



Encontro Gaúcho de Educação Matemática

A Educação Matemática do presente e do futuro:
resistências e perspectivas

21 a 23 de julho de 2021 - UFPel (Edição Virtual)

ELABORAÇÃO DE TAREFAS A PARTIR DA PRÁTICA DOCENTE: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Natalia Nascimben Delmondi Munhoz¹

Vinícius Pazuch²

Eixo: 02 – Formação de professores que ensinam Matemática

Modalidade: Relato de Experiência

Categoria: Alunos de pós-graduação

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo propor uma tarefa investigativa para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas, com base na análise e na discussão de um episódio de aula em que o conteúdo foi ministrado. Para tanto, utilizou-se o *Knowledge Quartet*, ferramenta de análise da prática do professor que ensina matemática composta por quatro dimensões: Fundamento, Transformação, Conexão e Contingência. As tarefas se vinculam à dimensão Transformação, e podem ser classificadas em Exercícios, Problemas, Explorações e Investigações, de acordo com o grau de dificuldade e a estrutura delas. A abordagem metodológica foi a qualitativa, e a produção de informações foi realizada por meio de observações e de registro de vídeos. A análise desse material evidenciou que embora a professora possuísse um conhecimento considerável sobre o conteúdo em tela, as tarefas utilizadas para consolidar esse conhecimento se tratavam de exercícios simples, superficiais e descontextualizados. Sendo assim, foi elaborada uma tarefa investigativa aplicável a esse contexto específico, mas que possui potencialidades para ser adaptada para outras situações que se mostrem pertinentes.

Palavras-chave: Prática do Professor; Tarefas; Transformações Geométricas; *Knowledge Quartet*; Ensino.

Introdução

A matemática é uma das disciplinas que apresenta resistência por parte dos estudantes, e uma das possíveis justificativas para essa problemática é a descontextualização dos conteúdos matemáticos com relação ao cotidiano desses estudantes. Assim, é fundamental o professor buscar meios para romper com essa resistência, o que pode ser feito por meio de tarefas

¹ UFABC. n.delmondi@aluno.ufabc.edu.br

² UFABC. vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

investigativas. Nem todos os conteúdos matemáticos permitem essa abordagem, mas um dos conteúdos na qual ela pode ser trabalhada é o de transformações geométricas, que, segundo Wagner (2007), consistem em modificações no posicionamento (isometrias) ou nas dimensões (homotetias) de uma figura geométrica, com relação à uma figura inicial.

Ainda, as transformações geométricas são um tópico que possibilita o desenvolvimento de habilidades necessárias não só para outros conteúdos matemáticos, mas também para outras disciplinas, como a abstração, o raciocínio lógico, a criatividade e a elaboração de hipóteses (MEDEIROS, GRAVINA, 2015).

No entanto, nem todos os professores possuem condições de selecionar ou elaborar tais tarefas, por lacunas recorrentes à sua formação, falta de tempo ou condições de trabalho. Sendo assim, esse trabalho tem como objetivo propor uma tarefa investigativa para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas, com base na análise e na discussão de um episódio de aula em que esse conteúdo foi ministrado.

Fundamentação teórica

Uma das ferramentas utilizadas atualmente para investigar a prática do professor que ensina matemática é o *Knowledge Quartet* (KQ) (ROWLAND, 2013). Os primeiros estudos acerca do conhecimento do professor foram realizados por Shulman (1986). Posteriormente, Ball, Thames e Phelps (2008) estenderam-nos, tratando do conhecimento do professor especificamente voltado para conteúdos matemáticos. Por fim, Rowland (2013) não só seguiu a mesma linha de Ball, Thames e Phelps (2008), aprofundando aspectos do conhecimento do professor que ensina matemática, como partiu da prática para a elaboração dessa ferramenta de análise, e não realizando caminho oposto. Neste trabalho, o KQ está sendo usado como “pano de fundo” para a análise de um episódio da prática do professor que ensina matemática que culmina na *proposição de uma tarefa para o ensino de transformações geométricas*. Salienta-se que o KQ é uma ferramenta de análise da prática do professor, com quatro dimensões, em constante desenvolvimento. Em particular, brevemente, apresentam-se estas dimensões:

1. *Fundamento*: trata dos conhecimentos teóricos do professor, sejam eles com relação ao conteúdo em si, ou a metodologias, procedimentos e aspectos pedagógicos do ensino;
2. *Transformação*: maneira como o professor utiliza os conhecimentos da dimensão do Fundamento para ministrar o conteúdo para os estudantes, como por exemplo escolha de materiais que auxiliem nas demonstrações e exemplos;

3. *Conexão*: escolhas do professor, de acordo com a demanda cognitiva dos estudantes, para efetuar o fundamento da Transformação. Ou seja, engloba a sequência em que os conteúdos serão ministrados, e a sua relação com conteúdos prévios e/ou posteriores;
4. *Contingência*: trata de situações que podem ocorrer em sala de aula, mas que não podem ser previstas ou planejadas pelo professor, e das reações que o professor pode apresentar diante delas (ROWLAND, 2013).

Um dos exemplos de como a dimensão *Transformação* se manifesta na prática docente é por meio da utilização de tarefas. As tarefas podem ser conceitualizadas como um material didático de apoio ao professor na concepção e assimilação de um determinado conhecimento pelos estudantes (PONTE, 2014), podendo ser elaboradas pelo docente ou não. Normalmente, é em torno delas que as aulas se desenvolvem. Portanto, para que desempenhem seu papel plenamente, devem ser bem selecionadas, contemplando não só o conteúdo desejado, mas também se adequando aos objetivos do professor e às necessidades dos estudantes de um contexto específico em questão (GAFANHOTO, CANAVARRO, 2014).

As tarefas podem possuir diferentes características, que devem ser selecionadas de acordo com as demandas de ensino/aprendizagem. Para Ponte (2014, p. 21, grifos do autor), “um *exercício* é uma tarefa fechada e de desafio reduzido; um *problema* é uma tarefa também fechada, mas com desafio elevado; uma *investigação* é uma tarefa aberta com desafio elevado; uma *exploração* é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos”.

No que diz respeito ao ensino de transformações geométricas, observa-se uma prevalência na utilização de exercícios, que não proporcionam desafios aos estudantes, bem como uma certa reincidência na utilização de determinadas tarefas. Embora elas sejam eficazes para o ensino do conteúdo matemático em questão, faz-se necessária a proposição de novas tarefas para o ensino de transformações geométricas, mais desafiadoras para os estudantes, e que desenvolvam neles habilidades de raciocínio e de abstração, e que sejam elaboradas de acordo com as necessidades específicas dos estudantes em questão (DELMONDI, PAZUCH, 2020).

Aspectos metodológicos

Considerando que o objeto de estudo deste texto consiste na relação da elaboração de tarefas e o contexto de ensino envolvendo seres humanos, a abordagem metodológica escolhida para realizá-la é a qualitativa, pois seu enfoque se dá não só para as relações humanas, mas

também para o contexto educacional, sendo ambos compostos por aspectos complexos e que dificilmente podem ser mensurados (BICUDO, 2012). Ainda, essa abordagem permite o estabelecimento de uma relação horizontal entre pesquisador e pesquisado, com o objetivo de compreender e contemplar aspectos subjetivos relativos ao sujeito da pesquisa na coleta e análise dos dados, ampliando as possibilidades de produzir reflexões que possam contribuir de maneira mais efetiva com a prática docente (MORAES, 2018).

O principal método de coleta de dados evidenciado nesse texto consiste no uso do registro por meio de vídeos. Como este método apresenta limitações, estando sujeito a interpretações e recortes de quem realiza o registro, incapacidade de registro de aspectos subjetivos e contextos das situações, bem como a limitações mecânicas do próprio recurso tecnológico utilizado captação de imagens, para complementá-lo, foram utilizadas observações presenciais, fotografias, e o registro escrito de ações que não são passíveis de serem captadas pela câmera.

A coleta de informações foi realizada em junho de 2019, em uma escola municipal de São Paulo, onde foi ministrada uma aula de 50 minutos sobre o conteúdo de transformações geométricas para uma turma de aproximadamente 30 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. O enfoque dos dados coletados se deu para a atuação docente. Para a análise do material coletado, seguiu-se as etapas (que não necessariamente precisam ser todas contempladas, e podem surgir em uma sequência diferente) propostas por Powell, Francisco, Maher (2004), sendo elas: observar atentamente aos dados do vídeo, descrever os dados do vídeo, identificar eventos críticos, transcrever, codificar, construir o enredo e compor a narrativa.

Assim, os dados foram coletados, transcritos e complementados com descrições quando necessário. Em seguida, foram observados em um panorama geral e levantados os eventos críticos, que foram associados a um ou mais códigos do *Knowledge Quartet* que se mostraram mais evidentes. Após a alocação dos eventos críticos nos códigos e dimensões do KQ, eles foram analisados, buscando refletir e discutir sobre o porquê da ocorrência deles. Com base na análise dos eventos críticos observados, e visando suprir as lacunas evidenciadas por eles, foi elaborada uma proposta de tarefa sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas, que poderia ser uma alternativa para o ensino desse conteúdo no contexto educacional observado.

Descrição e análise dos dados



A aula observada abordou a introdução dos conceitos de eixo de simetria e das transformações geométricas, com destaque para a reflexão. Inicialmente foram discutidas, coletivamente, as ideias sobre simetria e reflexão, que foram exemplificados por imagens da natureza e da arquitetura, seguido da conceitualização de tais ideias, bem como uma breve apresentação do conceito de rotação. Posteriormente, os estudantes realizaram tarefas presentes em um material didático fornecido pela prefeitura de São Paulo. A professora realizou alguns itens da tarefa coletivamente com os estudantes, e a correção dos demais itens que os estudantes fizeram sozinhos. A seguir, apresentamos a transcrição do trecho no qual a professora realizou a aplicação da tarefa aos estudantes. As falas realizadas pela professora são identificadas por *P*, e as falas dos estudantes, por *E* (*E1* – estudante de forma individual – *Es*: estudantes no coletivo).

P: A gente vai começar falando sobre a simetria de reflexão na nossa atividade. Eu vou pedir para que vocês abram o Caderno da Cidade, então abre o Caderno da Cidade de vocês, página 141. [...] Diz assim: “Atividade 3 – Gustavo e Lucas já haviam estudado Simetria em outros anos, e retomaram esse conceito resolvendo algumas atividades propostas na escola. [...] Observe os polígonos desenhados a seguir. Imagine desenhar uma reta, ou um segmento de reta como se fosse um espelho, de modo que a imagem refletida seja idêntica a outra metade.” Tem alguns polígonos desenhados aí, e eu quero que vocês pensem se essa figura eu posso traçar eixos de simetria, eu posso dividir elas em duas partes, certo? De modo que uma parte fique igual à outra. Então se a gente pegar a primeira figura que tem aí, é o que? Um retângulo? [professora vai para a lousa para exemplificar a tarefa].

E1: É, um retângulo.

P: Um retângulo, beleza. Então vamos pensar. Eu consigo dividir um retângulo de modo que tudo que eu tenho de um lado, eu tenho exatamente do outro lado?

Es: Sim.

P: Sim? Como?

Es: Passa uma linha no meio.

P: Uma reta vertical, vamos falar assim? Então se eu passar uma linha aqui ó, eu tenho um eixo de simetria. Tudo que eu tenho de um lado, eu tenho do outro, como se eu colocasse um espelhinho aqui, essa figura aqui é refletida, e aparece do lado de cá, certo? Isso daqui seria um espelhinho. Beleza. Só esse eixo de simetria que eu tenho?

Es: Não.

P: Como é que eu posso fazer?

Es: Horizontal.

P: Horizontal? Posso passar uma linha aqui...

E1: E tudo que tem em cima tem em baixo.

P: E tudo que tem em cima tem em baixo. Beleza.



Es: Tem na diagonal.

P: Na diagonal?

E2: Tem nas diagonais.

E3: Não!

E2: Tem sim!

P: Vamos pensar? Vou pegar uma outra corzinha.

E2: Tem sim, mano!

E3: Na diagonal não tem.

E2: Lógico que tem!

P: Antes da gente falar dessa diagonal aí que vocês falaram, vou só falar o seguinte: quando eu uno o meu ponto ao simétrico desse ponto, certo? A distância entre eles é a mesma em relação a eixo, certo? E esse $A - A'$ ele é sempre perpendicular ao meu eixo de simetria, certo? Então um ponto e o simétrico desse ponto, quando eu uno esses dois pontos, eles são é... A gente fala que eles são perpendiculares, esse segmento é perpendicular ao meu eixo, ok? Então pensa só, se eu pegar qualquer ponto daqui ó, e esse pontinho que está aqui, não precisa ser no vértice, qualquer ponto, se eu estou falando da figura plana, tudo que eu tenho aqui dentro, certo? Eu posso pegar qualquer ponto aqui dentro, esse ponto que está aqui, em relação ao simétrico dele, ele forma 90° em relação ao meu eixo?

Es: Sim.

P: Sim. Se eu pego o vértice, também, eu tenho 90° em relação ao eixo. Se eu faço isso na diagonal, pego e traço uma linha aqui, ó. Vamos pensar: esse ângulo formado entre o meu, olha só, esse daqui é o meu eixo, não é? Vou pensar em dois pontos, esse e esse. Ou vou pensar assim ó: se eu pensar em 90° , esse ponto ele é exatamente, deu certo isso?

Es: Não.

P: A distância que eu tenho aqui, é a mesma distância que eu tenho aqui embaixo? Não. E se eu unir esses daqui, se eu achar que o simétrico dele está aqui, esse ângulo formado aqui, deu 90° ? Não. Então na verdade, o retângulo ele só tem dois eixos de simetria. Agora tem outro quadrilátero que eu conseguiria trabalhar outro eixo de simetria, desses quadriláteros que estão aí?

Es: Sim, o quadrado.

P: O quadrado, então se eu desenho aqui um quadrado. Se eu desenho um quadrado. Eu vou traçar os eixos de simetria. Então na vertical deu certo, na horizontal deu certo, vamos ver na diagonal. Agora vamos pegar dois pontos quaisquer. Pode ser esse ponto. A distância que eu tenho aqui, é a mesma distância que eu tenho aqui, e um ponto em relação ao simétrico dele eles são, esse segmento ele é perpendicular ao eixo que eu tracei. Então é simétrico. Então eu tenho esse eixo na diagonal? Tenho, assim como eu tenho outro eixo na outra diagonal. Então o que que eu quero que vocês façam: entre todas essas figuras que têm aí, eu quero que vocês me falem quantos eixos de simetria tem em cada uma dessas figuras, certo? É, e lembrando que, um ponto em relação ao seu simétrico, ele, esse segmento é sempre perpendicular ao eixo que eu estou traçando certo? Podem falar para mim aí, fazer aí. Observa as figuras que tem aí, pode escrever do lado, embaixo tem umas linhas, eu quero que vocês me digam quantos eixos de simetria tem em cada uma dessas figuras.

A partir da análise do trecho transcrito anteriormente, foi possível identificar que a professora possuía um conhecimento satisfatório acerca do conteúdo de transformações geométricas. Com relação à tarefa proposta pela professora, ela pode ser classificada com um exercício, pois, para a faixa etária para a qual foi proposta, há a ausência de desafios e não há mais de uma possibilidade de resolução. A discussão da tarefa apresentou tópicos interessantes, por parte da professora, e na interação dos estudantes. No entanto, a partir de uma tarefa investigativa, esses temas não só poderiam ser abordados, como resultariam em discussões mais profundas, contribuindo para a consolidação dos conceitos desejados.

Ainda, na discussão da tarefa, pode-se observar interesse e engajamento dos estudantes em participar delas, o que é um aspecto bastante positivo. No entanto, essa potencialidade poderia ser ainda mais aproveitada se fosse proposta uma tarefa mais desafiadora e envolvente, com possibilidades de soluções. Assim, podemos inferir que o conhecimento acerca do conteúdo a ser ensinado não implica necessariamente na seleção de tarefas que potencializem ao máximo a aprendizagem dos estudantes e que a elaboração e seleção cuidadosa de tarefas, alinhadas aos objetivos do professor e às necessidades dos estudantes, podem contribuir nesse sentido.

Sendo assim, de acordo com o contexto apresentado anteriormente, foi elaborada uma tarefa investigativa para o ensino de transformações geométricas, visando abordar não só os conceitos apresentados, mas também trabalhar a criatividade, a abstração e a previsibilidade de um resultado, habilidades necessárias não só para outros conteúdos matemáticos, mas também para outras disciplinas. Essa tarefa contempla todos os conceitos introduzidos pela professora no trecho transcrito, bem como as habilidades presentes no exercício proposto aos estudantes. A tarefa proposta é apresentada a seguir:

Tarefa: Construindo Arte por meio de Processos Geométricos

Vamos explorar um pouco das aplicações das transformações geométricas, utilizando-as para construir as mais variadas imagens. Siga as instruções e use a sua criatividade! Vamos lá!

A. Construção de imagens a partir da reflexão em relação a uma reta

- 1 – Escolha uma forma geométrica qualquer. Desenhe-a e recorte-a.
- 2 – Posicione essa figura sobre uma folha de papel em branco. Se preferir, pode utilizar uma malha quadriculada. Desenhe o seu contorno nessa folha.
- 3 – Escolha ao menos um ponto da figura desenhada no item 2, pelo qual passará um eixo de simetria, e trace-o.
- 4 – Realize a reflexão da figura em relação ao eixo traçado, utilizando a forma geométrica recortada para auxiliar nesse processo. Trace seu contorno na folha também.



5 – Escolha outro ponto, que pode ser da figura de origem, ou da figura obtida no item 4, e trace outro eixo de simetria.

6 – Realize a reflexão da figura em relação ao eixo de simetria traçado no item 5.

7 – Repita os passos dos itens 5 e 6 quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.

B. Construção de imagens a partir da rotação em torno de um ponto

1 – Escolha uma forma geométrica qualquer, apenas que seja diferente da utilizada no item A. Desenhe-a e recorte-a.

2 – Posicione essa figura sobre uma folha de papel em branco. Se preferir, pode utilizar uma malha quadriculada. Desenhe o seu contorno nessa folha.

3 – Escolha um ponto da figura desenhada no item 2, e um ângulo de rotação.

4 – Com o auxílio de um transferidor e da forma geométrica recortada, realize a rotação da figura. Trace seu contorno na folha também.

5 – Mantendo constante o ângulo escolhido no item 3, repita os passos do item 4, quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.

C. Construção de imagens a partir da translação

1 - Escolha uma forma geométrica qualquer, apenas que seja diferente das utilizadas nos itens A e B. Desenhe-a e recorte-a.

2 – Posicione essa figura sobre uma folha de papel em branco. Se preferir, pode utilizar uma malha quadriculada. Desenhe o seu contorno nessa folha.

3 – Escolha uma distância, uma direção, e um sentido para deslocar a figura. Com o auxílio da forma geométrica recortada, realize a translação da figura. Trace o seu contorno na folha também.

4 – Repita os passos do item 3, em relação à figura original ou à que foi imediatamente traçada, quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.

Agora que você já tem suas imagens construídas, vamos pensar:

- a) A imagem do item A poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a reflexão? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- b) A imagem do item B poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a rotação? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- c) A imagem do item C poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a translação? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- d) Alguma imagem obtida foi diferente da que você imaginou antes de realizar a tarefa? Se sim, por que você acha que isso aconteceu?
- e) Em algum dos itens, você não conseguiu chegar a uma imagem final? O que seria necessário modificar na sua construção para chegar à imagem desejada?

Para finalizar, vamos colorir as imagens obtidas. Procure explorar não só as formas geométricas utilizadas para originar a imagem, mas também outras formas que possam ter surgido ao finalizar a construção. Mais uma vez, utilize a sua criatividade!

A tarefa elaborada tem como centralidade por meio de uma outra abordagem, em que os estudantes assumem um maior protagonismo na sua resolução, e primeiramente solucionarão a tarefa, explorando todas as suas possibilidades, levantando questionamentos e elaborando hipóteses, e posteriormente, as discutirão com os demais colegas, sendo essa discussão mediada pela professora/ pelo professor. A natureza investigativa da tarefa é uma temática que já vem



sendo debatida na Educação Matemática. Contudo, a integração efetiva na prática em sala de aula é um desafio.

Salienta-se que se trata de uma tarefa de caráter interdisciplinar com a disciplina de Artes, que pode ser realizada individualmente ou em grupo, e que pode ser adequada de acordo com os recursos disponíveis (materiais manipulativos ou *softwares* de geometria dinâmica). Recomenda-se que a tarefa proposta é uma oportunidade com viés interdisciplinar na perspectiva de contribuir com os conhecimentos do professor que ensina geometria na escola. Distante de ser “receita”, a tarefa é uma possibilidade de ampliar os processos geométricos de significação dos estudantes e incentivar a elaboração de tarefas com viés investigativo e interdisciplinar por parte dos professores.

Considerações finais

Um dos principais propósitos das pesquisas em educação matemática é aprimorar, tanto o ensino quanto a aprendizagem dessa disciplina. Com essa perspectiva, esse trabalho teve como objetivo propor uma tarefa investigativa para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas, com base na análise e discussão de um episódio de aula no qual esse conteúdo foi ministrado. Para tal, foi utilizado como “pano de fundo” o *Knowledge Quartet*, uma ferramenta de análise da prática do professor de matemática desenvolvida para que, a partir das constatações realizadas por meio dela, se possa, acima de tudo, contribuir com o aprimoramento da prática docente, e é nesse sentido que apresentam-se as reflexões aqui descritas.

Com base nestas reflexões, foi elaborada uma tarefa investigativa para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas. Embora essa tarefa tenha sido desenvolvida para um contexto educacional específico, ela pode ser readequada/reorganizada para outros contextos, de acordo com os objetivos do professor, as demandas dos estudantes e os recursos didáticos disponíveis para a sua execução. Para além disso, esclarecemos aos estudantes que a matemática não é somente necessária para o seu cotidiano, como também pode se aprendida/significada de maneiras distintas, com viés investigativo e interdisciplinar.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 15-26, 2012.
- DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V. O ensino de transformações geométricas: uma síntese da literatura envolvendo tarefas e a prática do professor. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 191-216, 2020.
- GAFANHOTO, A. P.; CANAVARRO, A. P. A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. In: PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, p. 113-134.
- MEDEIROS, M. F.; GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano. **Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 1, p. 51-70, 2015.
- MORAES, R. Da noite ao dia: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. In: LIMA, V. M. R.; HARRES, J. B. S.; PAULA, M. C. (Org.). **Caminhos da pesquisa qualitativa no campo da educação em ciências: pressupostos, abordagens e possibilidades**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2018, p. 19-55.
- PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014, p. 13-30.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Ideias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004.
- ROWLAND, T. The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analyzing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. **Sisyphus: Journal of Education**, Lisbon, v. 1, n. 3, p. 15-43, jan. 2013.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in the teaching. **Educational Researcher**, Washington, US, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- WAGNER, E. **Construções geométricas**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.