



Análise de Argumentos matemáticos em atividades geometria euclidiana em um ambiente virtual síncrono com GeoGebra

Felipe de Jesus Ribeiro Marques¹

Resumo: O uso de ambiente de geometria dinâmica (AGD) pode auxiliar na construção de vários conceitos matemáticos através da investigação e experimentações, em que podem levar na elaboração de demonstrações matemáticas. O GeoGebra tem sido muito explorado com esses propósitos. Entretanto, sua utilização em situações que preconizem interações *online* ainda é escassa na Educação Matemática. Neste trabalho, discutiremos sobre os AGD, particularmente, explicaremos de forma sucinta sobre o ambiente *Virtual Math Team* com GeoGebra (VMTcG). Reconheceremos que a elaboração de argumentação auxilia nas provas na formação inicial e continuada de professores de matemática deve ser vista como um processo contínuo e que pode ser estimulado, principalmente, com o uso de AGD. Entretanto, estaremos vendo este processo com discentes do Ensino médio de turmas variadas.

Palavras chaves: Ambiente de Geometria Dinâmica; Educação Matemática; *Virtual Math Team* com GeoGebra.

Introdução

Lamentavelmente, a Matemática é historicamente uma disciplina que discentes possuem dificuldades no seu aprendizado. Além disso, o seu ensino muitas vezes é ministrada de forma estática, pouco instigante e com muitos exercícios, tornando as aulas mecânicas, decoradas e pouco atrativas. Com isso, a mudança de uma metodologia de ensino clássico da matemática, de representação estática, para uma metodologia dinâmica que use as tecnologias digitais como da informática, tem uma ação positiva para o progresso da capacidade intelectual, e com isso faz a quebra da relação vertical entre discentes e docentes da sala de aula tradicional, fazendo do aprendizado uma experiência mais cooperativa (MISKULIN et al., 2006).

Portanto, adotar este tipo de tecnologia da informática com um *software* educacional que tem a capacidade realçar o elemento visual da matemática (BORBA, 2010), pode

¹ Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, e-mail: felipe.j.r.marques@gmail.com, Orientador: Dr. Marcelo Bairral.



proporcionar uma edificação de conceitos e uma compreensão mais eficaz de propriedades geométricas (LARA; MENEGOTTO, 2011).

Estudos em educação matemática destacam que, com utilização de ambiente de Geometria Dinâmica (AGD), o usuário possui uma liberdade para procurar soluções, fazer argumentações (SCHEFER; PASIN, 2013), testar hipóteses (RICHT et al., 2012), criar conjecturas (BACCALINI-FRANK, 2012), deduzir propriedades matemáticas e criar estratégias (GRAVINA, 1996).

Existem diversos AGD que são trabalhados por professores nas suas práticas docentes e também em inúmeras pesquisas de educação matemática. *Softwares* como Régua e Compasso (SCHEFER; PASIN, op cit.), *Geometricks* (AMARAL, 2011), *Tabulae* (ALVES, 2004), *Cabri-Geomètre* (GRAVINA, op cit.), *Geoplan* (GRAVINA, ibidem), *GeoGebra* (MEIER; GRAVINA, 2012; LARA; MENEGOTTO, 2011; RESENDE et al., 2012; RICHIT et al., 2012) entre outros. Nestes *softwares* estão presentes diversos cursos, minicursos e oficinas oferecidas em eventos e instituições de ensinos para formação inicial de futuros professores matemática e continuada destes profissionais da educação.

Dentre esses programas que trabalham com a geometria de forma dinâmica focaremos no *GeoGebra*, por ser um *software* livre e estar integrado no ambiente *Virtual Math Team* com *GeoGebra* (VMTcG). Nesta pesquisa temos como objetivo geral verificar as possíveis contribuições do ambiente virtual VMTcG na aprendizagem da matemática em aprendizagem em Geometria Euclidiana de alunos do Ensino Médio. E os específicos elaborar e implementar atividades de geometria euclidiana para ser trabalhado no VMTcG e por fim analisar as atividades realizadas no ambiente virtual.

Vale salientar, que esta pesquisa está em seu momento inicial, em que estão sendo implementadas atividades no VMTcG com discentes de turmas variadas (alunos do primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio).

Referencial teórico básico

Neste tópico, exibiremos ideias de alguns autores que são fundamentais para aporte teórico neste trabalho. Nele definimos Ambiente de Geometria Dinâmico (AGD), destacando



alguns recursos diferenciados como o arrastar, a visualização e algumas potencialidades. Demos destaque ao AGD do GeoGebra em que tecemos aprendizagem matemática com este *software*. Posteriormente, apresentamos o ambiente virtual *online* VMTcG.

Definindo o Ambiente de Geometria Dinâmico (AGD)

O termo Geometria Dinâmico teve origem com os autores Nick Jackiw e Steve Rasmussen com intuito de caracterizar *softwares* interativos de geometria, que possuem recursos em que permitem a criação e transformação contínuas de figuras geométricas em tempo real (ZULLATO, 2002; ALVES, 2004).

De acordo com Lara e Menegotto (2011), o termo Geometria Dinâmica é utilizado neste caso para indicar *softwares* interativos que permitem ao usuário a criação e a manipulação de figuras geométricas construídas, a partir de suas propriedades. Em sintonia Meier e Gravina (2012) descrevem estes programas como ferramentas que admitem a construção de figuras geométricas segundo suas propriedades que as definem, na qual possui o recurso de estabilidade sob ação de movimento, ou seja, construída a figura na tela do computador, ela se transformará quanto à posição e ao tamanho, contudo serão preservadas as propriedades geométricas impostas em sua construção.

Para Pereira (2012), o Ambiente de Geometria Dinâmico (AGD) são aqueles que oferecem a possibilidade de construir e manejar objetos geométricos na tela do computador. Complementando estas ideias Gravina (p. 5, 1996) afirma que:

São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento.



A mesma autora esclarece sua ideia com um exemplo de dois quadrados para ilustrar a questão da instabilidade de construção. O primeiro quadrado é feita a mão livre e outro construído a partir das propriedades que o definem, em que ambos possuem o mesmo aspecto. Movimentando um dos vértices do primeiro quadrado, este se deforma gerando outro quadrilátero. O segundo fazendo o mesmo muda o seu tamanho e até sua posição, mas permanece quadrado, porque foi construído dentro das suas propriedades.

Desta forma o diferencial de um AGD fica marcado pelo recurso de arrastar e transformar a figura construída (mantendo ou não suas propriedades euclidianas) no computador ou em outro dispositivo como os *tablets* (ASSIS; SILVA; MARQUES; BAIRRAL, 2014). Portanto, esses *softwares* tornam-se importantes aliados do ensino de matemática, porque potencializam as investigações das propriedades geométricas (com o recurso de arrastar), possibilitam a construção de conceitos e beneficiam a interação usuário-dispositivo tanto fixo ou móvel (MARQUES; BAIRRAL, 2014).

A visualização de um objeto geométrico é evidenciada como outra potencialidade dos AGD, pois permitem observar a figura construída com o programa em diferentes ângulos da tela. Diferenciado do desenho estático feito no quadro ou no caderno, que demoram certo tempo para arquitetá-las. Neste sentido, Pereira (2012), destaca que os AGD favorecem agilidades na investigação, pois as construções geométricas que tornariam algum tempo para serem realizadas no papel são feitas em segundos na tela do computador. Assim, o uso apropriado pode tornar o ensino de matemática muito mais eficiente, integrado e significativo (LARA; MENEGOTTO, 2011).

Zullato *apud* Amaral (2011) destaca um estudo sobre AGD, discutindo suas potencialidades, do ponto de vista dos professores de Matemática que o utilizam em suas aulas. Os docentes destacaram como aspectos positivos a possibilidade de realizar construções geométricas, a promoção de atividades investigativas e de descobertas matemáticas, e a dinamicidade na visualização. Por exemplo, ao construir e arrastar as figuras é possível identificar as propriedades geométricas descobertas. Além disso, de acordo com os professores entrevistados, quando conteúdos matemáticos são trabalhados



com estes softwares, os alunos têm mais facilidade de observar as figuras, suas propriedades e invariantes.

Contudo, estes programas também possuem suas limitações, entretanto é preciso ficar atento e não achar que as respostas encontradas nos AGD são absolutas, mas sim um generoso manancial de inúmeras descobertas.

O GeoGebra

O *software* GeoGebra² foi criado na Universidade de Salzburg, na Áustria em 2001, por Markus Hohenwarter. Atualmente o *software* vem tendo continuadamente novas atualizações desenvolvidas na Florida *Atlantic University*, nos Estados Unidos. A última versão do programa disponível1 vem com o campo gráfico/geométrico 3D.

GeoGebra é um *software* de matemática dinâmico gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino da matemática (LARA; MENEGOTTO, 2011). O programa possui excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações (RESENDE et al., 2012). O *software* reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo. Com uma interface amigável, vários recursos sofisticados e por ser de livre acesso, vem sendo utilizado em muitas pesquisas e até mesmo em sala de aulas.

Aprendizagem matemática com o software GeoGebra

De acordo com Meier e Gravina (2012) o *software* GeoGebra permite uma abordagem mais divertida para temas fundamentais da geometria. Ele pode facilitar e auxiliar o professor no aprendizado do aluno. Neste sentido, Kusiak e colaboradores (p. 8, 2012) cita que:

As atividades desenvolvidas com o *software* GeoGebra mostraram-nos que é possível ensinar Geometria de forma dinâmica, tornando a aula instigante e atrativa, na qual o aluno participa, interage com seus colegas, e através de suas construções vai formulando o seu próprio conhecimento .

² Está disponível em : <https://www.geogebra.org/download>



De acordo com Pontes et al. (2012) *softwares* educacionais, particularmente o GeoGebra, tem despertado nos estudantes o interesse e a curiosidade para aprender conteúdos matemáticos, em especial de Geometria Euclidiana Plana. Na pesquisa realizada por Lara e Menegotto (2011), as autoras mostraram que os alunos que tiveram experiências com o *software* GeoGebra compreenderam com mais precisão as definições e propriedades dos quadriláteros do que os alunos que tiveram aulas tradicionais. Portanto, a mudança de uma metodologia tradicional de representação estática foi menos eficaz do que uma metodologia dinâmica.

Nesta perspectiva Kusiak et al. (2012) evidenciaram que os estudantes tem interesse em participar nas atividades de geometria plana realizadas com o *software* GeoGebra. Nas turmas trabalhadas do Ensino Fundamental, esta experiência manifestou a importância da utilização dos recursos tecnológicos nas aulas, pois ampliaram as oportunidades de aprendizagem dos discentes, além de colaborar na estruturação do raciocínio diferenciado em termos de eficiência, rapidez e precisão.

De acordo com Richitet et al. (2011), através do *software* GeoGebra foi possível que os discentes em um conjunto de atividades exploratórias e investigativas criassem hipóteses e conjecturas a respeito de conceitos como a derivada e integral.

Neste sentido, o GeoGebra vem sendo usado para trabalhar com a geometria, funções, cálculo entre outros conteúdos, pois o aluno pode visualizar as figuras geométricas, gráficos, tabelas e etc. O programa aparece para contribuir no ensino como mais uma ferramenta que o professor possa usar para auxiliá-lo a dinamizar, instigar, discutir diferentes conteúdos matemáticos em suas aulas.

O Virtual Math Team com GeoGebra (VMTcG)

O VMTcG é um ambiente virtual *online* gratuito que é utilizado para a resolução de atividades de matemática de forma colaborativa. Ele foi desenvolvido em 2003, pelo professor e doutor Gerry Stahl e sua equipe colaboradora, na *Drexel University*,



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

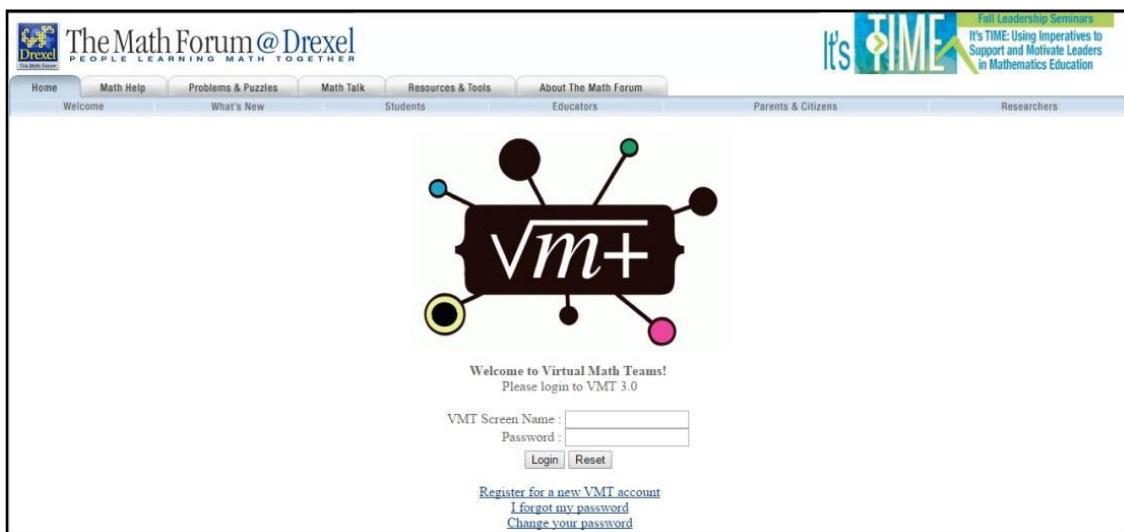
De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Philadelphia, USA. O site VMTcG possuem três áreas que são: o VMT *lobby*, o VMT *chat rooms* e o VMT *wiki*.

O VMT *lobby* é a parte do ambiente virtual em que o usuário pode ver todas as salas de *chat*, criar seu espaço³, obter informações básicas do ambiente virtual, ir para página do VMT *wiki*, descobrir quem está *online*, atualizar o perfil, selecionar o projeto para localizar a sala da atividade, etc. O VMT *chat rooms* são usadas para grupos trabalharem juntos nas tarefas. E por fim o VMT *wiki*, é um local em que você pode ler sobre as ideias de diferentes grupos inclusive do seu próprio país e também pode editar o ambiente virtual, para melhorar seu conteúdo.

Entretanto, para acessar o ambiente⁴ é preciso realizar um cadastro para obter nome e senha de acesso. Após ser gerados nome e senha de acesso (na página inicial possui o link Register for a new VMT) é possível entrar na página principal VMT Lobby.

Figura 1: Página do login.



Fonte: Disponível em: vmt.mathforum.org/VMTLobby/. Acesso em: 8 de set. de 2017.

As salas do VMTcG é um ambiente de plataforma *Java*, em que são trabalhadas as atividades. Este espaço é constituído do quadro branco (*White board*) para representações

³ É a criação do projeto com seus subprojetos, tópicos e por fim as salas.

⁴ <http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/>.



gráficas, do GeoGebra, que ajuda na resolução de atividades, da *wiki*, área de *chat*, que é a seção para interagir com outros membros por escrito de modo síncrono. Entretanto, as salas podem ser constituídas de outros recursos.

Nestas salas é indicado ter em média quatro participantes e dois mediadores, pois fica mais fácil acompanhar os discentes durante a interação no *chat*, no quadro e no GeoGebra (KINDEL, 2012; SALLES ; BAIRRAL, 2012). Vale ressaltar, se um dos integrantes do ambiente fizer alguma figura no GeoGebra ou escrever no quadro, todos os outros terão acesso as mesmas.

Considerações

Existem diversos programas que se tornam ferramentas poderosas para o processo de aprendizagem da Matemática. Esses programas apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, os usuários a pensarem matematicamente, ou seja, fazem experimentos, testam hipóteses e criam meios de resolver problemas (MEIER; GRAVINA, 2012). E, ao mesmo tempo, proporcionam novos modos de visualizar um objeto, o que muitas vezes enriquece o aprendizado (AMARAL, 2011) e, em outras, se complexifica.

Com este intuito pretendemos trabalhar com atividades investigativas de Geometria Euclidiana, em que os participantes juntamente com GeoGebra, façam reflexões a partir das conjecturas que possivelmente irão surgir no decorrer das atividades manipuladas pelos discentes juntamente com o *software*, e com a interação pelo *chat*. No decorrer das interações (programa e chat) acreditamos que irão surgir observações sobre propriedades, elaboração de argumentações para propriedades que emergirão nas manipulações.

Desta forma, ao realizarmos inovações desse tipo, esperamos estar contribuindo com a formação dos alunos e tornando-os mais conscientes da importância do trabalho em grupo e a importância da argumentação para que possam chegar a um consenso das validades das observações e justificativas de propriedades geométricas.



Referências

- ALVES, G. S. **O Uso de Softwares de Geometria Dinâmica para o Desenvolvimento de Habilidades Cognitivas: uma aplicação em alunos do ensino médio.** 2004. Dissertação (Mestrado em Informática). UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.
- AMARAL, R.B. Argumentação matemática colaborativa em um ambiente online. **Acta Scientiae**, Canoas, v.13, n.1, p. 55-70, jan./jun. 2011.
- ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. C.; MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. Arquitetando um ambiente de aprendizagem no GeoGebra em tablets. In: **VI Encontro Estadual de Educação Matemática**, 5, Niterói, p. 1-9, 2014.
- BAIRRAL, M.A.; SALLÉS, A.T. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 17, n.2, p. 453-466, ago. 2012.
- BACCAGLINI-FRANK, A. E. B. Dragging and Making Sense of Invariants in Dynamic Geometry. In this activity, students learn to make conjectures about properties that do not change. **Mathematics Teacher**, v. 105, n. 8, 2012.
- BORBA, M. C. Softwares e Internet na Sala de Aula de Matemática. In: **X Encontro Nacional de Educação Matemática**, 10, Salvador, p. 1-11, 2010.
- GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: **VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 7, Belo Horizonte, p.1-13, 1996.
- KUSIAK, R.S.; PRESTES, R.F.; SCHMIDT, D.; FRANZIN, R.F. A utilização do software GeoGebra no ensino da geometria plana: uma experiência PIBID. In: **1º Seminário Nacional de Inclusão Digital**. 1, Passo Fundo, p. 1-9, 2012.
- KINDEL, D. S. **Um Ambiente Colaborativo a Distância: Licenciandos dialogando sobre os infinitos.** 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática). UNIBAN, São Paulo, 2012.
- LARA, I. C. A.; MENEGOTTO, G. Contribuições do Software Geoalgebra Para o Estudo de Paralelogramos. **Alexandria**, v.4, n.2, p.31-55, nov. 2011.
- MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. Futuros Professores de Matemática Interagindo em um Ambiente Virtual com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, n. 41, p. 5-18, mar.2014.
- MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In: **1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, 1, São Paulo, p. CCL-CCLXIV, 2012.
- MISKULIN, R.G.S.; PEREZ, G.; SILVA, M.R.C.; MONTREZOR, C.L.; SANTOS, C.R.; TOON, E.; LIBONI FILHO, P.A.; SANTANA, P.H.O. Identificação e análise das



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

dimensões que permeiam a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática no contexto da formação de professores. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 26, p. 103-123, 2006.

PEREIRA, T. de L. M. O uso do software GeoGebra em uma Escola Pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UFJF, Juiz de Fora, 2012.

PONTES, D.S.; LAZANHA, R.; TEIXEIRA, C. N. Z.; OLIVEIRA, T. C.; MAXIMINIANO, R. C. P.; OLIVEIRA, M. C. O Uso do Software GeoGebra no Ensino Infantil. In: **Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra**. Uruguai, p. 414-421, 2012.

RESENDE, W.M.; PESCO, D.U.; BORTOLOSSI, H.J. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. In: **1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, 1, São Paulo, p.74 - 89, 2012

RICHIT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. Contribuições do software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia. In: **1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra, São Paulo**, p. 90- 99, 2012.

SCHEFFER, N. F.; PASIN, P. A argumentação de professores de matemática suscitada pelo uso de softwares dinâmicos: construindo significados. **Vidya**, v. 33, n. 1, p. 9-17, 2013.

ZULLATTO, R. B. A. Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP, Rio Claro, 2002.