



## A TRISSECÇÃO DO CUBO COMO LÓGICA EM AÇÕES PROJETUAIS DE ARQUITETURA

*BORDA, Adriane<sup>1</sup>; MARTINS, Gabriel<sup>2</sup>; TOALDO, Valentina<sup>3</sup>.*

<sup>1</sup> FAUrb/UFPel - adribord@hotmail.com

<sup>2</sup> FAUrb/UFPel - gabriel\_m\_silva@hotmail.com

<sup>3</sup> FAUrb/UFPel - valentinatbrum@hotmail.com

### Resumo

Este estudo explora a compreensão da trisseção do cubo como estratégia de potencialização de ações projetuais de arquitetura. Partiu-se da revisão do conceito e da materialização de exemplos de subdivisão do cubo em três partes iguais, seguidas da tentativa de implementação desta lógica por meio de técnicas de desenho paramétrico. Em um segundo momento, buscou-se detectar processos compositivos, arquitetônicos, que pudessem ser associados à estratégia desta trisseção. Ao identificar uma composição passível de ser associada a esta lógica, resultado de uma atividade criativa de caráter livre no âmbito de uma disciplina de projeto, configurou-se um objeto de aprendizagem para promover a apropriação do conceito de maneira sistematizada. O estudo contribui para o desenho didático de atividades que explicitam a conveniência de integrar o ensino de projeto, geometria e representação. Além disto, oportunizou a experimentação de técnicas contemporâneas de projeto de arquitetura, como se estabelece a associação entre a parametrização e a fabricação digital.

**Palavras-chave:** Geometria; Desenho Paramétrico; Projeto de Arquitetura.

### Abstract

This study explores the understanding of cubic trisection as a strategy of enhancement of architectural design actions. Started with a review of concept and materialization of examples of a cube subdivision in three equal parts, followed by the attempt to implementation this logic using techniques of parametric design. In a second moment, searched for detect compositions and architectural processes that could be associated with the cubic trisection. By indentifying a composition likely to be associated with this logic resulting from a creative activity in the scope of an architectural project, set as a learning object to promote the appropriation of the concept in a sistematic way. The study contributes to idealize didactive activities that show the convinience of integrating the architectural project, geometry and graphic representation. Moreover, it gave an opportunity of experimenting contemporary techniques of architectural Project, as the association between parametric design and digital fabrication.

**Keywords:** Geometry; Parametric Design; Architectural Project.

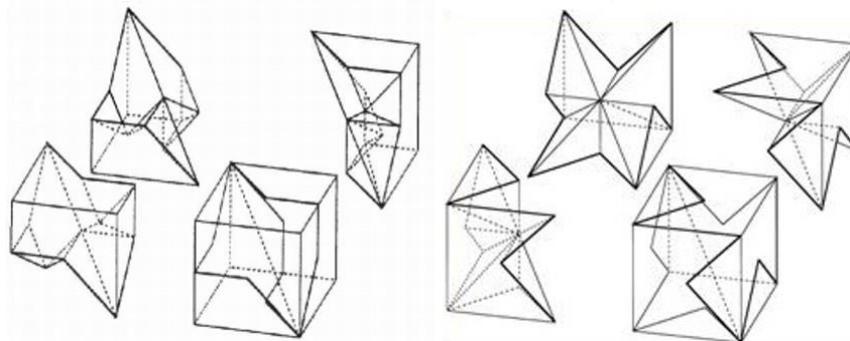
## 1 Introdução

A lógica da trisseção do cubo, abordada em Loureiro (1996), refere-se à divisão do cubo em três partes iguais, tanto em volume quanto em área externa de suas faces. Parte da compreensão de que qualquer ponto sobre uma diagonal do cubo tem a propriedade de realizar esta operação, por poder se caracterizar como centro de projeção, conectando pares de faces.

Imagina-se que ao simular, em um ambiente virtual, este tipo de operação, além de desfrutar da ludicidade da ação, apropria-se de um potencial criativo para a prática projetual. Ao deslizar este lugar geométrico no cubo, deriva uma infinidade de figuras, estimulando pensar em suas possíveis aplicações.

Investindo-se em uma busca específica sobre exemplos de aplicação deste conceito em bancos de dados acessíveis de maneira aberta, em formatos científicos ou mesmo de divulgação, foram identificadas, além daquela já mencionada em Loureiro (1996), poucas abordagens. Uma delas dirigida à matemática (BOKOWSKI e KING, 2005), ilustrada, pela Figura 01, envolvendo essencialmente formas poliédricas, planificáveis. Sendo possível observar a geração de três módulos idênticos que se encaixam perfeitamente para conformar um cubo. De acordo com a localização do ponto de projeção e com a complexidade da figura que se repete em cada uma das seis faces (sob a lógica projetiva), o quebra-cabeça é mais ou menos instigante.

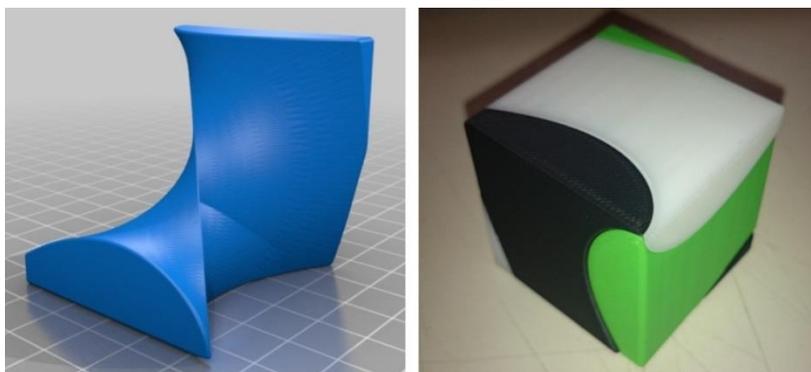
Figura 01: Diferentes resoluções de trisseção do cubo.



Fonte: Bokowski e King (2005).

Outra aplicação identificada refere-se ao design de objetos de arte/mobiliário (THINGIVERSE, 2015), Figura 02. Neste caso a figura que se repete envolve formas curvas e a produção dos objetos se utilizou de técnicas de fabricação digital, por impressão 3D, resolvendo a questão da impossibilidade de planificação.

Figura 02: Resolução de trissecção do cubo utilizando formas curvas.



Fonte: Thingiverse (2015).

Por outro lado, entendendo-se a operação da trissecção do cubo como um procedimento que decorre da parametrização do lugar de um centro de projeção que se apoia em qualquer diagonal do cubo, associa-se diretamente o estudo ao que tem sido caracterizado sob o conceito de desenho paramétrico.

O desenho paramétrico é uma técnica baseada na utilização de parâmetros, explicitamente descritos, para a geração da forma através de uma hierarquia de associações geométricas (BURRY, 2008). Desta maneira, a atribuição de diferentes valores a parâmetros determinados podem gerar múltiplas variações, mantendo as condições topológicas da forma (OXMAN, 2006). Para usufruir destas facilidades, idealizadas no âmbito de qualquer processo de projeto, faz-se necessário configurar um sistema parametrizado, de geometria dinâmica. A hierarquização de associações geométricas exige a declaração dos parâmetros, de maneira formal nos termos matemáticos. E, para valer-se da simulação digital e de um controle interativo, exige um domínio de linguagens de programação, em termos computacionais. Em processos formativos de arquitetura, em que normalmente não estão incluídas práticas de representação cuja linguagem algébrica e informática não estão associadas à linguagem gráfica, as técnicas de desenho paramétrico tem sido utilizadas por meio de uma linguagem de programação visual. Isto tem sido oportunizado por ferramentas que conectam a programação visual com os sistemas CAD (Computer Aided Design).

Considerando o uso de sistemas CAD não somente para a tarefa de representação de uma forma em um estado específico, mas sim atribuindo a função

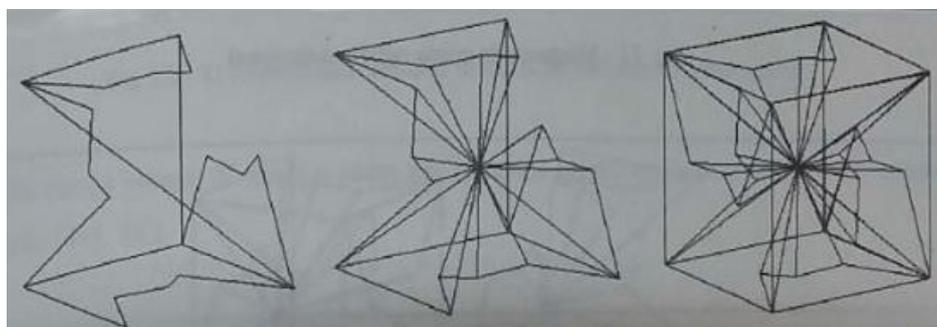
de controle preciso de processos de transformação e derivação desta em uma família de formas, o conceito de desenho paramétrico vem ganhando espaço em contextos formativos de Arquitetura e Urbanismo brasileiros. A partir de uma revisão sistemática de artigos do repositório internacional Cumincad, publicados entre 2010 e 2016, Vasconcelos e Sperling (2016), constataram que, dentre os relatos científicos de uso de algum tipo de interação paramétrica em práticas de ensino de projeto de arquitetura em ambientes digitais, 66% dos casos referem-se a experiências brasileiras. Neste contexto e também buscando construir um repertório de experiências com o uso das técnicas de desenho paramétrico, tem-se questionado sobre que tipo de infraestrutura didática se faz necessária junto à formação em arquitetura.

A partir destas considerações, este trabalho buscou compreender a lógica da trissecção do cubo, associada ao propósito de apropriação das técnicas de desenho paramétrico e fabricação digital. Lançou-se a hipótese de que o emprego desta lógica junto às práticas de projeto de arquitetura seja apropriado para exemplificar como as técnicas referidas podem potencializar a ação criativa.

## 2 A trissecção do cubo e as aplicações identificadas

Loureiro (1996) aborda o conceito de trissecção do cubo como resultado de uma homotetia inversa. A Figura 03 ilustra este conceito, observando-se a associação entre as figuras de duas faces opostas. Esta projeção resulta em figuras topologicamente iguais, as quais foram projetadas, por um único ponto localizado sobre a diagonal do cubo. A transformação por projetividade inverte a figura e, pode-se imaginar que o deslizamento do ponto de projeção sobre tal diagonal provoca a variação de escala de uma figura em relação à outra.

Figura 03: Sequência de construção de um módulo correspondente a 1/3 do cubo.



Fonte: Loureiro (1996)

A homotetia, sendo um caso particular da homologia, tem sido tratada junto aos estudos de Geometria Descritiva e Perspectiva, especialmente para estruturar os discursos que explicam os sistemas projetivos, por feixes de retas com pontos próprios

e impróprios, os métodos descritivos de rebatimento, ou qualquer outro procedimento gráfico de projeção. Entretanto, dadas as constantes reduções de carga horária para abordar estes conteúdos, no contexto em que se insere este trabalho, percebe-se que muitos estudantes não tomam consciência da importância de tal conceito. Tão pouco existe espaço para demonstrações algébricas destas transformações geométricas. Por decorrência, existe uma apropriação de parte da estrutura do saber tratado, especificamente aquela de automatização, por meios gráficos, da técnica para a resolução de problemas particulares. Sendo assim, tal tipo de abordagem não promove a compreensão desta técnica para que seja interpretada com seu potencial para resolver uma classe de problemas e não especificamente um único, no caso para a obtenção de uma representação em vistas ou em perspectiva de um objeto.

O conceito de homologia, implícito então em todo processo projetivo, seja de ponto próprio (cônico) ou impróprio (cilíndrico), tem a homotetia como um de seus casos especiais de transformação geométrica. (FERNÁNDEZ, 1983; COSTA, 1990; SOUZA, COSTA e SIQUEIRA, 2009). A possibilidade de demonstrar este conceito, de maneira didática, vinha sendo possível a partir de ferramentas específicas, de geometria dinâmica, como, por exemplo, GeoGebra<sup>1</sup> e Cabri<sup>2</sup>. Entretanto isto exigia mais um esforço de apropriação de tecnologia por parte do estudante. Atualmente, por meio de técnicas de desenho paramétrico, se consegue conectar ferramentas que transitam em ações projetuais de arquitetura e que permitem a parametrização, a geometria dinâmica.

### **3 Materiais e Métodos**

O estudo se desenvolveu inicialmente como um exercício de apropriação das técnicas de desenho paramétrico, especificamente utilizando-se da associação do software Rhinoceros ao plugin Grasshopper. A trisseção do cubo foi tomada como motivação para este exercício.

Para compreender e aplicar este conceito geométrico foram empregadas técnicas que vêm ganhando espaço em práticas contemporâneas de Arquitetura: o desenho paramétrico e a fabricação digital. Com isto, a materialização de formas complexas fica facilitada, seja pelas técnicas de corte a laser ou por impressão 3D.

Para o desenvolvimento da programação visual, representação ilustrada à direita da Figura 04, partiu-se da consideração de que traçando as quatro diagonais do cubo, obviamente, é possível obter seis pirâmides de base quadrada. Estas pirâmides são

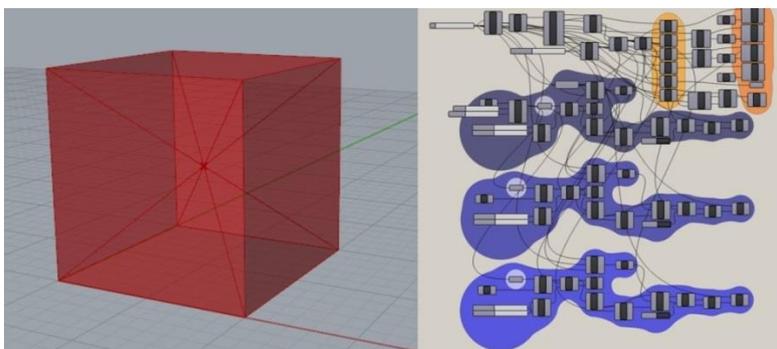
---

<sup>1</sup> Software GeoGebra: <https://www.geogebra.org/>

<sup>2</sup> Software Cabri: <http://www.cabri.com/>

geradas pelo código da região destacada em amarelo; o procedimento de planificação destas figuras está sendo executado pela região que está em laranja; e em tons de azul está a região que agrupa as sequencias de procedimentos que realizam as operações de projeção de formas poligonais a partir de um ponto na diagonal, associando os pares de faces opostas, relação que ilustra o conceito de homotetia inversa. Existem três esquemas azuis idênticos, referindo-se assim à lógica da tripartição, neste caso controlando a associação de faces, duas a duas.

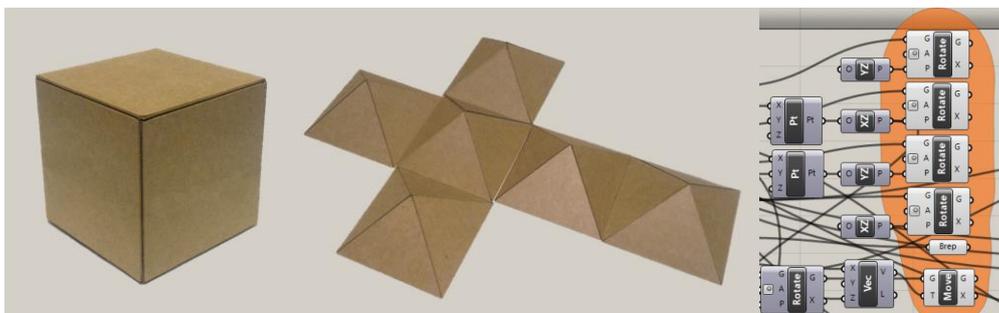
Figura 04: Modelagem paramétrica de um cubo, envolvendo o conceito de trisseção: à esquerda, modelo tridimensional; à direita, programação visual que lhe deu origem.



Fonte: Autores

Cada pirâmide representa  $1/6$  do volume e  $1/6$  da área externa do cubo. Esta lógica é materializada, e ilustrada pela Figura 05, com o propósito de associar a parametrização do procedimento de planificação (à direita da Figura tem-se a ampliação da região laranja apresentada na Figura 05) e com isto disponibilizar os modelos físicos por meio da fabricação digital por corte a laser. Duas pirâmides, sejam elas de faces opostas ou adjacentes entre si, representam  $1/3$  do volume do cubo e assim como suas bases,  $1/3$  da área externa do cubo.

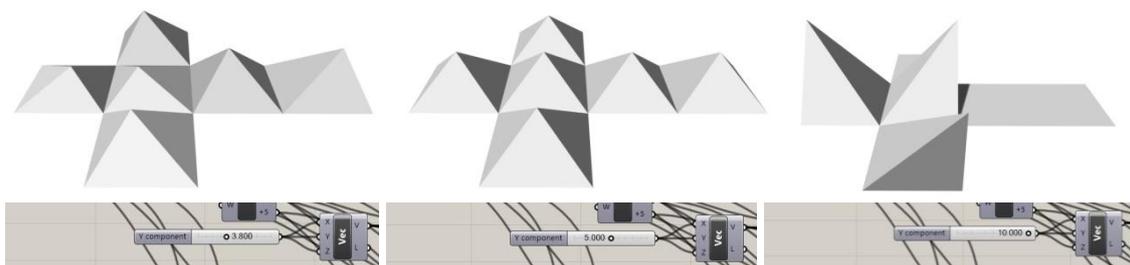
Figura 05: À esquerda o cubo tripartido e montado; no centro, desmontado em seis pirâmides; à direita, programação visual da operação de planificação.



Fonte: Autores

A Figura 06 ilustra os efeitos do deslocamento do ponto sob a diagonal, controlando de maneira dinâmica a associação direta entre as formas. Um exercício potente no âmbito de processos projetuais de arquitetura. À esquerda, formas geradas quando o slider (parâmetro numérico) que define a posição do ponto sobre a diagonal encontra-se instanciado no valor 3.8; ao centro, slider com valor 5.0, correspondente ao centro geométrico do cubo; e à direita, slider com valor 10.0, correspondendo a um vértice do cubo e ponto extremo da diagonal.

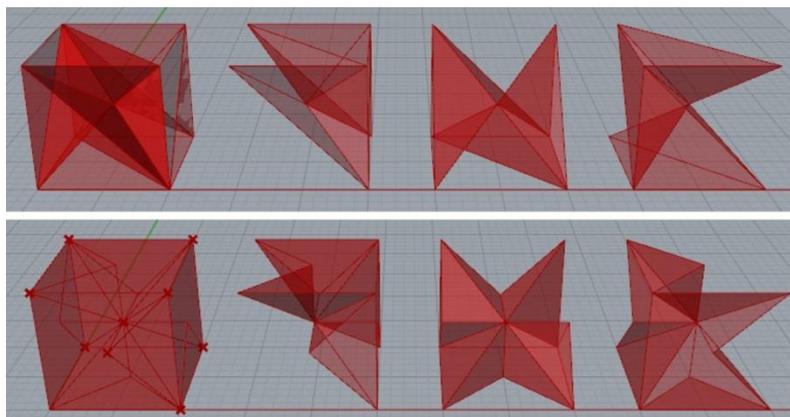
Figura 06: exemplos do efeito do deslocamento do centro de projeção sobre a diagonal, da esquerda para a direita: próximo ao centro do cubo, no centro do cubo e em um vértice do cubo.



Fonte: Autores

Somando-se a isto, sob esta mesma lógica de homotetia inversa, as faces do cubo (bases das pirâmides), podem ser subdivididas sob qualquer poligonal, ampliando as possibilidades compositivas. Sendo assim o cubo pode ser composto e decomposto por elementos derivados desta lógica, como ilustra a Figura 07.

Figura 07: Subdivisões do cubo sob diferentes poligonais.

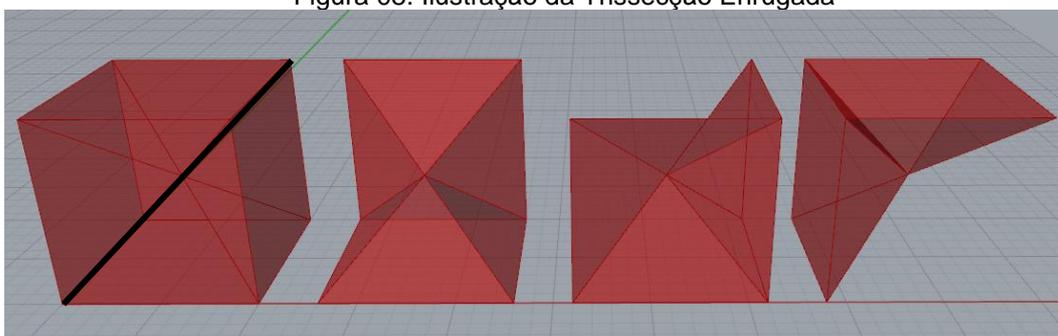


Fonte: Autores

A outra maneira de utilização do conceito da trisseção foi associando as pirâmides em pares, gerando três módulos, para isto as pirâmides com faces adjacentes foram unidas, como ilustra a Figura 08. Uma das quatro diagonais do cubo

passa a ser um eixo comum de simetria de rotação de  $120^\circ$  de cada um dos três módulos trisseccionados, a qual se pode denominar diagonal principal (Figura 07). As outras três, serão nomeadas simplesmente como diagonais. Desta forma, trabalhando com três módulos tem-se a trisseção classificada por Huff (2004) como *Puckered Trisection*, em tradução livre, Trisseção Enrugada.

Figura 08: Ilustração da Trisseção Enrugada



Fonte: Autores

De acordo com os autores de referência, foram percebidas duas formas de trabalhar com poligonais sobre as faces do cubo. A primeira, utilizada por Bokowski e King (2005), consiste em aplicar uma poligonal a uma face e rotacioná-la a  $120^\circ$  utilizando como eixo uma das diagonais, eleita como principal. Em seguida, estas poligonais são espelhadas em direção ao vértice oposto da diagonal principal. Já Loureiro (1996), após inserir a poligonal realiza o mesmo giro de  $120^\circ$ , porém não espelha as formas. A autora se utiliza dos conceitos de homotetia inversa, vistos anteriormente neste trabalho, para projetar as poligonais através do centro do cubo.

Para a construção de um módulo, em ambos os casos, os vértices das poligonais são unidos ao centro do cubo, ou a qualquer vértice pertencente à diagonal principal.

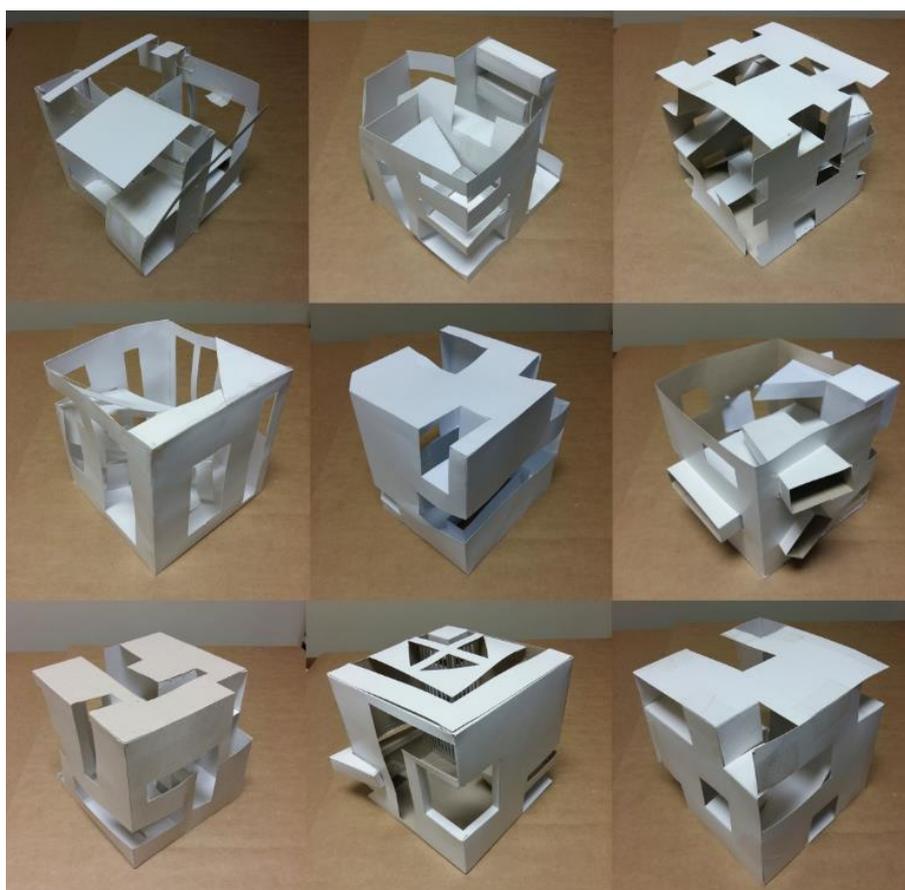
Percebendo a potencialidade que este conceito pode apresentar para a composição formal em processos de projeto de arquitetura passou-se a investigar tipos de atividades didáticas desenvolvidas no âmbito da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Pelotas (FAUrb/UFPel) que oportunizassem o seu emprego. Identificou-se que no segundo semestre de 2016, na disciplina de Expressão e Representação Gráfica 3 (ERG 3), foi realizado um exercício de composição cuja proposta foi de intervenção em um cubo, buscando gerar uma volumetria com potencial para se tornar uma obra de arquitetura. Esta atividade didática foi apresentada com o seguinte discurso:

“os estudantes deveriam explorar o cubo realizando cortes com subtrações. Os cortes deveriam acontecer em todas as faces do cubo, para que não ficasse nem muito aberto e nem muito fechado, sem perder a identidade geométrica da forma (o cubo). Deveriam

equilibrar os cheios e vazios. De maneira uniforme, mas sem repetição. O tipo de corte deveria ter uma linguagem. Poderiam ser misturados cortes retangulares e triangulares, mas deveriam ser repetidos em várias faces do cubo. O exercício não incluiu a representação gráfica, somente o estudo diretamente sobre um modelo físico no tamanho 20 x 20, em papel triplex, cor branca sem textura para não interferir na percepção dos cortes. Maquete de estudo, sem preocupação com acabamentos.” (informação verbal)<sup>3</sup>

A equipe docente, ao ser entrevistada, fez questão de enfatizar a necessidade de promover uma atividade livre de uma conceituação geométrica sistematizada, justificando o propósito de não interferir no processo criativo. Os tipos de modelos produzidos pelos estudantes estão ilustrados pela Figura 09. Foram produzidos 30 modelos, projetos individuais. Estes modelos foram analisados e identificou-se apenas um que sugeriu a associação com o conceito da trisseção tendo a este sido atribuída uma das melhores notas da turma.

Figura 09: Resultados do exercício de composição de um cubo realizado na FAUrb/UFPel no segundo semestre de 2016.



Fonte: Autores

---

<sup>3</sup> Transcrição da fala docente, em entrevista pelos autores, em maio de 2017.

As imagens da Figura 10 ilustram a composição que pode ser explicada a partir do conceito de trisseção. O estudante foi questionado em relação ao processo de criação, constatando-se que não tinha consciência da lógica empregada. Os docentes também foram questionados, e explicaram a avaliação essencialmente com uma terminologia subjetiva, tal como o enunciado da proposta de atividade.

Figura 10: Exercício de composição de um cubo associado à trisseção do cubo



Fonte: Leonardo Lourenço, 2016.

Dialogando-se com a equipe docente, promoveu-se a demonstração da lógica da trisseção, observando-se as correspondências entre os elementos objetivos, advindos da geometria, e os subjetivos, advindos da área de projeto. Desta maneira, estabelecendo-se uma primeira aproximação para o desenho de uma atividade integrada entre os saberes envolvidos: geometria, representação e projeto.

#### **4 Resultados e Discussão**

O estudo da lógica da trisseção do cubo e o exercício de implementação desta lógica por meio de técnicas de desenho paramétrico resultaram na estruturação de um material didático dirigido ao contexto formativo de projeto de arquitetura. A programação visual está sendo disponibilizada como um dispositivo digital que permite o controle interativo desta lógica, interpretado como um jogo didático. Com isto além de facilitar a compreensão da trisseção do cubo o material introduz o uso do desenho paramétrico. Os modelos físicos, decorrentes de tais estudos, oportunizam a difusão, de maneira lúdica, de tal conceito, promovendo o interesse na compreensão do mesmo. O manuseio com o “quebra-cabeça” tridimensional de uma trisseção pode se estabelecer como um exercício didático para ativar o raciocínio lógico e arquitetônico. O conjunto dos exercícios promoveu a exploração dos processos contemporâneos de projeto e representação: conexão entre desenho paramétrico e fabricação digital. Identificou-se o uso intuitivo da lógica da homotetia inversa junto a uma atividade didática de projeto, tendo sido considerado, para a equipe docente de projeto, um caso

de sucesso como resultado estético. Pressupõe-se que a exposição do conceito da trisseção, como repertório para a organização da forma, anteriormente aos exercícios criativos de projeto, possa promover que mais estudantes se apropriem e investiguem processos compositivos diferenciados. Entende-se da importância em reconhecer que o processo de projeto envolve uma postura paramétrica, independentemente de se utilizar das tecnologias atuais de parametrização da forma. Mas, que tais tecnologias permitem facilitar tal processo.

## **5 Conclusão**

Este estudo teve a particularidade de promover, desde a pesquisa advinda da área da geometria e representação, uma reflexão sobre uma ação didática na área de projeto de arquitetura. Agregou todos os agentes envolvidos, compreendendo os reflexos de um método projetual, como se estabelece o desenho paramétrico, para integrar efetivamente a geometria, a representação e o projeto. Promoveu, junto a estes agentes, a compreensão da lógica da trisseção do cubo como estratégia de potencialização de ações projetuais de arquitetura. E, como diferencial junto à dinâmica da ação didática neste contexto, motiva à postura autorreflexiva do projetista. Por que eu gosto? Por que a crítica de arquitetura aprecia? Como é o meu processo criativo? Quais as lógicas que eu emprego? Ao detectar soluções formais que poderiam estar associadas à trisseção, demonstrou-se o quanto a apropriação de tal conceito, a partir de uma ação didática sistemática, poderia ter explicitado de maneira objetiva a percepção de ritmos e harmonias. Por um lado, os resultados do estudo permitiram incrementar o repertório técnico e formal ao processo criativo dos estudantes envolvidos. Por outro, disponibilizam um suporte didático para potencializar o discurso docente no âmbito das áreas envolvidas: geometria, representação e projeto. A trisseção do cubo foi explorada, concretamente, para exercitar a parametrização, a fabricação digital e para explicar lógicas de processos compositivos, demonstrando-se apropriada para todos estes objetivos.

## **Agradecimentos**

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) e à Universidade Federal de Pelotas (UFPel) pelo apoio ao Projeto ACORDA, através de bolsas de iniciação científica. Agradecemos às professoras Natalia Naoumova e Laura Lopes Cezar e ao acadêmico de Arquitetura e Urbanismo Leonardo Lourenço, por facilitarem o estudo, disponibilizando o material para análise e respondendo aos questionamentos da pesquisa. Além disto, agradecemos à

Professora Luisa Félix Dalla Vecchia, que mesmo afastada para estudos de doutorado, segue dando apoio aos estudos de desenho paramétrico.

## Referências

BURRY, J. R. **Mindful Spaces: Computational Geometry and the Conceptual Spaces in which Designers Operate**. International Journal of Architectural Computing, 2008.

BOKOWSKI, J.; KING, S. **Darstellende Geometrie I**. Technische Universität Darmstadt. WS 2004/2005. Disponível em: <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/visbook/huff/huff2.htm>

HUFF, William S..**Consecutive and/or Conclusive Improvements: Trisecting the Cube**. Symmetry: Art and Science, 2004.

LOUREIRO, Maria Alzira. **A Estratégia do Cubo: “A Trisseccção”**. In: I International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design; XXII Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Graphica, Florianópolis, Brasil, 1996.

OXMAN, R. **Theory and design in the first digital age**. In: Design Studies 27. London: Elsevier, 2006.

THINGIVERSE. **Trisection of a cube**, 2015. Comunidade online. Disponível em: <http://www.thingiverse.com/thing:629887>

VASCONSELOS, Tássia Borges de; SPERLING, David Moreno; **"Entre representações, parâmetros e algoritmos: um panorama do ensino de projeto de arquitetura em ambiente digital na América Latina"**, p. 94-100. In: XX Congresso de la Sociedad Iberoamericana de Gráfica Digital [Blucher Design Proceedings, v.3 n.1]. São Paulo: Blucher, 2016.