



Ensino de probabilidade: uma análise praxeológica em livros didáticos da educação básica

Janielly Taila dos Santos Verbisck¹

GD₁₂ – Ensino de Probabilidade e Estatística

Este projeto de pesquisa está sendo desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat), curso de mestrado, na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, e está vinculado ao grupo de estudos em Didática da Matemática (DDMat)². Tem como objetivo analisar a proposta de ensino da probabilidade ao longo da educação básica. A relevância deste conteúdo é apontada em documentos oficiais e pesquisas realizadas; uma das razões é por estar presente em nosso cotidiano devido aos acontecimentos de natureza aleatória aos quais estamos sujeitos. Assim, analisaremos três coleções de livros didáticos, de mesma autoria, uma de cada nível de escolaridade, aprovadas pelos Programa Nacional do Livro Didático dos anos de 2016, 2017 e 2018, utilizando como referencial teórico-metodológico a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard. Com esse aporte teórico e metodológico será possível modelar e analisar as escolhas matemáticas e didáticas dos autores das coleções.

Palavras-chave: Probabilidade; organização matemática; organização didática; livro didático.

Introdução

Durante minha formação acadêmica, especificamente no segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática tive a oportunidade de participar do Programa de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), no qual adquiri importantes experiências em sala de aula por meio do desenvolvimento de projetos para a escola a qual atuávamos. Realizávamos reuniões semanais para compartilharmos, com o grupo, a execução de tais projetos. Nesses momentos de encontro eram promovidos, também, o estudo e a discussão de diferentes textos e foi com o PIBID que passei a conhecer mais sobre Educação Matemática.

Com essas experiências, percebi a relevância de se discutir questões relacionadas à Educação, o que me levou a continuar os estudos. Busquei, então, por grupos de pesquisa do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

¹ Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, e-mail: janielly.verbisck@gmail.com, orientadora: Dra. Marilena Bittar.

² Site: www.grupoddmat.pro.br



(UFMS) e foi no Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat) que comecei, desde 2014, a participar de reuniões com discussões sobre educação, ensino e aprendizagem. Foi também nesse grupo que entrei em contato com pesquisas realizadas sobre análise de livros didáticos, bem como pesquisas realizadas no Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório (GerAção), da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), que me inspiraram a propor a intenção de pesquisa na seletiva do mestrado. Meu interesse inicial consistia em analisar o conteúdo de probabilidade em coleções de livros didáticos, mas sem um nível de escolaridade definido. Após o ingresso no mestrado e discussões no DDMat iniciamos os estudos preliminares para então decidirmos que tipo de pesquisa contribuiria mais para este campo de estudos sobre o ensino da probabilidade.

Assim, investigamos o que foi apontado nos Guias mais recentes do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) quanto à probabilidade nas coleções aprovadas dos anos iniciais ao ensino médio. Ressaltamos que o PNLD tem como objetivo ajudar o trabalho do professor na escolha pela coleção que será utilizada na instituição de ensino a qual pertence. Trienalmente, coleções são avaliadas e distribuídas nas escolas públicas, conforme a escolha de cada instituição. Para auxiliar nessa escolha, ao final de cada avaliação, o Programa publica um Guia que é encaminhado às escolas com as resenhas dos livros que são aprovados.

No Guia PNLD dos anos iniciais é apontado que:

O estudo de probabilidade é bastante reduzido nas coleções destinadas aos dois primeiros ciclos do ensino fundamental, o que é justificável dada a complexidade dos conceitos envolvidos. Por outro lado, com base na concepção de que mesmo esses conceitos mais complexos devem ser abordados, com a devida gradação, desde os primeiros anos escolares, têm sido propostas atividades que iniciam o aluno nos conceitos básicos de experimentos aleatórios [...]. (BRASIL, 2015, p.56)

Vemos, assim, que estão sendo propostas atividades em torno de conhecimentos probabilísticos desde os anos iniciais do ensino fundamental. A pouca atenção nesse nível de escolaridade pode até ser justificada pela complexidade desses conceitos. Nas coleções dos anos finais, o Guia apontou que:



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Considerando-se cada coleção em seu todo, a análise das obras aprovadas revelou que, em pouco mais da metade delas, os cinco campos da matemática escolar recebem atenção equilibrada. As demais apresentam algum tipo de excesso de um dos campos em detrimento de outros. Em geral, o campo privilegiado é o dos números e operações e os que recebem **atenção abaixo do esperado** são o de grandezas e medidas e o de estatística e probabilidade. (BRASIL, 2016, p. 25, grifo nosso)

O Guia apontou, ainda, que a “maioria das coleções reserva, aproximadamente, 9% de suas páginas ao estudo de temas do campo de estatística e probabilidade”. (BRASIL, 2016, p.46).

Fizemos, então, o levantamento dos documentos oficiais que servem de apoio aos docentes que atuam na educação básica, com o intuito de mostrar a relevância deste conteúdo em toda essa etapa de escolarização. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), cuja probabilidade faz parte do bloco de conteúdos intitulado Tratamento da Informação, é apontada sua relevância e sua finalidade, sendo a de que:

[...] o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p.40)

Nesta etapa do ensino, as crianças são estimuladas a realizar as experimentações e elencar todos os resultados obtidos, todas as possibilidades desses experimentos. Para os anos finais, amplia-se essa recomendação, pois além de ser possível apontar presumíveis resultados desses eventos, os PCN (1998) afirmam também que é possível “[...] até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles.” (BRASIL, 1998, p.52). Além disso:

Neste ciclo, também amplia-se a exploração das possibilidades de quantificar o incerto. Com as noções elementares de probabilidade os alunos aprenderão a determinar as chances de ocorrência de alguns eventos (moedas, dados, cartas). Assim, poderão ir se familiarizando com o modo como a Matemática é usada para fazer previsões e perceber a importância da probabilidade na vida cotidiana. (BRASIL, 1998, p.70)



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Já para o ensino médio, a probabilidade aparece no bloco de conteúdos intitulado Análise de dados e probabilidade, o qual as Orientações Curriculares para o ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – reafirmam essa importância e recomendam esse conteúdo. Uma das razões de sua relevância e recomendação está “na importância das ideias de incerteza e de probabilidade, associadas aos chamados fenômenos aleatórios, presentes de forma essencial nos mundos natural e social ”. (BRASIL, 2006, p.78).

Confirmada sua importância em toda a educação básica, levantamos a seguinte questão para ser investigada na pesquisa: Como é proposto o ensino de Probabilidade em livros didáticos da educação básica? Para responder a essa questão, elencamos o objetivo geral e os objetivos específicos no tópico a seguir.

Objetivos

Objetivo Geral

Analisar o ensino de probabilidade proposto em livros didáticos da educação básica.

Objetivos Específicos

- Modelar e caracterizar as Organizações Matemáticas três coleções de mesma autoria, dos Anos Iniciais ao Ensino Médio, aprovadas pelo PNLD dos anos de 2016, 2017 e 2018, respectivamente;
- Modelar e caracterizar as Organizações Didáticas de três coleções de mesma autoria, dos Anos Iniciais ao Ensino Médio, aprovadas pelo PNLD dos anos de 2016, 2017 e 2018, respectivamente;
- Analisar a evolução das Organizações Didáticas e Matemáticas propostas para o ensino de probabilidade para a educação básica.

Revisão de literatura

Nossa justificativa para a análise deste conteúdo em livros didáticos da educação básica se dá por fatores apontados em resultados de pesquisas. A primeira pesquisa que destacamos é de Coutinho (1994), que teve como objetivo “mostrar as vantagens encontradas quando



da utilização da visão frequentista para o ensino dos primeiros conceitos de probabilidade. ” (COUTINHO, 1994, p.8). A escolha pela visão frequentista, proposta por Jacob Bernoulli, se deu por buscarem por experimentos não só equiprováveis, mostrando que este também é um agente facilitador para aprendizagens de conceitos básicos da probabilidade. Com este estudo ficou evidente a importância de se trabalhar não só a visão clássica de probabilidade, razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades, mas também a frequentista, que aproxima a probabilidade de um evento pela sua frequência quando repetida a experiência inúmeras vezes.

Silva (2002) também elaborou e executou sequências didáticas com alunos do ensino médio em sua pesquisa, com o enfoque nas duas visões, mostrando a importância destas na aprendizagem de conceitos probabilísticos. Oliveira (2006, p. 3) realizou uma análise “dos conteúdos de Probabilidade e Estatística de uma amostra de livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio, editados entre 1992 e 2005. ”. Nesta análise, evidenciou-se o pouco destaque que tais conteúdos recebem nos livros didáticos do ensino médio e, inclusive, conceitos errôneos na abordagem dos mesmos.

Abe (2011) investigou a aprendizagem de probabilidade por alunos do 9º ano do ensino fundamental a partir de situações envolvendo, também, as visões clássicas e frequentista, evidenciando, ao final, as vantagens de se trabalhar com essa dualidade na introdução de tal conteúdo. Essas pesquisas trouxeram, então, contribuições aos estudos quanto ao ensino da probabilidade e reforçam a continuidade e ampliação desses estudos por meio de novas pesquisas que poderão ser desenvolvidas.

Além disso, quanto a analisar este conteúdo em livros didáticos, na publicação de Santana e Borba (2010), afirma-se que:

Torna-se relevante [...] analisar como livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam o conceito de *probabilidade*, identificando quais noções são trabalhadas pelos autores e se são propostas atividades que tenham a resolução de problemas como eixo central, numa visão ampla em torno de situações e noções trabalhadas, bem como de representações simbólicas utilizadas. (SANTANA; BORBA, 2010, p.4)



Assim como essas autoras, consideramos importante a análise de livros didáticos para refletir sobre escolhas dos autores e sobre o papel de determinado conteúdo no ensino da Matemática. Viali e Oliveira (2010, p. 5) afirmam que, por mais que a probabilidade seja relativamente recente com relação aos outros conteúdos, é “relevante para os autores explorá-los em seus livros, uma vez que são temas que podem ser relacionados com outras disciplinas e voltados para o dia a dia dos alunos. ”.

Por fim, Frison *et. al.* (2009) constata a importância do livro didático por ser uma das principais ferramentas do professor em sala de aula e, muitas vezes, a única ferramenta, além disso, “ percebe-se que ele se constitui em um dos materiais didáticos e, como tal, passa a ser um recurso facilitador da aprendizagem e instrumento de apoio à prática pedagógica. ” (FRISON et al, 2009, p.4). Assim, a análise da probabilidade em livros didáticos da educação básica, permite identificar as escolhas feitas pelo autor na proposta de ensino desse conteúdo. Essas escolhas refletem na prática do professor que adota essa coleção, que por sua vez refletirá na aprendizagem da probabilidade no nível de ensino ao qual a coleção destinou-se.

Referencial Teórico e Metodológico

Nosso referencial teórico e metodológico é a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard (1998), uma vez que nos oportuniza o estudo das atividades matemáticas e as situa “no conjunto amplo das atividades humanas e das instituições sociais. ” (CHEVALLARD, 1998, p. 1, tradução nossa). Justifica-se, então, a utilização da palavra “Antropológica”, por estar relacionada ao estudo das atividades humanas, e “Didático” por estar relacionado ao estudo.

Para Chevallard, “*toda* atividade humana regularmente realizada pode descrever-se como um modelo *único*, que se resume aqui com a palavra *praxeologia*. ” (CHEVALLARD, 1998, p. 1, tradução nossa). A praxeologia é composta pelo quarteto: Tipo de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). O tipo de tarefa é o conjunto de tarefas do mesmo



tipo (expressado por meio de um verbo), por exemplo, resolver $2x + 1 = 0$ é uma tarefa do tipo resolver uma equação do primeiro grau. A técnica τ é a maneira apresentada para resolver o tipo de tarefa dado, a tecnologia θ seria uma justificativa plausível para explicar a validade da técnica τ é válida que, por sua vez, se justifica por meio da teoria Θ . Do quarteto $[T, \tau, \theta, \Theta]$, temos o bloco $[T, \tau]$ chamado de prático-técnico, relacionado ao “saber-fazer”, e o bloco $[\theta, \Theta]$ chamado tecnológico-teórico, relacionado ao “saber”.

Por meio da TAD é possível, então, modelar e analisar, os procedimentos e os discursos que estão envolvidos na atividade matemática proposta na instituição que será analisada. Instituição é entendida aqui como uma organização ou um representante dessa organização que define praxeologias. Assim, se consideramos o livro didático como uma instituição é porque o consideramos um representante de uma organização reunida para sua elaboração.

Bittar, Freitas e Pais (2014), autores que utilizam a TAD em orientações de pesquisas já realizadas e em andamento, reforçam que analisar livros didáticos e “outras fontes de referência da educação matemática escolar permite a identificação de elementos praxeológicos, envolvendo tanto a dimensão matemática como a didática.” (BITTAR, FREITAS e PAIS, 2014, p. 5). A dimensão matemática é chamada por Chevallard (1998) de organização matemática (OM) ou praxeologia matemática, e a dimensão didática chamada de Organização Didática (OD) ou praxeologia didática. A organização didática “consiste na maneira como os autores apresentam os procedimentos e os recursos mais voltados para o estudo, podendo variar em função das orientações didáticas às quais estão associados.” (BITTAR, FREITAS e PAIS, 2014, p. 5), ou seja, são as escolhas didáticas feitas pelos autores para apresentação da OM.

Além da OD poder ser analisada por meio do quarteto $[T, \tau, \theta, \Theta]$, Chevallard (1998) afirma que, quanto as escolhas didáticas:

Não deveríamos esperar que a reconstrução, ao longo de um processo de estudo, de dada uma organização matemática seja, ela mesma, organizada de maneira única. Percebemos que qualquer que seja o caminho de estudo certos *tipos de situações* estão necessariamente presentes, mesmo se de maneira variável, tanto no plano qualitativo quanto no plano quantitativo. Tais tipos de situações serão



chamados aqui *momentos de estudo*, ou *momentos didáticos* [...]. (p. 19, tradução nossa)

Chevallard (1998) descreve seis momentos de estudo ou momentos didáticos. O *primeiro momento* é o *primeiro encontro* com a praxeologia proposta. O *segundo momento* “é o de *exploração* do tipo de tarefas T_1 e da *elaboração* de uma técnica τ_i relativo a este tipo de tarefas. ” (CHEVALLARD, 1998, p.20, tradução nossa). O *terceiro momento* é a construção do bloco teórico-tecnológico, relativo ao “saber”. O *quarto momento* “é o do trabalho da técnica, que deve ao mesmo tempo melhorar a técnica tornando-a mais eficaz e mais confiável (o que geralmente exige retomar a tecnologia elaborada até então), e ampliar o domínio que temos dela [...]”. (1998, p.21, tradução nossa). O *quinto momento* seria o momento da *institucionalização*, que objetiva:

[...] precisar o que é “exatamente” a organização matemática elaborada, distinguindo claramente, de um lado, os elementos que, tendo participado de sua construção, não serão, entretanto, integrados e, de outro lado, os elementos que entrarão de maneira definitiva na organização matemática considerada [...]. (CHEVALLARD, 1998, p. 22, tradução nossa)

Por fim, o sexto momento é o da avaliação, articulado com o momento da institucionalização:

[...] chega-se o momento no qual se deve “fazer um balanço”: porque esse momento de reflexão o qual, qualquer que seja o critério e o juiz, se examina o que vale e o que foi aprendido, este momento de veredito que, apesar das memórias da infância, não é em absoluto invenção da escola, participa de fato da “respiração” própria de toda atividade humana. (CHEVALLARD, 1998, p. 22, tradução nossa)

Diante dos momentos didáticos, Gascón (2003), um dos precursores da TAD, constrói, então, um modelo espacial das possíveis organizações didáticas.

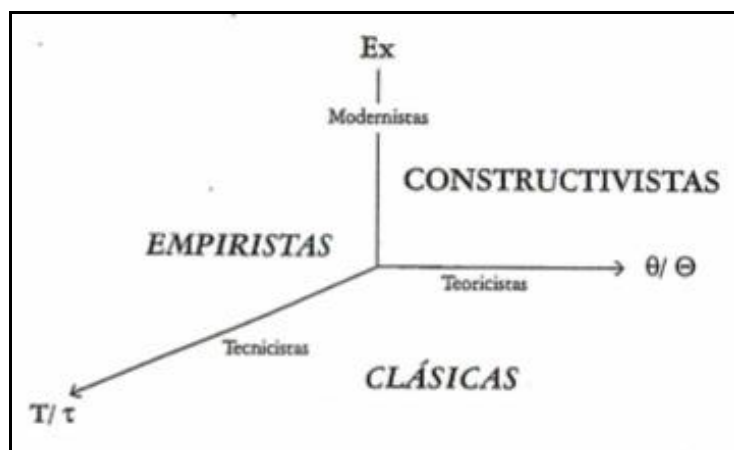


Figura 1 – Modelo proposto por Gascón (2003)

Fonte: GASCÓN, 2003, p. 21

Nos eixos, estão representados as OD “ideais”: a teoricista, a tecnicista e a modernista, estando intimamente ligadas com “o momento tecnológico-teórico, θ/Θ , o momento de trabalho técnica, T/τ , e o momento exploratório, Ex .” (GASCÓN, 2003, p. 19, tradução nossa). Ou seja, a teoricista privilegia a aprendizagem da matemática exclusivamente por meio das teorias, secundarizando, assim, as atividades matemáticas; a tecnicista, por sua vez, destaca o trabalho com as técnicas de resolução, quanto mais domínio se tem das técnicas, mais aprendizagem ocorreu; e a modernista com propostas voltadas para a exploração de tarefas e elaboração de técnicas.

Já nos planos são representadas as OD que tentam integrar dois momentos didáticos, que seriam:

[...] as OD *clássicas*, que combinam os momentos *tecnológico-teórico*, θ/Θ , e o *trabalho da técnica*, T/τ , e se caracterizam, dentre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino da matemática é um processo mecânico totalmente controlável pelo professor.

[...] as OD *empiristas*, que pretendem integrar os momentos *exploratório*, Ex , e do *trabalho da técnica*, T/τ . Se caracterizam pela preeminência que outorgam à atividade de resolução de problemas dentro do processo didático global e por considerar que o aprender matemática [...] é um processo indutivo baseado na imitação e na prática.



[...] as OD *construtivistas*, que tomam simultaneamente em consideração os momentos *tecnológico-teórico*, θ/Θ , e *exploratório*, Ex. se caracterizam por contextualizar a atividade de resolução de problemas situando-a em uma atividade mais ampla e por considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimentos que ocorre seguindo umas fases determinadas e depende essencialmente dos conhecimentos adquiridos anteriormente. (GASCÓN, 2003, p. 20 e 21, tradução nossa)

Ao analisarmos a OD nas coleções de livros didáticos escolhidos, buscaremos, portanto, encontrar a ocorrência desses momentos, e nos apoiaremos também nos estudos de Gascón (2003) com relação às organizações didáticas possíveis.

Metodologia

Para a seleção da amostra de livros didáticos a serem analisados, foi feito primeiramente uma leitura dos Guias do PNLD dos anos 2016, 2017 e 2018 buscando por uma coleção em cada nível de escolaridade que fosse de mesma autoria, por tomarmos como hipótese que em coleções de mesmo autor haverá uma coerência interna, uma continuidade do ensino proposto para a probabilidade dos anos iniciais ao ensino médio.

Baseadas no levantamento feito nesses Guias, observamos que apenas um autor tem uma coleção aprovada em cada nível de escolaridade. Assim, escolhemos essas coleções, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática. Após essa escolha, elaboraremos e modelaremos uma praxeologia *a priori* com pesquisas que apresentaram sequências didáticas com a probabilidade como foco, com intuito de estabelecer um parâmetro capaz de basear a modelagem das atividades que estão relacionadas a este conteúdo. A partir desta praxeologia, a produção dos dados se dará destacando toda atividade matemática que foi proposta para o ensino da probabilidade. Tentaremos agrupar as tarefas encontradas já nos tipos de tarefa que foram modelados na praxeologia *a priori*, o que não impede que novos tipos de tarefas, e técnicas, possam surgir na análise da coleção. Uma vez feito esse estudo, passaremos a uma análise do que foi produzido e isso com base na teoria que descrevemos no tópico anterior.

Referências



ABE, T. S. **O ensino de probabilidades por meio das visões clássica e frequentista**. 2011. 192p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, São Campo Grande.

BITTAR, M.; FREITAS, J.L.M.de; PAIS, L. C.; Reflexões sobre a Orientação de Pesquisas de Pós-Graduação em Educação Matemática com o Suporte da Teoria Antropológica do Didático. **Perspectivas da Educação Matemática**, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, v. 7, ISSN 2359-2842, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos, PNLD/2016**. Brasília: MEC/SEF, 2015.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos, PNLD/2017**. Brasília: MEC/SEF, 2016.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**, vol. 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2006.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique**. Recherches em Didactique des Mathématiques, v 19, n 2, pp. 221-266, 1998. Acessado no site http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27 no dia 20 de Junho de 2017 com paginação 1- 29.

COUTINHO, C. **Introdução ao conceito de probabilidade pela visão frequentista – estudo epistemológico e didático**. 1994. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontífice Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FRISON, M. D.; VIANNA, J.; CHAVES, J. M.; BERNARDI, F. M. Livro didático como instrumento de apoio para construção de propostas de ensino de ciências naturais. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS (Enpec), 7, 2009, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2009.

GASCÓN, J. **La necesidad de utilizar modelos em didáctica de la matemáticas**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 5, n. 2, pp. 11 – 37, 2003.

OLIVEIRA, P. I. F. **A estatística e a probabilidade nos livros didáticos de matemática do ensino médio**. 2006. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação de Ciências e Matemática) – Pontificia Universidade Católica de São Paulo, Porto Alegre.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

SANTANA, M. R. M.; BORBA, R. E. S. **Como a probabilidade tem sido abordada nos Livros Didáticos de Matemática de Anos Iniciais de Escolarização.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 10., 2010. *Anais...* Bahia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. p. 1 – 10.

SILVA, I. **Probabilidades: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito.** 2002. 174p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.