: FRAGOSO, S; RECUERO,R; AMARAL, A. **Métodos de pesquisa para Internet.** Porto Alegre: Sulina, 2013.

SILVA, L. **Usando o GeoGebra para Explorar Funções Exponenciais e Logarítmicas: Uma Proposta de Aplicações.** Londrina 2013.Dissertação de Mestrado em Matemática. Universidade Federal de Londrina. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/883/2011\\_00660\\_LUIZFERNANDO\\_DA\\_SILVA.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/883/2011_00660_LUIZFERNANDO_DA_SILVA.pdf?sequence=1) Acesso em: 07/01/2017

Software GeoGebra disponível em: <https://www.geogebra.org>

WALDHELM, K.C: **O Uso de Ferramentas Tecnológicas para o Ensino de Funções**. Niterói 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal Fluminense. Disponível em: [https://sca.profmatsbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc.php?id=917](https://sca.profmatsbm.org.br/sca_v2/get_tcc.php?id=917) Acesso em 05/01/2017

VEEN, W.; VRAKING, B. **Homo Zappiens educando na era digital**. Porto Alegre Artmed 2009. Disponível em: [http://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Livro\\_Homo\\_Zappiens\\_completo.pdf](http://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Livro_Homo_Zappiens_completo.pdf) Acesso em: 14/07/2017

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005

ZANDONADI, E.C: **Aplicação do Software Geogebra no Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas**. Londrina 2013 Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/887/2011\\_00664\\_ED\\_NILSON\\_CARLOS\\_ZANDONADI.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/887/2011_00664_ED_NILSON_CARLOS_ZANDONADI.pdf?sequence=1). Acesso em 07/01/2017

## Anexos

Atividades extraídas da dissertação de Molon(2013) trabalhadas no segundo encontro da primeira fase da pesquisa.

### Anexo B – Roteiro De Atividades – Parte 2

Com as atividades propostas nesta etapa, o aluno será capaz de:

- Visualizar e interpretar geometricamente o domínio e a imagem de uma função de 2º grau;
- Analisar o que acontece com a imagem de uma função quadrática nas proximidades de um ponto dado.
- Analisar o que acontece com a imagem de uma função quadrática quando os valores de  $x$  crescem ou decrescem ilimitadamente.
- Analisar, intuitivamente, o limite de uma sequência e o limite da soma dos termos de uma sequência de números reais, identificando quando a sequência converge ou diverge.

#### Explorando a função quadrática

Das atividades realizadas anteriormente, você já construiu com o Geogebra o gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , e visualizou as alterações provocadas no gráfico da função com base na variação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Você também concluiu que o gráfico será côncavo para cima quando o parâmetro  $a$  for positivo e será côncavo para baixo quando o parâmetro  $a$  for negativo.

Agora, continuaremos nossa análise, a fim de construirmos um conceito importante para várias áreas da matemática: a ideia intuitiva de limite de uma função, especialmente aplicado à função quadrática, e limite de sequências.

#### Revisando domínio e Imagem da função de 2º grau

**ATIVIDADE 4:** Vamos construir, em uma janela do Geogebra, o gráfico da função  $f(x) = x^2$  e analisar o seu domínio e sua imagem!

A atividade fará referência aos comandos da barra de ferramentas que você já conhece, de acordo com a figura abaixo, a mesma utilizada no roteiro anterior de atividades:

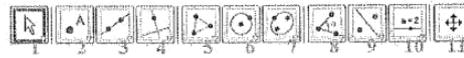


Figura 2.1- Relembrando a barra de Ferramentas do Geogebra com botões numerados

- a) Abra uma janela do Geogebra e digite na linha de comandos  $f(x)=x^2$ .
- b) Modifique a cor do gráfico (azul) e selecione a espessura 5.
- c) Precisamos das equações dos eixos cartesianos, assim insira separadamente na barra de comandos as expressões:  $x=0$  e  $y=0$ .
- d) Marque um ponto **X** sobre o eixo OX, inserindo um novo ponto com o botão 2.
- e) Clique no botão 4 e selecione Reta perpendicular. Clique no ponto **X** e no eixo OX.
- f) Marque o ponto de intersecção da reta criada com o gráfico da função  $f(x) = x^2$ . Renomeie o ponto como **P**.
- g) Selecione Reta perpendicular novamente, clique no ponto **P** e no eixo OY você criará outra reta.
- h) Marque o ponto de intersecção da reta criada na letra "g" com o eixo OY. Renomeie o ponto como **Y**.
- i) Marque os segmentos **PX** e **PY**. Para isso, selecione no botão 3 a opção "Segmento definido por dois pontos". Mude a espessura de cada segmento para 3, escolha como estilo de linha um pontilhado.
- j) Esconda as retas suportes de cada segmento, clicando sobre as mesmas e escolhendo a opção "Exibir/Esconder objeto".
- k) Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto **X** e na opção Habilitar rastro. Troque para vermelho a cor do ponto (e do rastro!).
- l) Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto **Y** e na opção Habilitar rastro. Troque para verde a cor do ponto.
- m) Clique no botão 1 e movimente o ponto **X** ao longo do eixo OX, observe o que acontece com as marcações sobre os eixos OX e OY, em relação ao ponto **P**.

n) Utilize a opção Zoom + e Zoom - no botão 11, para ampliar ou reduzir a sua janela de visualização.

RESPONDA:

1) Ao movimentar o ponto X, o que significa o rastro em vermelho que você visualiza no eixo OX?

o domínio da função

2) Descreva com palavras, qual é a sua compreensão sobre o conjunto de pontos formado no eixo OX pelo traço em vermelho.

São os pontos no qual  $x$  está se relacionando com a função

3) Ao movimentar o ponto Y, o que significa o rastro em verde que você visualiza no eixo OY?

A imagem da função

4) Descreva com palavras, qual é a sua compreensão sobre o conjunto de pontos formado no eixo OY pelo traço em verde.

São os pontos no qual o eixo Y se relaciona na função

5) Desabilite e habilite novamente o rastro sobre os pontos X e Y. Varie o ponto X somente no intervalo  $[0, 3]$ . O rastro em verde fica restrito a que intervalo?

$[0, 3]$

6) Faça o mesmo do item anterior e identifique a imagem da função para o intervalo  $[-3, 0]$ , movimentando o ponto X nesse intervalo.

$[0, 3]$

7) O que você pode concluir sobre as imagens determinadas nos itens 3 e 4? Justifique.

Que a função é simétrica em relação a Y

**CONCLUSÃO DA ATIVIDADE** - De acordo com IEZZI (2004,p.89):

**Domínio de uma função  $f$ :** É o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico de  $f$ .

**Imagem de uma função  $f$ :** É o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico de  $f$ .

**Analisando o comportamento de uma função "perto" de um ponto**

**ATIVIDADE 5(A):** Vamos utilizar o gráfico do exemplo anterior e analisar o comportamento da função  $f(x) = x^2$  na medida em que os valores de  $x$  (pertencentes ao domínio da função) se aproximam cada vez mais de 2, tanto pela esquerda quanto pela direita.

Utilize a linha de comandos do Geogebra e determine o valor da função  $f(x)$  para os valores de  $x$  das tabelas abaixo, marcando os respectivos pontos sobre o gráfico da função.

Obs: Para marcar cada ponto digite, por exemplo, C=(2.8, f(2.8)) e observe na janela gráfica o ponto C=(2.8,7.84). Se necessário, aumente a quantidade de casas decimais utilizando o comando "Opções".

Tabela 2.1 - Analisando o limite da função  $f(x) = x^2$  nas proximidades de  $x = 3$  pela direita *esquerda*

PONTO	A	B	C	D	E	F	G
$x$	2	2.5	2.8	2.9	2.99	2.999	2.9999
$f(x)$	4	6,25	7,84	8,41	8,91	8,99	9

Tabela 2.2 - Analisando o limite da função  $f(x) = x^2$  nas proximidades de  $x = 3$  pela esquerda *direita*

PONTO	H	I	J	K	L	M	N
$x$	4	3.5	3.2	3.1	3.01	3.001	3.0001
$f(x)$	16	12,25	10,24	9,61	9,06	9,01	9

**ATIVIDADE 5(B):** Com a atividade anterior você pode perceber que o uso básico de LÍMITES é descrever como uma função *se comporta* na medida em que sua variável independente se aproxima cada vez mais de um determinado valor!

Siga os passos da atividade anterior e determine o Limite da função  $f(x) = x^2 - x + 1$  para  $x$  tendendo a 2.

OBS: Escolha valores cada vez mais próximos de  $x = 2$  pela direita e pela esquerda e complete as tabelas abaixo. Depois, observando os valores da tabela, complete as afirmações abaixo e esboce o gráfico da função representando o limite encontrado (conforme a figura anterior).

Tabela 2.3 - Valores de  $x$  aproximando-se de 2 pela esquerda

PONTO	A	B	C	D	E	F	G
$x$	1	1,5	1,8	1,9	1,99	1,999	2
$f(x)$	1	1,75	2,44	2,71	2,97	3	3

Quanto mais próximo  $x$  está de 2, à esquerda dele, mais próxima  $f(x) = x^2 - x + 1$  está de 3.

Tabela 2.4 - Analisando o comportamento de  $f(x)$  para valores de  $x$  aproximando-se de 2 pela direita.

PONTO	H	I	J	K	L	M	N
$x$	3	2,5	2,2	2,1	2,01	2,001	2
$f(x)$	7	4,75	3,64	3,31	3,02	3	3

Quanto mais próximo  $x$  está de 2, à direita dele, mais próxima  $f(x) = x^2 - x + 1$  está de 3.

Agora, observando as tabelas, complete:

- a) Os valores atribuídos para a variável  $x$  na tabela 2.1 se aproximam cada vez mais do número: 3.
- b) Na tabela 2.1, os valores de  $f(x)$  se aproximam cada vez mais do número: 9.

Assim, quanto mais próximo  $x$  está de 3, à esquerda dele, mais próxima  $f(x) = x^2$  está de 9.

- c) Os valores atribuídos para a variável  $x$  na tabela 2.2 se aproximam cada vez mais do número: 3.
- d) Na tabela 2.2, os valores de  $f(x)$  se aproximam cada vez mais do número: 9.

Assim, quanto mais próximo  $x$  está de 3, à direita dele, mais próxima  $f(x) = x^2$  está de 9.

#### CONCLUSÃO:

Como o comportamento da função  $f(x)$  é o mesmo para  $x$  próximo de 3, seja para valores menores do que 3 ou maiores do que 3, dizemos simplesmente que:

O LIMITE da  $f(x)$  para  $x$  tendendo a 3 (ou seja, para  $x$  cada vez mais próximo de 3) é igual a 9.

Escrevemos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 9$$

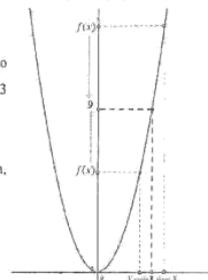


Figura 2.2 - Limite da função  $f(x) = x^2$  para  $x$  tendendo a 3

17107117

### Anexo B – Roteiro De Atividades – Parte 2

Com as atividades propostas nesta etapa, o aluno será capaz de:

- Visualizar e interpretar geometricamente o domínio e a imagem de uma função de 2º grau;
- Analisar o que acontece com a imagem de uma função quadrática nas proximidades de um ponto dado.
- Analisar o que acontece com a imagem de uma função quadrática quando os valores de  $x$  crescem ou decrescem ilimitadamente.
- Analisar, intuitivamente, o limite de uma sequência e o limite da soma dos termos de uma sequência de números reais, identificando quando a sequência converge ou diverge.

#### Explorando a função quadrática

Das atividades realizadas anteriormente, você já construiu com o Geogebra o gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , e visualizou as alterações provocadas no gráfico da função com base na variação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Você também concluiu que o gráfico será côncavo para cima quando o parâmetro  $a$  for positivo e será côncavo para baixo quando o parâmetro  $a$  for negativo.

Agora, continuaremos nossa análise, a fim de construirmos um conceito importante para várias áreas da matemática: a ideia intuitiva de limite de uma função, especialmente aplicado à função quadrática, e limite de sequências.

#### Revisando domínio e Imagem da função de 2º grau

**ATIVIDADE 4:** Vamos construir, em uma janela do Geogebra, o gráfico da função  $f(x) = x^2$  e analisar o seu domínio e sua imagem!

A atividade fará referência aos comandos da barra de ferramentas que você já conhece, de acordo com a figura abaixo, a mesma utilizada no roteiro anterior de atividades:

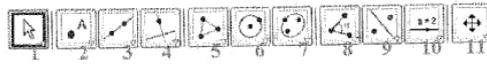


Figura 2.1- Relembrando a barra de Ferramentas do Geogebra com botões numerados

- a) Abra uma janela do Geogebra e digite na linha de comandos  $f(x)=x^2$ .
- b) Modifique a cor do gráfico (azul) e selecione a espessura 5.
- c) Precisamos das equações dos eixos cartesianos, assim insira separadamente na barra de comandos as expressões:  $x=0$  e  $y=0$ .
- d) Marque um ponto X sobre o eixo OX, inserindo um novo ponto com o botão 2.
- e) Clique no botão 4 e selecione Reta perpendicular. Clique no ponto X e no eixo OX.
- f) Marque o ponto de interseção da reta criada com o gráfico da função  $f(x) = x^2$ . Renomeie o ponto como P.
- g) Selecione Reta perpendicular novamente, clique no ponto P e no eixo OY, você criará outra reta.
- h) Marque o ponto de interseção da reta criada na letra "g" com o eixo OY. Renomeie o ponto como Y.
- i) Marque os segmentos PX e PY. Para isso, selecione no botão 3 a opção "Segmento definido por dois pontos". Mude a espessura de cada segmento para 3, escolha como estilo de linha um pontilhado.
- j) Esconda as retas suportes de segmento, clicando sobre as mesmas e escolhendo a opção "Exibir/Esconder objeto".
- k) Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto X e na opção Habilitar rastro. Troque para vermelho a cor do ponto (e do rastro).
- l) Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto Y e na opção Habilitar rastro. Troque para verde a cor do ponto.
- m) Clique no botão 1 e movimente o ponto X ao longo do eixo OX, observe o que acontece com as marcações sobre os eixos OX e OY, em relação ao ponto P.

n) Utilize a opção Zoom + e Zoom - no botão 11, para ampliar ou reduzir a sua janela de visualização.

**RESPONDA:**

1) Ao movimentar o ponto X, o que significa o rastro em vermelho que você visualiza no eixo OX?

Quanto mais próximo do eixo OX, o rastro fica cada vez mais fechado.

2) Descreva com palavras, qual é a sua compreensão sobre o conjunto de pontos formado no eixo OX pelo traço em vermelho.

domínio:  $\mathbb{R}$

3) Ao movimentar o ponto Y, o que significa o rastro em verde que você visualiza no eixo OY?

é o mesmo com o OX. O rastro fica cada vez mais fechado.

4) Descreva com palavras, qual é a sua compreensão sobre o conjunto de pontos formado no eixo OY pelo traço em verde.

Imagem:  $\mathbb{R}^+$

5) Desabilite e habilite novamente o rastro sobre os pontos X e Y. Varie o ponto X somente no intervalo  $[0, 3]$ . O rastro em verde fica restrito a que intervalo?

$[0, 9]$

6) Faça o mesmo do item anterior e identifique a imagem da função para o intervalo  $[-3, 0]$ , movimentando o ponto X nesse intervalo.

$[9, 0]$

7) O que você pode concluir sobre as imagens determinadas nos itens 3 e 4? Justifique

Que a imagem atinge todos  $\mathbb{R}^+$ .

**CONCLUSÃO DA ATIVIDADE** - De acordo com IEZZI (2004,p.89):

**Domínio de uma função  $f$ :** É o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico de  $f$ .

**Imagem de uma função  $f$ :** É o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico de  $f$ .

**Analisando o comportamento de uma função "perto" de um ponto**

**ATIVIDADE 5(A):** Vamos utilizar o gráfico do exemplo anterior e analisar o comportamento da função  $f(x) = x^2$  na medida em que os valores de  $x$  (pertencentes ao domínio da função) se aproximam cada vez mais de 2, tanto pela esquerda quanto pela direita.

Utilize a linha de comandos do Geogebra e determine o valor da função  $f(x)$  para os valores de  $x$  das tabelas abaixo, marcando os respectivos pontos sobre o gráfico da função.

**Obs:** Para marcar cada ponto digite, por exemplo, C=(2,8, f(2.8)) e observe na janela gráfica o ponto C=(2,8,7.84). Se necessário, aumente a quantidade de casas decimais utilizando o comando "Opções".

Tabela 2.1 - Analisando o limite da função  $f(x) = x^2$  nas proximidades de  $x = 3$  pela direita

PONTO	A	B	C	D	E	F	G
$x$	2	2.5	2.8	2.9	2.99	2.999	2.9999
$f(x)$	4	6.25	7.84	8.41	8.91	8.99	9

Tabela 2.2 - Analisando o limite da função  $f(x) = x^2$  nas proximidades de  $x = 3$  pela esquerda

PONTO	H	I	J	K	L	M	N
$x$	4	3.5	3.2	3.1	3.01	3.001	3.0001
$f(x)$	16	12.25	10.24	9.61	9.06	9.01	9

Agora, observando as tabelas, complete:

- a) Os valores atribuídos para a variável  $x$  na tabela 2.1 se aproximam cada vez mais do número: 3.
- b) Na tabela 2.1, os valores de  $f(x)$  se aproximam cada vez mais do número: 9.

Assim, quanto mais próximo  $x$  está de 3, à esquerda dele, mais próxima  $f(x) = x^2$  está de 9.

- c) Os valores atribuídos para a variável  $x$  na tabela 2.2 se aproximam cada vez mais do número: 3.
- d) Na tabela 2.2, os valores de  $f(x)$  se aproximam cada vez mais do número: 9.

Assim, quanto mais próximo  $x$  está de 3, à direita dele, mais próxima  $f(x) = x^2$  está de 9.

#### CONCLUSÃO:

Como o comportamento da função  $f(x)$  é o mesmo para  $x$  próximo de 3, seja para valores menores do que 3 ou maiores do que 3, dizemos simplesmente que:

O LIMITE da  $f(x)$  para  $x$  tendendo a 3 (ou seja, para  $x$  cada vez mais próximo de 3) é igual a 9.

Escrevemos:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 9$$

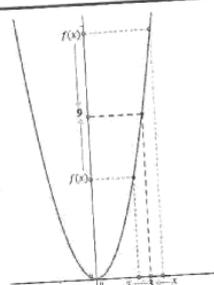


Figura 2.2 - Limite da função  $f(x) = x^2$  para  $x$  tendendo a 3

**ATIVIDADE 5(B):** Com a atividade anterior você pode perceber que o uso básico de **LIMITES** é descrever como uma função *se comporta* na medida em que sua variável independente se aproxima cada vez mais de um determinado valor!

Siga os passos da atividade anterior e determine o **Limite da função**  $f(x) = x^2 - x + 1$  para  $x$  tendendo a 2.

**OBS:** Escolha valores cada vez mais próximos de  $x = 2$  pela direita e pela esquerda e complete as tabelas abaixo. Depois, observando os valores da tabela, complete as afirmações abaixo e esboce o gráfico da função representando o limite encontrado (conforme a figura anterior).

Tabela 2.3 - Valores de  $x$  aproximando-se de 2 pela esquerda

PONTO	A	B	C	D	E	F	G
$x$	1	1,5	1,7	1,8	1,9	1,99	1,999
$f(x)$	1	1,75	2,19	2,44	2,71	2,97	3

Quanto mais próximo  $x$  está de 2, à esquerda dele, mais próxima  $f(x) = x^2 - x + 1$  está de \_\_\_\_\_.

Tabela 2.4 - Analisando o comportamento de  $f(x)$  para valores de  $x$  aproximando-se de 2 pela direita.

PONTO	H	I	J	K	L	M	N
$x$	3	2,5	2,2	2,1	2,01	2,001	2,0001
$f(x)$	7	4,75	3,64	3,31	3,03	3	3

Quanto mais próximo  $x$  está de 2, à direita dele, mais próxima  $f(x) = x^2 - x + 1$  está de 3.

## Apêndices

## Apêndice A

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Apresentamos a pesquisa “O Uso do GeoGebra no Estudo de Funções”, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEMAT pela aluna-pesquisadora Daniele Galvão Mathias. O objetivo da pesquisa investigar as contribuições do uso do software GeoGebra no estudo de Funções. O instrumento utilizado para coletar os dados serão questionários.

Vale salientar que todas as pessoas terão suas identidades mantidas em sigilo, as respostas serão analisadas a partir das siglas.

A pesquisa, aqui apresentada, não gera nenhum ônus à Instituição escolar e nem aos participantes sujeitos da pesquisa. Para qualquer informação, o participante poderá entrar em contato pelo e-mail: danimathias9@hotmail.com.

Eu, \_\_\_\_\_  
aceito participar como sujeito da pesquisa supra descrita, declarando ter sido informado sobre os objetivos da mesma.

Assinatura: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura da pesquisadora

## **Apêndice B**

### **UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

#### **ROTEIRO PARA A ELABORAÇÃO DO DIÁRIO DE CAMPO DA PESQUISADORA**

1) Observar, verificar e anotar as dificuldades dos alunos no conteúdo de funções

2) Identificar as dificuldades dos alunos na utilização do software

3) Observar a interação entre os alunos na interpretação de situações problemas

Observar a aceitabilidade dos alunos quanto a metodologia proposta

## Apêndice C

### UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

#### Questionário

- 1) Quais das situações abaixo se referem ao conceito de função? Justifique a sua resposta
- a) Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.  
*Podem ser usadas como uma função, pois tem dois dados nesse questionário, a distância e o tempo.*
- b) Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.
- c) Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .

2) O que você entende por variável dependente e independente?

3) Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo

a) Função Afim



$$\text{Dom} = \mathbb{R}^+$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

b) Função Quadrática



$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

c) Função Exponencial



$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}^+$$

d) Função Logarítmica



$$\text{Dom} = \mathbb{R}^+$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

4) Qual o significado e a finalidade do gráfico?

*O gráfico é usado para expressar visualmente os dados ou valores.*

5) Classifique as sentenças como verdadeira ou falsa. Justificando sua resposta.

a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$

*Falso, ele passa no ponto zero.*



b) O gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente

Falso, pois o  $5x$  é positivo 

c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes.

Falso, a equação possui um número ( $x = \pm 5$ )

d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.

Verdadeiro:  $y = (x-2)(x+5)$  As raízes são  $-2$  e  $5$   
A soma  $-2 + 5 = 3$

6) Uma agência de viagens vende pacote turístico coletivo com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R\$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem é igual a?

40 - 2000,00

7) O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

A) 0 6 horas

B) 9

C) 15  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$

D) 18  $f(6) = (-6)^2 + 30 \cdot 6 - 216$

$f(6) = 0$

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $k$  é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

$$v(10) = k \cdot 2^{-0,2 \cdot 10}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário

- 1) Quais das situações abaixo se referem ao conceito de função? Justifique a sua resposta
- a) Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.

- b) Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.

- c) Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .

*Porque está associando um número ao outro.*

- 2) O que você entende por variável dependente e independente?

*Independente é o número por si só e dependente ele ele está acompanhado como por exemplo: 3m não é só 3m*

- 3) Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo

- a) Função Afim

- b) Função Quadrática

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$Imagem = \mathbb{R}$$

- c) Função Exponencial

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$Imagem = \mathbb{R}$$

- d) Função Logarítmica

- 4) Qual o significado e a finalidade do gráfico?

*O significado do gráfico é expor resultados e a finalidade é mostrar como a função se mostra.*

- 5) Classifique as sentenças como verdadeira ou falsa. Justificando sua resposta.

- a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$

*Falsa, pois intercepta no  $y=0$ .*

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-2 \pm 2}{2}$$

$$= \frac{-2+2}{2} = 0 \quad \frac{-2-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



- b) O gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente.  
 Falha. É crescente pois o  $x$  é positivo.
- c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes.  
 Não possui raízes.  $\sqrt{-25}$
- d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.  
 Verdadeira.  $5 + (-2) = 3$

$$x = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{2}$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{-4}{2} = -2$$

~~225~~

$$x = \sqrt{25}$$

6) Uma agência de viagens vende pacote turístico coletivo com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R\$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem é igual a?

$$40 - 40 = 0 = 80000$$

$$39 = 2000 = 78000 = 81.900$$

$$38 = 2000 = 76000 = 83.600$$

$$37 = 2000 = 74000 = 85.300$$

37 pessoas devem realizar a viagem.

7) O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

- A) 0  
 B) 9  
 C) 15  
 D) 18

tentativa e erro.  
 valor 15.

$$-225 + 450 - 216$$

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $k$  é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário

- 1) Quais das situações abaixo se referem ao conceito de função? Justifique a sua resposta
- a) Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.

Verdadeiro, função do tempo  $\times$  distância

- b) Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.

Verdadeiro, função área  $\times$  perímetro

- c) Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .

Falso

- 2) O que você entende por variável dependente e independente?

$y = x + z$  dependente - depende de outras variáveis pelo  
dependente independente sobre sua relação

- 3) Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo

- a) Função Afim

Domínio =  $\mathbb{R}$

Imagem =  $\mathbb{R}$

- b) Função Quadrática

Domínio =  $\mathbb{R}$

Imagem =  $\mathbb{R}_+$

- c) Função Exponencial

Domínio =  $\mathbb{R}$

Imagem =  $\mathbb{R}_+$

- d) Função Logarítmica

Domínio =  $\mathbb{R}_+$

Imagem =  $\mathbb{R}$

- 4) Qual o significado e a finalidade do gráfico?

Representar uma função, associar para cada valor de  $x$  um  $y$ .

- 5) Classifique as sentenças como verdadeira ou falsa. Justificando sua resposta.

- a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$

Falsa

$x = 0 \Rightarrow y = 0$

b) O gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente

Falsa, função crescente  $a > 0$

c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes.

~~Verdadeira~~ Falsa  $\sqrt{-25} = \text{Valor não real}$

d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \rightarrow x_1 = 5 \quad x_2 = -2 \quad \text{Verdadeiro}$$

6) Uma agência de viagens vende pacote turísticos coletivos com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R\$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem é igual a?

Receita - 40.000  
2000  
(30.000)

20 pessoas

7) O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

- A) 0  
B) 9  
C) 15  
D) 18

$$f(18) = (18)^2 + 30(18) - 216 \\ = -324 + 540 - 216 \\ = 0$$

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $k$  é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

$$v(4) = 12.000 \cdot 2^{-0,8}$$

$$v(t) = \frac{12000}{4}$$

$$k = 3000$$

$$\text{R\$ } 3.000,00$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário

- 1) Quais das situações abaixo se referem ao conceito de função? Justifique a sua resposta
- a) Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.

*a e b estão relacionadas a funções, pois associa dois domínios distintos que tem alguma relação.*

- b) Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.

- c) Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .

- 2) O que você entende por variável dependente e independente?

*Variável dependente é aquela que acompanha um termo cujo não determinando variável independente mas está associado de forma passiva, se depende dela.*

- 3) Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo

- a) Função Afim

*Imagem:  $\mathbb{R}$*

*Domínio:  $\mathbb{R}$*

- b) Função Quadrática

*Domínio:  $\mathbb{R}$*

*Imagem:  $\mathbb{R}$*

- c) Função Exponencial

*Domínio:  $\mathbb{R}^+$*

*Imagem:  $(0, +\infty)$*

- d) Função Logarítmica

*Domínio:  $\mathbb{R}^+$*

*Imagem:  $\mathbb{R}$*

- 4) Qual o significado e a finalidade do gráfico? *É um  $x$  domínio, um  $y$  contra domínio, imagem. Plano cartesiano que tem a finalidade de demonstrar o comportamento da função.*

- 5) Classifique as sentenças como verdadeira ou falsa. Justificando sua resposta.

- a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$ . *Falso, intercepta o*



$$x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -2$$

*por zero.*

b) O gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente. *Talvez, a função é paralela ao eixo e constante.*

c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes.

*Talvez, a equação possui raízes complexas ( $x = \pm 5i$ )*

d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.

*$\Delta = 3^2 - 4(-10) = 9 + 40 = 49$   
 $x_1 = \frac{3 + 7}{2} = 5$   
 $x_2 = \frac{3 - 7}{2} = -2$   
 $x_1 + x_2 = 5 - 2 = 3$ . Verdadeira.*

6) Uma agência de viagens vende pacote turístico coletivo com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R\$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem é igual a?

7) O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

- A) 0  
 B) 9  
 C) 15  
 D) 18

$$f(6) = -(-6)^2 + 30 \cdot 6 - 216 = 36 + 180 - 216 = 0 //$$

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $k$  é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

$$12000 = k \cdot 2^{(-0,2) 3650}$$

$$12000 = 2k^{-730}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário

1) Quais das situações abaixo se referem ao conceito de função? Justifique a sua resposta

a) Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.

*tempo*  
+  
*distância*

b) Um estudante elabora uma tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos em função de seus perímetros.

c) Uma relação que associa a cada número real  $x > 0$  um cilindro cujo volume é  $x$ .

2) O que você entende por variável dependente e independente?

*dependente é a  $x$  e a independente é  $y$ .*

3) Em relação ao domínio e imagem o que se pode afirmar sobre as funções abaixo

a) Função Afim

b) Função Quadrática

*domínio:  $\mathbb{R}$*

*imagem:  $\mathbb{R}_+$*

c) Função Exponencial

*D.I.  $\mathbb{R}$*

d) Função Logarítmica

*Dom:  $\mathbb{R}_+$*

*Im:  $\mathbb{R}$*

4) Qual o significado e a finalidade do gráfico?

*Mostrar no plano a situação descrita.*

5) Classifique as sentenças como verdadeira ou falsa. Justificando sua resposta.

a) O gráfico da função  $y = x^2 + 2x$  não intercepta o eixo  $y$

*Falso pois quando  $x = 0$   $y = 0$  do intercepto  
lambdax*

b) O gráfico da função  $y = 5x - 7$  é decrescente

decrescente

c) A equação  $x^2 + 25 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes.

nota: pois  $x^2 = -25$  não tem solução real.

d) A soma das raízes da função  $y = x^2 - 3x - 10$  é igual a 3.

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

6) Uma agência de viagens vende pacote turístico coletivo com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R\$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R\$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem é igual a?

$40 - 2000,00 \Rightarrow 2000,00$	$36 - 2100,00 \Rightarrow 2500,00$	$31 - 2200,00 \Rightarrow 2900,00$
$39 - 2100,00 \Rightarrow 2100,00$	$35 - 2200,00 \Rightarrow 2400,00$	$30 - 2300,00 \Rightarrow 2800,00$
$38 - 2200,00 \Rightarrow 2300,00$	$34 - 2300,00 \Rightarrow 2300,00$	$29 - 2400,00 \Rightarrow 2700,00$
$37 - 2300,00 \Rightarrow 2500,00$	$33 - 2400,00 \Rightarrow 2200,00$	$28 - 2500,00 \Rightarrow 2600,00$

igual a 20 pessoas

7) O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por  $f(t) = -t^2 + 30t - 216$ , em que  $12 \leq t \leq 18$  é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

A) 0

B) 9

C) 15

D) 18

$$t = 15 \quad 225 + 450 - 216 = 9$$

que tendendo a zero.

8) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor,  $t$  anos após a sua compra, é dado pela lei abaixo, onde  $k$  é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

$$v(t) = k \cdot 2^{-0,2t}$$

$$12000 = k \cdot 2^{(-0,2 \times 10)}$$

$$k = 42000$$

$$v(t) = 42000 \cdot 2^{(-0,2 \cdot t)}$$

$$v(1) = 41726,42$$

## Apêndice D

### Função Afim

1) Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento:

A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.

A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00.

a) Escreva uma fórmula para calcular o valor da empresa e uma para a empresa B

$$A(x) = 25x + 400$$

$$B(x) = 29x + 250$$

b) No GeoGebra plote o gráfico das funções

c) Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B?

$$4 = 25 \cdot 1 + 400 = 425 \quad 30x < 425 - 250 \quad 29 \cdot 6 + 250 = 424$$

d) Marque no GeoGebra o ponto de interseção entre as duas retas.

Não há interseção.  $(37,5; 424,5)$

2) Em determinada região do Brasil, apenas duas empresas de telefonia celular estão credenciadas a funcionar. A Empresa X-Cel, e a empresa T-BR. Ambas possuem o serviço de dados 3g para acesso a internet e qualidade igual de sinal em todas as partes dessa região. As empresas cobram o mesmo valor para a assinatura de qualquer plano de telefonia, porém diferem no que diz respeito ao plano de dados móveis, como pode se verificar:

X-Cel \_\_\_\_\_ Mensalidade de \$30,00 mais \$ 0,70 por megabyte trafegado

T-BR \_\_\_\_\_ Mensalidade de \$50,00 mais \$ 0,30 por megabyte trafegado

Considere que as empresas cobram pelo MB(megabyte) e por frações do mesmo. Suponha que um morador está decidindo em qual empresa vai assinar um plano mensal de dados móveis.

Responda os itens a seguir:

(a) Calcule qual empresa é mais vantajosa para uma pessoa que trafega 40MB por mês.

$$X = 30 + 0,70 \cdot 40 = (28,00) = 58,00 \quad X\text{-Cel mais vantajosa}$$

$$Y = 50 + 0,30 \cdot 40 = (22,00) = 72,00$$

(b) Qual Empresa é mais vantajosa se outra pessoa necessita de 80 MB por mês?

$$X\text{-cel} = 30 + 0,70 \cdot 80 = 86,00$$

$$T\text{-BR} = 50 + 0,30 \cdot 80 = 74,00 \quad \text{é a T-BR a mais vantajosa.}$$

(c) De acordo com itens acima, é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

Responde pois se uma pessoa precisa é a X-cel e se outra precisa é a T-BR.

(d) Seja  $f(x)$  o custo total da assinatura do plano X-Cel,  $g(x)$  o custo total para assinatura do plano T-BR e  $x$  a quantidade MB trafegado. Escreva uma fórmula para  $f(x)$  e  $g(x)$ .

$$f(x) = 30 + 0,70x$$

$$g(x) = 50 + 0,30x$$

(e) No GeoGebra construa a função  $F(x)$  e a função  $G(x)$  do item anterior

Obs: ao escrever a fórmula no campo ENTRADA substitua a virgula (,) por ponto (.).

(f) Analisando os gráficos construídos pelo GeoGebra, é possível afirmar que eles possuem um ponto em comum, ou seja, existe interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$ ?

Sim, se interseção em (50,65)

(g) Calcule a interseção dessas retas: o valor de  $x$ , para que  $f(x) = g(x)$ :

Substituindo o valor de  $x$  encontrado acima em qualquer uma das funções qual será o valor pago nessas duas empresas

$$x = 65 \quad y = 60$$

Qual a coordenada do ponto de Interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$ ?

(h) Utilizando o GeoGebra marque o ponto de interseção entre essas retas e compare com o obtido com o resultado do item (g).

Função Afim

1) Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento:

A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.

A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00.

a) Escreva uma fórmula para calcular o valor da empresa e uma para a empresa B

$$A(x) = 25x + 400$$

$$B(x) = 29x + 250$$

b) No GeoGebra plote o gráfico das funções

c) Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B?

$$A = 25 \cdot x + 400 < 29x + 250 \quad B = 29x + 250 < 25x + 400 \Rightarrow x < 6,25 \Rightarrow x < 6$$

*Logo é um que ser 6 excursionistas.*

d) Marque no GeoGebra o ponto de interseção entre as duas retas.

*linha de interseção.*

2) Em determinada região do Brasil, apenas duas empresas de telefonia celular estão credenciadas a funcionar. A Empresa X-Cel, e a empresa T-BR. Ambas possuem o serviço de dados 3g, para acesso a internet e qualidade igual de sinal em todas as partes dessa região. As empresas cobram o mesmo valor para a assinatura de qualquer plano de telefonia, porém diferem no que diz respeito ao plano de dados móveis, como pode se verificar:

X- Cel Mensalidade de \$30,00 mais \$ 0,70 por megabyte trafegado

T-BR Mensalidade de \$50,00 mais \$ 0,30 por megabyte trafegado

Considere que as empresas cobram pelo MB(megabyte) e por frações do mesmo. Suponha que um morador está decidindo em qual empresa vai assinar um plano mensal de dados móveis.

Responda os itens a seguir:

(a) Calcule qual empresa é mais vantajosa para uma pessoa que trafega 40MB por mês.

$$X = 30,00 + 0,70 \cdot 40 = R\$ 58,00$$

$$T = 50,00 + 0,30 \cdot 40 = R\$ 62,00$$

(b) Qual Empresa é mais vantajosa se outra pessoa necessita de 80 MB por mês?

$$X = 30,00 + 0,70 \cdot 80 = 86,00$$

$$T = 50,00 + 0,30 \cdot 80 = 74,00$$

(c) De acordo com itens acima, é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

*Depende de quantos megas MB o X-Cel é mais vantajoso e se quantos megas MB o T-BR é mais vantajoso.*

(d) Seja  $f(x)$  o custo total da assinatura do plano X-Cel,  $g(x)$  o custo total para assinatura do plano T-BR e  $x$  a quantidade MB trafegado. Escreva uma fórmula para  $f(x)$  e  $g(x)$ .

$$f(x) = 30 + 0,70x$$

$$g(x) = 50 + 0,30x$$

(e) No GeoGebra construa a função  $F(x)$  e a função  $G(x)$  do item anterior

Obs: ao escrever a fórmula no campo ENTRADA substitua a vírgula (,) por ponto (.)

(f) Analisando os gráficos construídos pelo GeoGebra, é possível afirmar que eles possuem um ponto em comum, ou seja, existe interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$ ?

Sim, ponto  $A = (50, 65)$ .

(g) Calcule a interseção dessas retas: o valor de  $x$ , para que  $f(x) = g(x)$ :

Substituindo o valor de  $x$  encontrado acima em qualquer uma das funções qual será o valor pago nessas duas empresas

$$x = 30 + 0,70 \cdot 50 = 65 \quad T = 50 + 0,30 \cdot 50 = 65$$

Qual a coordenada do ponto de interseção entre  $f(x)$  e  $g(x)$ ?

(h) Utilizando o GeoGebra marque o ponto de interseção entre essas retas e compare com o obtido com o resultado do item (g).

## Apêndice E

Função Exponencial e Logarítmica

Atividade 1:

Digite no campo de entrada  $f(x) = 2^x$

Essa função é crescente ou decrescente?

*crescente*

Qual seu domínio e imagem?

*domínio =  $\mathbb{R}$*

*imagem =  $\mathbb{R}_+$*

Quando  $x$  aumenta o que acontece com  $y$ ?

*aumenta*

Atividade 2

Utilizando o GeoGebra, calcule quantas raízes tem a equação  $2^x = x^2$

Explique como você procedeu?

*São 3 raízes, pois temos uma raiz de  $2^x$  e duas raízes de  $x^2$ , onde as 3 raízes se interceptam.*

Atividade 3

Plote os gráficos  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = 2^x$  e  $h(x) = x$

Qual a relação existente entre as funções  $f$  e  $g$ ?

*$f(x) = \log_2 x$  é o inverso de  $g(x) = 2^x$ .*

Atividade 4

Com base em todas as atividades desenvolvidas. Elabore uma atividade do conteúdo de Funções com o software Geogebra

Qual sua opinião a respeito das atividades desenvolvidas no Software?

Atividades do Software é possível compreender e  
refletir sobre determinadas funções do conteúdo,  
que às vezes não conseguimos perceber em sala de  
aula.

Você já conhecia o Software? Se sim costumava utiliza-lo?

Sim. Mas só utilizamos quando estivermos  
com dúvida em algum gráfico

Em relação ao conteúdo de funções, existe alguma vantagem de trabalhar com esta abordagem?

Sim. Tem a vantagem de visualizar melhor  
as funções em geral (raiz, domínio, imagem,  
quadrantes...)

Você desenvolveria o conteúdo no ambiente computacional? Por quê?

Sim. Pois com o Software é muito mais prático  
demonstrar para os alunos, para melhorar a  
visualização e compreensão.

Qual sua sugestão, crítica a respeito do trabalho?

Em determinadas atividades é necessário uma  
explicação maior sobre o que é pedido.

## Atividade 1:

Digite no campo de entrada  $f(x) = 2^x$ 

Essa função é crescente ou decrescente?

*crescente.*

Qual seu domínio e imagem?

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$Im(f) = \mathbb{R}^+$$

Quando  $x$  aumenta o que acontece com  $y$ ?*Aumenta o valor de  $y$  e cresce mais.*

## Atividade 2

Utilizando o GeoGebra, calcule quantas raízes tem a equação  $2^x = x^2$ 

Explique como você procedeu?

*fizemos a igualdade no geogebra e encontramos as três raízes. (-0,77; 2; 4).*

## Atividade 3

Plote os gráficos  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = 2^x$  e  $h(x) = x$ Qual a relação existente entre as funções  $f$  e  $g$ ?*Elas são inversas em relação a reta bissetriz.*

## Atividade 4

Com base em todas as atividades desenvolvidas. Elabore uma atividade do conteúdo de Funções com o software Geogebra

*tem*

Qual sua opinião a respeito das atividades desenvolvidas no Software?

Isso mostra o conteúdo de uma maneira mais  
legal, tornando a aula agradável.

Você já conhecia o Software? Se sim costumava utilizá-lo?

sim. Utilizei muito em função de ser monitora da  
gama. Já havia trabalhado mas não abrangendo tudo  
que ele desenvolve.

Em relação ao conteúdo de funções, existe alguma vantagem de trabalhar com esta abordagem?

sim. Pois com ele conseguimos visualizar  
o que ocorre, em cada tipo de função.

Você desenvolveria o conteúdo no ambiente computacional? Por quê?

sim. Muita coisa do conteúdo não é de fato  
bem interpretado sem ter a visualização  
do que ocorre na prática.

Qual sua sugestão crítica a respeito do trabalho?

Entrar com a teoria em sala de aula e após  
ir para a parte computacional para fazer  
a visualização de como ocorre.

Deve ser bem embasado pois se não tiver  
algumas noções básicas é bem complicado de  
desenvolver.

## Atividade 1:

Digite no campo de entrada  $f(x) = 2^x$

Essa função é crescente ou decrescente?

*crescente*

Qual seu domínio e imagem?

*Domínio:  $\mathbb{R}$*

*Imagem:  $\mathbb{R}_+^*$*

Quando  $x$  aumenta o que acontece com  $y$ ?

*Quando  $x$  aumenta  $y$  também aumenta.*

## Atividade 2

Utilizando o GeoGebra, calcule quantas raízes tem a equação  $2^x = x^2$

Explique como você procedeu? *A equação possui três raízes  $\{-1, 2, 4\}$ .  
Olhando onde as equações se interceptaram.*

## Atividade 3

Plote os gráficos  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = 2^x$  e  $h(x) = x$

Qual a relação existente entre as funções  $f$  e  $g$ ?

*A  $f(x)$  é a inversa da  $g(x)$ .*

## Atividade 4

Com base em todas as atividades desenvolvidas. Elabore uma atividade do conteúdo de Funções com o software Geogebra

Qual sua opinião a respeito das atividades desenvolvidas no Software?

É um recurso que nos auxilia na visualização dos gráficos e nos ajuda a melhor entendê-lo.

Você já conhecia o Software? Se sim costumava utiliza-lo?

Sim, Mas não costumava usá-lo.

Em relação ao conteúdo de funções, existe alguma vantagem de trabalhar com esta abordagem?

Sim, pois possibilita uma melhor compreensão do domínio e imagem.

Você desenvolveria o conteúdo no ambiente computacional? Por quê?

No momento não, pois por enquanto não possuímos muito domínio dos aplicativos/software, mas no futuro com mais estudo sim.

Qual sua sugestão, crítica a respeito do trabalho?

É um trabalho que contribui muito em nossa formação.

## Apêndice F

### UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em sua graduação quais softwares foram utilizados?

Geogebra, oclaxe, scilab

Dentre as Tecnologias Digitais (OVA, Simuladores, Aplicativos e Softwares) utilizados na disciplina. Quais você já conhecia?

Não conhecia os simuladores, os demais já tinha utilizado anteriormente.

Durante seu estágio utilizou alguma tecnologia digital? Como foi a experiência?

Não utilizei nenhuma tecnologia.

Quando você cursou a disciplina de Pré- Cálculo quais dificuldades encontrou?

Visualizar graficamente algumas situações, resolver coisas de abstrato.

Qual sua opinião em relação a utilizar a abordagem de situação problema no conteúdo de funções?

É importante para estimular o raciocínio do aluno, pedando sair da simples aplicação de fórmulas e vendo como pode ser aplicado em situações "reais".

Na primeira fase da pesquisa quando resolvemos os mesmos problemas de maneira tradicional e depois no Software GeoGebra, quais as considerações que você tem a respeito dessa abordagem?

Na duas maneiras é possível resolver e entender o conteúdo, porém com o software é possível perceber além do abstrato, e visualizar graficamente as variações destes problemas. O que pode auxiliar muito na compreensão de conteúdos abstratos, como funções, por exemplo.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em sua graduação quais softwares foram utilizados?

OCTAVE, Geogebra,

Dentre as Tecnologias Digitais (OVA, Simuladores, Aplicativos e Softwares) utilizados na disciplina. Quais você já conhecia?

Só Geogebra e Octave os demais só tinha ouvido falar mas só me foram apresentados em aula de TAE

Durante seu estágio utilizou alguma tecnologia digital? Como foi a experiência?

Sim. Sou Facebook para comunica-  
ção com os alunos.

Quando você cursou a disciplina de Pré- Cálculo quais dificuldades encontrou?

Falta de base da escola durante o ensino básico e por estar acostumado a alguns anos de salas de aula tive mais dificuldade para entrar no ritmo da faculdade.

Qual sua opinião em relação a utilizar a abordagem de situação problema no conteúdo de funções?

Muito interessante, deveria ser abordado conosco ao invés de termos um ensino tão abstrato, quando formos para lá =>

Na primeira fase da pesquisa quando resolvemos os mesmos problemas de maneira tradicional e depois no Software GeoGebra, quais as considerações que você tem a respeito dessa abordagem?

O software é muito bom para facilitar o entendimento e a visualização de como se comportam as funções, outra facilidade é na geração de gráficos pois tenho grande dificuldade na construção dos mesmos manualmente.

de aula não sabemos como abordar os conteúdos de funções de forma que os alunos compreendam do que se trata na prática as funções por exemplo.

Como um professor queira fazer um trabalho diferenciado tem de buscar novos conteúdos, abordagens por si mesmo.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Em sua graduação quais softwares foram utilizados?

Geogebra, Octave.

Dentre as Tecnologias Digitais (OVA, Simuladores, Aplicativos e Softwares) utilizados na disciplina. Quais você já conhecia?

Conhecia apenas os aplicativos e os softwares

Durante seu estágio utilizou alguma tecnologia digital? Como foi a experiência?

No estágio I a escola tinha o acesso da plataforma Khan. Não conhecia esse projeto, mas ao longo do estágio fui me adaptando e tendo um conhecimento sobre a mesma, foi uma experiência única, pois podia visualizar →  
Quando você cursou a disciplina de Pré- Cálculo quais dificuldades encontrou?

Uma das dificuldades encontrada foi em visualizar os gráficos.

Qual sua opinião em relação a utilizar a abordagem de situação problema no conteúdo de funções?

Utilizando a abordagem de situação problema os alunos não pareciam, pensar em cada questão e nos exercícios devido isso não ocorre, e apenas uma aprendizagem mecânica.

Na primeira fase da pesquisa quando resolvemos os mesmos problemas de maneira tradicional e depois no Software GeoGebra, quais as considerações que você tem a respeito dessa abordagem?

Utilizando o GeoGebra é mais fácil para visualizar o que a função está pedindo e de compreender, já de maneira tradicional é difícil de entender, compreender o que está sendo pedido.

e conferimento del alunni.

## Apêndice G

### Situações Problemas Aluno D

1- Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções:

Plano A e Plano B.

O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.

O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.

O gasto total ( $y$ ) de cada plano é dado em função do número  $x$  de consultas.

a) O gasto total de cada plano depende de que fator? *do fator  $x$ , que é igual ao número de consultas*

b) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano.  
Represente o Gráfico no GeoGebra?

*Plano A:  $y=100+50x$*

*Plano B:  $y=160+40x$*

c) Qual é o valor gasto pela pessoa no final do quinto mês em cada plano? *Plano A: R\$ 350,00*

*Plano B: R\$ 360,00*

d) Qual é o valor gasto pela pessoa no final do sexto mês em cada plano?

*Plano A: R\$ 400,00*

*Plano B: R\$ 400,00*

é Em que condições é possível afirmar que:

plano A é mais econômico : *até o quinto mês de consulta*

o plano B é mais econômico: *após o sexto mês*

os dois planos são equivalente: *no sexto mês*

2- Em um retângulo a largura é 2,5cm. Nessas condições, determine:

*Qual é a variável dependente e qual é a variável independente?*

*Variável dependente: comprimento*

*Variável independente: largura*

Represente graficamente essa situação no GeoGebra

A partir do gráfico, ou mesmo dos pares ordenados, determinar a função conhecendo seus valores em dois pontos distintos

$$Y= 5 + 2x$$

Calcule o perímetro do retângulo quando o comprimento for de 4 cm; 5,5cm; 6cm e 6,5cm.

*4cm: 13cm*

*5,5 cm: 16cm*

*6 cm: 17 cm*

*6,5 cm: 18 cm*

## Aluno A

1- Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções: Plano A e Plano B.

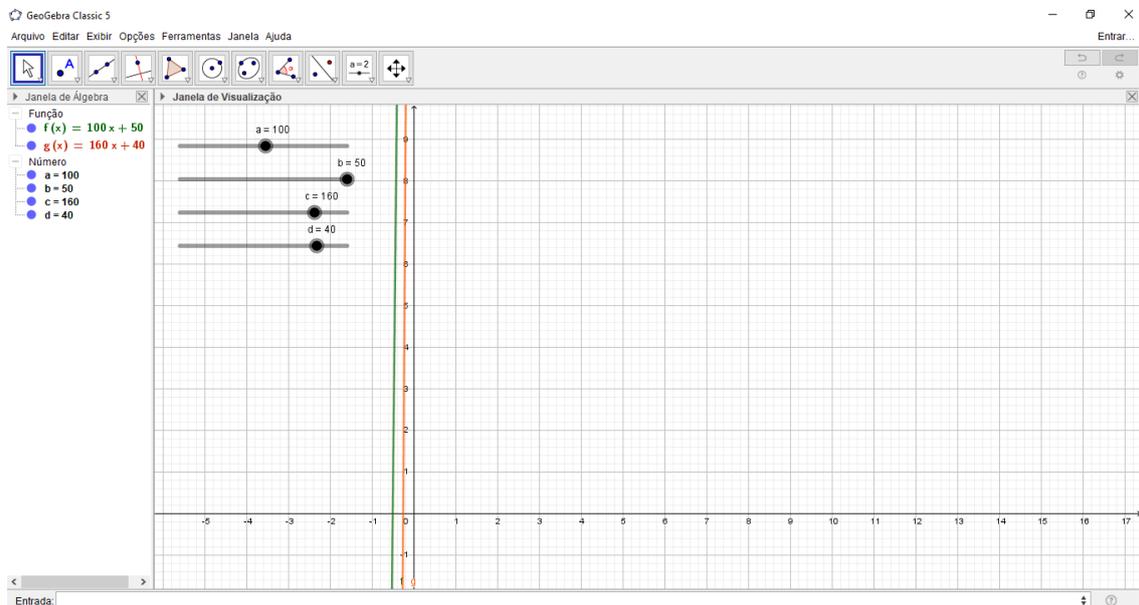
O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.

O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.

O gasto total ( $y$ ) de cada plano é dado em função do número  $x$  de consultas.

a) O gasto total de cada plano depende de que fator?  $A(x) = 100 + 50x$  e  $B(x) = 160 + 40x$ , então o valor total depende de  $x$ .

b) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Represente o Gráfico no GeoGebra?  $f(x) = ax + b$



c) Qual é o valor gasto pela pessoa no final do quinto mês em cada plano?

$$A(x) = 100 + 50 \cdot 15 = 850$$

$$B(x) = 160 + 40 \cdot 15 = 700$$

Plano A, R\$ 850,00 e Plano B, R\$ 700,00.

Qual é o valor gasto pela pessoa no final do sexto mês em cada plano?

$$A(x) = 100 + 50 \cdot 6 = 400$$

$$B(x) = 160 + 40 \cdot 6 = 340$$

Plano A, R\$ 400,00 e Plano B, R\$ 340,00.

Em que condições é possível afirmar que:

o plano A é mais econômico: para menos de 6 consultas

o plano B é mais econômico: para mais de 6 consultas

os dois planos são equivalentes: quando forem feitas 6 consultas

$$100 + 50x = 160 + 40x$$

$$50x - 40x = 160 - 100$$

$$10x = 60$$

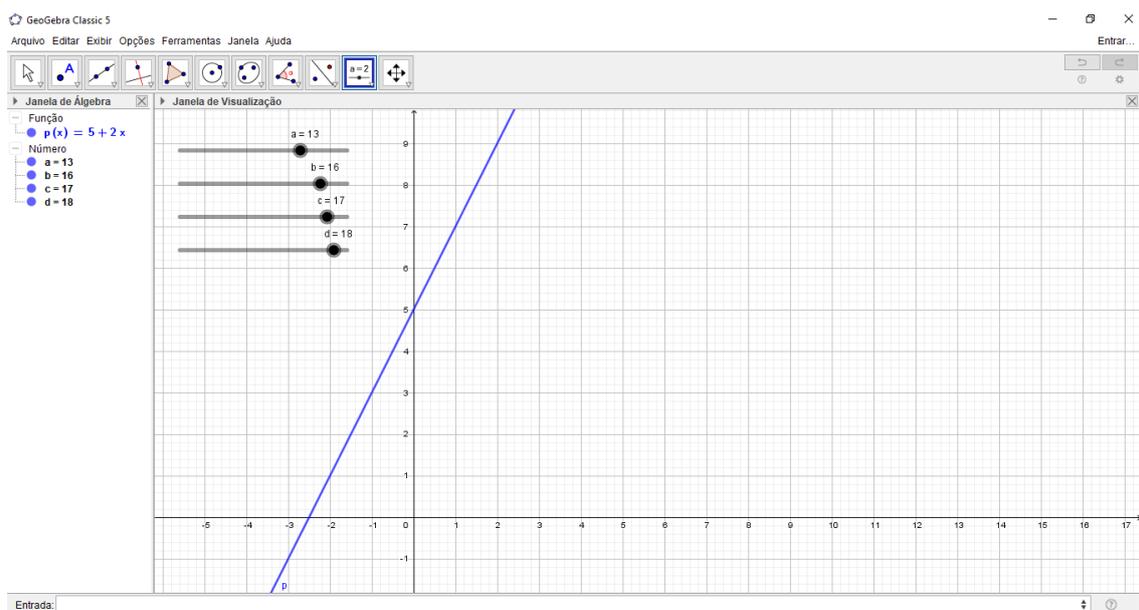
$$X = 6$$

2- Em um retângulo a largura é 2,5cm. Nessas condições, determine:

Qual é a variável dependente e qual é a variável independente?

A variável dependente é aquela que nunca varia, ou seja, a largura. E a variável independente é a que pode ser manipulável, ou seja, o comprimento neste caso.

Represente graficamente essa situação no GeoGebra



A partir do gráfico, ou mesmo dos pares ordenados, determinar a função conhecendo seus valores em dois pontos distintos

$$P(x) = 2x + 5$$

Calcule o perímetro do retângulo quando o comprimento for de 4 cm; 5,5cm; 6cm e 6,5cm.

$$P_1 = (2,5) \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 13$$

$$P_2 = (2,5) \cdot 2 + (5,5) \cdot 2 = 16$$

$$P_3 = (2,5) \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 17$$

$$P_4 = (2,5) \cdot 2 + (6,5) \cdot 2 = 18$$

## Aluno B

1- Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções:

Plano A e Plano B.

O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.

O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.

O gasto total ( $y$ ) de cada plano é dado em função do número  $x$  de consultas.

c) O gasto total de cada plano depende de que fator?

Do número de consultas .....

d) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano.  
Represente o Gráfico no GeoGebra?

$$y_A = 100 + 50x \quad \text{e} \quad Y_B = 160 + 40X$$

Qual é o valor gasto pela pessoa no final do quinto mês em cada plano?

Caso não haja consulta o plano A terá um custo de R\$ 100,00 e o plano B um custo de R\$ 160, 00

Qual é o valor gasto pela pessoa no final do sexto mês em cada plano?

Caso não haja consulta o plano A terá um custo de R\$ 100,00 e o plano B um custo de R\$ 160, 00

e) Em que condições é possível afirmar que:

o plano A é mais econômico? Com até 5 consultas

o plano B é mais econômico? A partir da sexta consulta os planos se igualam e a partir da sétima consulta o plano B passa a ser mais econômico

os dois planos são equivalentes? Com 6 consultas os planos se equivalem

2- Em um retângulo a largura é 2,5cm. Nessas condições, determine:

Calcule o perímetro do retângulo quando o comprimento for de 4 cm;  
5,5cm; 6cm e 6,5cm.

Comprimento 4 cm => perímetro 13 cm

Comprimento 5,5 cm => perímetro 16 cm

Comprimento 6 cm => perímetro 17 cm

Comprimento 6,5 cm => perímetro 18 cm

Qual é a variável dependente e qual é a variável independente?

Variável dependente é perímetro e o comprimento é a variável independente

Represente graficamente essa situação no GeoGebra

Não sei como fazer

A partir do gráfico, ou mesmo dos pares ordenados, determinar a função conhecendo seus valores em dois pontos distintos

## Apêndice H

Aluno C

1. Um motorista de Uber cobra R\$ 7,00 para andar 12 quilômetros. Com 22 quilômetros, quanto custa o valor?

a) Quanto custa o quilômetro?

b) Monte a lei da função. 1,16

c) Represente a função usando o GeoGebra. 1,16

A função é crescente e decrescente? Justifique.

d) Indique a variável dependente e independente.

e) Calcule o zero da função?

Aluno B  
Atividade Final

- 1) A partir da abordagem utilizada na presente pesquisa. Elabore uma situação problema com o conteúdo de funções a ser desenvolvida no GeoGebra.

**1- Uma pessoa vai escolher um Plano de Saúde entre duas opções:**

**Plano A e Plano B.**

**O Plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta.**

**O Plano B cobra R\$ 160,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta.**

**O gasto total (y) de cada plano é dado em função do número x de consultas.**

**a) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Sendo que o cliente efetuou 9 consultas no plano A e 5 no plano B durante o período de utilização. Represente o Gráfico no GeoGebra?**

**b) Qual é a equação da função (lei) correspondente a cada plano. Sendo que o cliente efetuou 15 consultas em cada plano durante o período de utilização. Represente o Gráfico no GeoGebra?**

- 2) Como foi a experiência de trabalhar o conteúdo de funções no Software GeoGebra?

**É uma experiência nova que deveria ser mais abordada na universidade, que facilita a visualização do formato de funções**

### **Atividade Final Aluno A**

- 1) A partir da abordagem utilizada na presente pesquisa. Elabore uma situação problema com o conteúdo de funções a ser desenvolvida no GeoGebra.

**Uma pessoa precisa escolher qual fábrica sairá com o custo mais baixo, sendo essas:**

**A fábrica de salgados A, vende salgados acima de 100 unidades, com uma taxa de R\$ 7,50 de serviço e o preço da unidade dos salgados fritos é de R\$ 0,30.**

**Já a fábrica de salgados B, vende salgados acima de 100 unidades, com uma taxa de R\$ 5,40 de serviço e o preço da unidade dos salgados fritos é de R\$ 0,35.**

**O gasto total (y) de cada fábrica é dado em função do número x de salgados.**

**a) Qual é a Lei da função de cada fábrica?**

**b) A partir da Lei encontrada acima, represente graficamente no GeoGebra.**

**c) Quanto a pessoa gastará se comprar 600 unidades em cada fábrica?**

**d) E se a pessoa comprar 1200 unidades, qual fábrica sairá mais econômica?**

**e) Em que condições é possível afirmar que:**

**I) A fábrica A é mais econômica:**

**II) A fábrica B é mais econômica:**

**III) As duas fábricas são equivalentes:**

- 2) Como foi a experiência de trabalhar o conteúdo de funções no Software GeoGebra?

**A experiência foi bem interessante, aprendi a utilizar muitos recursos que nunca havia utilizado em toda a graduação. Porém me senti muito insegura utilizando este software, seria muito difícil para mim utilizar este recurso em uma aula. Primeiro teria que estudar muito sobre este recurso, e rever muitos conceitos de funções. Mas em geral, gostei muito das atividades propostas.**

## Apêndice I

### Alguns Recortes de conversas com os alunos

Enc: Apostila de GeoGebra



Daniele mathias  
09/07/2017, 18:14

Responder | v



primeiros-passos-com-...  
1 MB

Baixar Salvar no OneDrive - Pessoal

Oi conforme comentei na aula anterior estou enviando a apostila sobre GeoGebra.  
A mesma eu obtive através do cadastro no curso que esta no link abaixo:  
<http://www.wreducacional.com.br>  
Att  
Daniele Mathias

WR Cursos Online grátis Com Certificado  
[www.wreducacional.com.br](http://www.wreducacional.com.br)

A apostila disponibilizada na primeira etapa também foi enviada por email.

28/11/2017 17:12

Oi [Redacted]

Preciso muito falar com vcs

Aluno B

oi

Aluno C

Oii

Como vcs sabem o estado está em greve  
E a minha pesquisa  
Seria desenvolvida na escola Cassiano

Aluno A

Oiii

Eu gostaria de saber qual a disponibilidade de  
horário de vcs  
Só pra aplicar umas duas no máximo três atividades  
no GeoGebra

Primeiras mensagens para a realização da segunda etapa da pesquisa.

15 DE MARÇO DE 2018 20:09

Boa Noite

enviei um email pedindo a ajuda de vcs

Aluno B

Blz 😊

são dois problemas que solicito que resovam no geogebra

são bem simples preciso do grafico

Aluno B

Até que dia tu precisa?

e o segundo anexo que enviei e solicitando que vcs criem uma situação problema e respondam so como foi trabalhar com o software

Se possivel ate o dia 22

Qualquer duvida estou a disposição por aki ou whats

53 991079234

Mensagem comunicando que o email com as atividades seria enviado.

 Daniele mathias  
qui 15/03, 21:08

Responder | v

mais 5 v

 Situações Problemas.doc  
28 KB

 Atividade Final.docx  
12 KB

2 anexos (40 KB) Baixar tudo Salvar tudo no OneDrive - Pessoal

Olá , como parte final da pesquisa solicito que respondam ao questionário em anexo.  
A seguir disponibilizo o link para acessar o software GeoGebra  
<https://www.geogebra.org/classic>  
Me coloco a disposição para eventuais duvidas.  
Desde já agradeço  
Daniele Mathias

---

Classic - GeoGebra  
[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

GeoGebra Math Apps. Graphing Calculator. Geometry, 3D Graphics. CAS. Spreadsheet. Probability. Exam. Tutorials. Classic - GeoGebra.  
GeoGebra Classic. Graphing ...

Email da atividade Final

Aluno A

Não sei se estou respondendo certo

Se minha lei tá certa

😄

Que vergonha

Não tem problema 😊

ai não sei mds

ahoiheoihaoeiha

vou te madar e tu ve se fiz errado 😊 ...

Situações Problemas.doc

Tá certo

A única coisa que ainda preciso e depois não te encho mais

E que crie uma atividade

Digite uma mensagem...

📎 🗨️ GIF 😊 🎤 🎮 📷 👍

### Recorte conversa com aluno A

Vocês agora estão conectados no Messenger.

Aluno B

10 DE ABRIL DE 2018 18:03

Oi dani tô fazendo tuas questões

Sobre o plano de saúde o valor gasto no quinto e sexto mes

Sem consulta alguma?

Oii

E os gráficos são aquelas retas feias mesmo

10 DE ABRIL DE 2018 19:49

Oi sim os gráficos são as retas mesmo

Desculpa a demora pra responder minha internet hj está uma porcaria

### Recorte conversa com aluno B

5 DE ABRIL DE 2018 19:47

Aluno C

Boa Noite [redacted] amanhã vcs estarão no Anglo?  
Se tiverem algum tempo posso ir até lá  
Desculpem a insistência 🙏

Eu vou estar

Qual horario não te atrapalho?

Eu vou estar umas 17 hrs

Tenho aula das 19 até 20:30

Dps to livre

Oii chego lá então pelas 17

Pode ser?

gite uma mensagem, @name...



## Recorte conversa com o aluno C

TRABALHO



Aluno B

ter 17/04, 21:25  
Você ↕

Responder | ▾



2 anexos (44 KB) Baixar tudo Salvar tudo no OneDrive - Pessoal

DEMOROU MAS CHEGOU, QUALQUER COISA CHAMA

## Atividade Final Aluno B

Re: Atividades de Funções



Aluno D

qui 05/04, 17:33  
Você ↕

Responder | ▾

Você respondeu em 06/04/2018 16:43.



Baixar Salvar no OneDrive - Pessoal

oi, eu resolvi o questionário, so não consegui colocar os gráficos, a minha internet não colabora.  
Att,

## Atividade Final aluno D