



A construção do conceito de Integral Dupla com utilização da tecnologia

Viviane Raquel Backendorf¹

GDn°6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Resumo do trabalho. Este artigo apresenta o projeto de pesquisa de doutorado em Informática na Educação, que tem por objetivo verificar e analisar a influência da tecnologia na construção do conceito de integral dupla, no Ensino Superior. Para realizar o estudo será utilizado um Objeto de Aprendizagem contendo um desafio a ser resolvido, onde o estudante terá como apoio uma parte teórica contendo definições, o software Geogebra para construir e analisar graficamente e um aplicativo para desenvolver a integral algebricamente. A pesquisa, configurada como qualitativa e de caráter exploratório será analisada com base na Abstração Reflexionante de Piaget.

Palavras-chave: integral dupla; cálculo; objeto de aprendizagem; geogebra; abstração reflexionante.

Introdução

Falar da importância ou não de uma disciplina depende da relação entre o crítico e a disciplina. Sem dúvida, o professor de Matemática julga a mesma fundamental para o crescimento intelectual do indivíduo. No entanto, a resposta dos alunos em relação à disciplina de Matemática mostra que os objetivos propostos desde o Ensino Fundamental não estão sendo alcançados. A situação agrava-se no Ensino Superior quando estes mesmos estudantes decidem cursar uma Engenharia porque sempre apresentaram bom desempenho na Matemática. Logo, matriculados numa disciplina de Cálculo, obrigatória nos primeiros semestres, muitos estudantes acabam por desmotivar-se diante das dificuldades apresentadas e assim, evadindo ou reprovando.

É do conhecimento dos profissionais da Educação, que este não é um problema verificado numa única Instituição ou região, mas segundo Bersch, Nascimento e Backendorf (2015) é objeto de estudo em todo território nacional, como apontam também Cury e Bisognin (2006, p.2):

¹ Doutoranda em Informática na Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS – vrbbackendorf@univates.br – Orientador: Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso



A preocupação com o ensino de Cálculo vem se mostrando constante; em quase todos os eventos relacionados com ensino de Matemática ou Engenharia temos encontrado trabalhos relacionados com as dificuldades demonstradas pelos alunos dessa disciplina, às vezes com sugestões de atividades para tentar modificar a situação.

De modo especial, em relação ao Cálculo, verificou-se em muitos momentos que as dificuldades apresentadas não estão diretamente relacionadas à construção dos conceitos de derivada e integral, mas ao pouco domínio desses estudantes sobre os conteúdos da matemática básica. Outro aspecto a ser considerado é quando torna-se necessário relacionar a prática com a teoria. Engenheiros e outros profissionais da área das Exatas, por exemplo, que aplicam diretamente em sua profissão o conhecimento matemático, deveriam ter condições de resolver problemas reais com utilização dos conceitos construídos em sala de aula. No entanto, verifica-se uma deficiência com relação à utilização dos conhecimentos pertinentes na resolução de problemas aplicados à situações reais, o que vem gerando fóruns de discussão dos professores da área da matemática. Conforme afirmam Behar e Notare (2009 p. 187):

Sabe-se que há um sucesso aparente dos alunos na resolução de problemas. Isso ocorre porque, geralmente, eles aprenderam, em suas aulas de matemática escolar, apenas rituais e receitas, como se houvesse um roteiro ou um modelo a ser seguido na resolução de um problema. Dessa forma o que ocorre é a aprendizagem de um conjunto de procedimentos padrão, que possibilita a resolução de uma classe de problemas extremamente limitada. Esse processo está longe do verdadeiro “fazer matemática”, que exige habilidades como conjecturar, testar, intuir, deduzir, generalizar; os alunos adquirem apenas a capacidade de efetuar cálculos.

Encontra-se na literatura muito sobre essas dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como a discussão sobre as possíveis soluções. Segundo Behar e Notare (2009, p. 187):

Não é de hoje que se discute sobre os problemas da aprendizagem da matemática. Muitos são os motivos apontados para justificar o fato de que um número considerável de alunos não consegue compreender verdadeiramente matemática. Acredita-se que um dos grandes problemas da aprendizagem de matemática pode estar relacionado à forma como ela é apresentada aos alunos.

As pesquisas e discussões acerca do assunto vem impulsionando a utilização da tecnologia para auxiliar no desenvolvimento dos conteúdos, principalmente na disciplina de Matemática e decorrentes dela. É evidente que muitas dificuldades não são sanadas,



pois a tecnologia não funciona como um toque de mágica que vem para resolver todos os problemas da Matemática, mas contribui de diferentes maneiras:

Uma das principais contribuições das tecnologias digitais para a educação matemática foi tornar possível a “concretização” dos objetos matemáticos na tela do computador, dando a sensação de realismo e de existência material pela possibilidade de manipulação e alteração de suas propriedades. Com a possibilidade de manipular os objetos matemáticos, surge uma nova forma de pensar e fazer matemática, configurando-se uma extensão do pensamento do indivíduo (NOTARE e BASSO, 2016, p.2).

Problema de Pesquisa

A partir das considerações anteriores, objetivando melhorar a aprendizagem, elaboramos nossa pesquisa com o intuito de verificar como ocorre a construção do conhecimento. Para isso, nos apoiamos na Abstração Reflexionante de Piaget. Assim, nosso problema de pesquisa é:

A utilização de um Objeto de Aprendizagem favorece a construção do conceito de Integral Dupla?

Para responder essa questão, realizaremos uma pesquisa com estudantes de Cálculo II, na qual relacionaremos o volume de sólidos com o cálculo da integral dupla organizados num Objeto de Aprendizagem. Utilizaremos o software Geogebra, que por sua vez, é um software de matemática dinâmica gratuito, criado como tese por Markus Hohenwarter em 2001, na University of Salzburg. O software combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculos numa única aplicação.

Para tanto, apresentamos os seguintes objetivos:

Objetivo Geral

Investigar se a tecnologia auxilia na construção do conceito de integral dupla.

Objetivos Específicos

- * Construir o conceito de integral dupla vinculado ao volume de um sólido.
- * Utilizar a tecnologia para demonstrar que a integral dupla corresponde ao volume de um sólido.
- * Identificar a integral dupla como a forma algébrica de se calcular o volume de um sólido qualquer.



A inserção da tecnologia nas aulas de matemática

A escola não pode andar na contramão dos avanços da sociedade. Ela precisa acompanhar e melhorar o que vem se tornando cada vez mais, suporte para o progresso da sociedade. A tecnologia, por sua vez, vem se inserindo numa velocidade, que torna esses recursos indispensáveis na vida das pessoas. É preciso encontrar formas de tornar a sala de aula tão interessante quanto os recursos existentes fora dela.

Atualmente, busca-se de várias maneiras, melhorar o ensino. Assim, apostar-se numa metodologia que favoreça isto e conta-se com muitos recursos, como por exemplo, os tecnológicos que vem contribuindo para melhorar o desempenho do alunado. Mas, para isso é preciso inseri-los e aproveitá-los de forma que gerem bons resultados para o desenvolvimento das aulas.

Logo, pode-se destacar que os recursos tecnológicos influenciam de forma direta no processo de ensino-aprendizagem, pois contribuem para auxiliar na interpretação de fatos matemáticos além de facilitar na construção gráfica e resolução algébrica de determinadas situações. Isso, tanto no ensino presencial como semi-presencial e à distância. Uma das maneiras é através da exploração de Objetos de Aprendizagem que segundo Vieira e Nicolleit (2007): “Objeto de Aprendizagem é um recurso digital que pode ser utilizado como auxílio ao processo de ensino-aprendizagem, e que tem a capacidade de ser reutilizado em vários contextos de maneira a facilitar a apropriação do conhecimento.”

Como o nosso foco é a utilização da tecnologia na matemática, especialmente nas disciplinas de Cálculo, podemos citar formas de obter resultados relevantes com a utilização de softwares matemáticos para explorar tanto a interpretação gráfica quanto a algébrica. Portanto, acredita-se que seja possível pensar em construção do conhecimento a partir da utilização da tecnologia. Analisando estes fatos, deve-se dar importância ao computador no que tange à aprendizagem em Matemática.

[...] o computador pode ser tanto um reorganizador quanto um suplemento nas atividades dos estudantes para aprender Matemática, dependendo da abordagem que eles desenvolvam nesse ambiente computacional. Do tipo de atividades propostas, das relações que for estabelecida com o computador, da frequência no uso e da familiaridade no uso e da familiaridade que se tenha com ele (VILLARREAL, 1999, p. 362).



Segundo Basso e Notare (2012, p.5) os recursos tecnológicos existentes atualmente podem influenciar positivamente no desempenho dos estudantes e ajudar a construir o conhecimento. Com a diversidade dos recursos existentes é possível explorar os diferentes conteúdos de forma que o aluno construa os conceitos matemáticos pertinentes. A utilização de recursos tecnológicos poderá contribuir para o desenvolvimento do raciocínio do aluno, que poderá fazer uso de diferentes esquemas para resolver uma determinada situação.

Nesse sentido, muito vem se discutindo e desenvolvendo maneiras de inserir as tecnologias na sala de aula. Conforme Silva e Ferreira (2009, p.1):

A utilização da tecnologia, especialmente a do computador, pode ser encarada como uma colaboradora na sala de aula, pois permite tratar de problemas diversos que envolvem diferentes níveis de complexidade algébrica e grande quantidade de dados. Ela é facilitadora, já que, ao possibilitar uma ampla visualização de imagens, contribui tanto para a melhor aprendizagem de conceitos e de algoritmos quanto para aplicações da Matemática.

São vários os pesquisadores que apostam no uso da tecnologia. No entanto, faz-se necessário planejar e desenvolver atividades que de fato contribuam no processo de aprendizagem. Considerando o uso da tecnologia uma das tendências para o ensino da Matemática, especialmente do Cálculo, Oliveira (2013) defende a constituição de ambientes de aprendizagem que permitam a exploração de vários conceitos matemáticos, principalmente aqueles ligados à interpretação de funções via aspectos gráficos.

Através de busca realizada, percebe-se o quanto o uso da tecnologia pode servir de apoio ao aluno no seu aprendizado. Nesse sentido, Amaral e Müller (2012, p.4) defendem que: “Sendo assim, pretende-se contribuir para que esta prática seja difundida cada vez mais e que a tecnologia disponível seja usada em favor da aprendizagem da Matemática também em nível superior.”

Na busca por trabalhos que tratassem da inserção da tecnologia nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, encontrou-se no banco de teses e dissertações da CAPES, inicialmente, 984.134 trabalhos. No entanto, a pesquisa foi refinada de forma que permanecessem somente os trabalhos muito próximos do que se pretende estudar. Logo, ao



pesquisar sobre a integral dupla e a utilização de software matemático chegou-se em 51 resultados. Vários utilizam tecnologia, mas não somente o Geogebra. Dentre esses, os que mais se aproximam da pesquisa proposta e que envolvem tecnologia e integral dupla podemos citar: Fontoura (2016), Souza (2015), Lima (2016).

O Cálculo

O cálculo diferencial e integral, parte integrante dos currículos de diversos cursos de graduação, separa a matemática elementar da avançada. Conforme Zanardini, 2017:

Inicialmente, foi proposto principalmente para a resolução de problemas envolvendo movimento e taxas de variação, mas também é amplamente utilizado em muitas outras áreas. Sua origem é atribuída a dois matemáticos do século XVIII, Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz (ZANARDINI, 2017, p.99).

No entanto, isso não dispensa o fato de que vários outros matemáticos deram importantes contribuições ao desenvolvimento do cálculo nos últimos séculos.

A Integral por sua vez, é usada para determinar áreas de regiões com fronteiras não lineares, volume de um sólido geométrico ou comprimento de uma curva. Assim como as derivadas, as integrais também são utilizadas em diferentes aplicações, como: determinar o centro de massa ou o momento de inércia de um objeto, determinar o trabalho necessário para enviar uma sonda espacial para outro planeta, calcular o fluxo sanguíneo através de uma artéria, estimar a depreciação do equipamento de uma fábrica, determinar a quantidade de diluição de um corante em determinados tipos de testes.

A integral dupla, em especial, tem sua maior aplicação no cálculo do volume de sólidos quaisquer.

Constituição teórica do objeto de estudo da pesquisa

A fundamentação teórica deste estudo se encontra nos pressupostos da teoria de Piaget, quando pretende-se investigar sobre a construção do conhecimento de acordo com a Abstração Reflexionante.



Como se conhece? O conhecimento está na pessoa quando nasce? É possível conhecer sem interagir? Quando há interação? Há interação se eu mudo minha ação quando atuo sobre. Segundo Houaiss (2015), a definição de conhecimento:

é o ato ou capacidade de conhecer, por meio da razão e da experiência; cognição; fato, estado ou condição de compreender; entendimento; informação sobre um fato, uma notícia; ciência; domínio (de um tema arte, etc.); competência; experiência.

Segundo Becker (09/08/2016): “o conhecimento é construído a partir de um processo que se chama Abstração. É um processo que se dá por ações e operações.”

Ainda, conforme Becker (2014, p.110):

[...] o conhecimento como capacidade não surge do nada; surge, sempre, da reorganização do que já havia sido construído previamente (o verdadeiro *a priori*) no plano da ação. Piaget diz que o desenvolvimento do conhecimento como capacidade dá-se por continuidade funcional (assimilações e acomodações) e rupturas estruturais [...]. Infere-se, então, que sem continuidade funcional não se chega a rupturas estruturais.

Dessa forma, o conhecimento se dá através da construção e Becker (1994, p.88) afirma:

[...] Isto é, o **sujeito** humano é um projeto a ser construído; o **objeto** é, também, um projeto a ser construído. Sujeito e objeto não têm existência prévia, a priori: eles se constituem mutuamente, na interação. Eles se **constroem**. Como? O sujeito age sobre o objeto, assimilando-o: essa ação assimiladora transforma o objeto. O objeto, ao ser assimilado, resiste aos instrumentos de assimilação de que o sujeito dispõe no momento. Por isso, o sujeito reage refazendo esses instrumentos ou construindo novos instrumentos, mais poderosos, com os quais se torna capaz de assimilar, isto é, de transformar objetos cada vez mais complexos. Essas transformações dos instrumentos de assimilação constituem a ação acomodadora.[...] O sujeito constrói seu conhecimento na interação com o meio tanto físico como social.

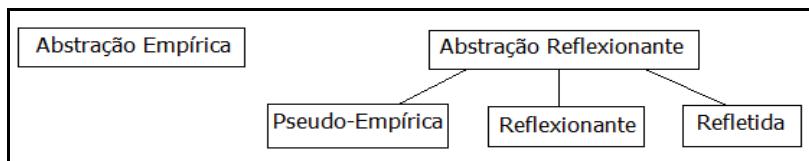
Ainda, conforme Becker (01/11/2016), “o conhecimento não começa no sujeito nem no objeto, começa na periferia dos dois, entre os dois e evolui em função da ação assimiladora e acomodadora”.

A Abstração Reflexionante

Abstração, do verbo latino *abstrahere* (abs+trahere), significa arrastar, puxar, retirar, extraír, aspirar, separar, apartar. Na própria palavra já está embutida uma limitação “congênita” do conhecimento: nunca se retira, extraí-se ou separa-se tudo, mas apenas algo, algumas características. [...] Na obra de Piaget, abstração é a atividade ao mesmo



tempo coordenadora e diferenciadora do sujeito convededor mediante a qual constrói conhecimento, como estrutura ou capacidade; secundariamente, como conteúdo. (Becker, 2014, p. 105). Essa Abstração, segundo Piaget (1995), é apresentada da seguinte forma:



Abstração Empírica a que se apoia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação tais como movimentos, empurrões, etc.

Abstração Reflexionante apoia-se sobre as formas e todas as atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas,...).

A abstração reflexionante é cada vez mais autônoma e a abstração empírica avança porque se apoia na primeira. Dessa forma, pode-se dizer que o conhecimento deriva da experiência, mas não só da experiência empírica. O sujeito não só constrói conhecimento do mundo, mas do que ele retira do objeto, das coordenações de suas ações.

Abstração pseudo-empírica é um caso particular de abstração reflexionante: o que o sujeito tira dos objetos são as propriedades que é capaz de neles introduzir, de acordo com o nível de suas coordenações de ações.

A abstração pseudo-empírica, a meio-caminho entre as abstrações empíricas e reflexionantes, possibilita a realização de um jogo mental altamente eficiente utilizando ao mesmo tempo as qualidades da abstração empírica e o mecanismo da abstração reflexionante (BECKER, 2014, p. 115):

Abstração Refletida ocorre quando o sujeito tomar consciência da abstração reflexionante. Chegamos então ao processo de abstração reflexionante que se realiza em dois momentos: reflexionamentos e reflexões. Onde, segundo Becker (2014, p. 109):

Reflexionamento consiste em retirar qualidades das coordenações, de um patamar qualquer, e transferi-las para o patamar acima. Consiste na projeção, sobre um patamar superior, daquilo que foi tirado de um patamar inferior.

Reflexão (réflexion) consiste na reorganização do que foi transferido pelo reflexionamento ao patamar superior em função do que já existia ali.

Logo, de acordo com o desenvolvimento das atividades propostas supõe-se que a partir de um patamar acontece uma abstração refletida, o estudante se apropria do que fez e



por reflexionamento chegará a um patamar superior. Por reflexão, acontecerá uma reorganização com o que já existe neste patamar, e assim ocorrerá de forma contínua, a construção do conhecimento em espiral, à medida que este estudante for desafiado a resolver novo desafio.

Metodologia

A pesquisa em questão, de acordo com os objetivos propostos será qualitativa, mas pode-se perceber a necessidade de relacionar a abordagem qualitativa com quantitativa. Isso, segundo Flick, 2009 é possível, pois este vínculo pode ter suas razões, havendo a necessidade de combinação.

Pesquisa Qualitativa

A pesquisa em questão baseia-se numa investigação a partir de observações, acompanhamento e levantamento de dados sobre a utilização de um Objeto de Aprendizagem composto por uma parte teórica e outra de interação através do software matemático Geogebra. Isso a caracteriza como qualitativa, pois segundo Bogdan e Biklen (1994) a pesquisa qualitativa configura-se de acordo com as seguintes características:

- quanto ao ambiente, valoriza-se o ambiente natural que é a fonte direta de dados e o pesquisador configura-se como o principal instrumento. Neste tipo de pesquisa, o contato direto e prolongado com o ambiente e situação é fundamental, pois existe a influência do espaço sobre o comportamento humano.

Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência. Os locais têm de ser entendidos no contexto da história das instituições a que pertencem. Quando os dados em causa são produzidos por sujeitos, como no caso de registros oficiais, os investigadores querem saber como e em que circunstâncias é que eles foram elaborados (BOGDAN e BIKLEN,1994, p.48).

- as descrições são característica fundamental da pesquisa qualitativa. Todo material obtido a partir da pesquisa é em forma de documentos escritos, fotografias, vídeos, registros das observações, entrevistas, entre outros.

Na sua busca de conhecimento, os investigadores qualitativos não reduzem as muitas páginas contendo narrativas e outros dados a símbolos numéricos. Tentam



analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos (BOGDAN e BIKLEN,1994, p.48).

Nessa abordagem a palavra escrita tem fundamental importância do início ao fim, desde o registro dos dados até sua análise. E, qualquer situação pode servir de informação ou pista a ser registrada, questionada, analisada e estudada.

- o resultado interessa menos do que o processo. A manifestação de determinado problema nas atividades diárias é o que interessa ao investigador. Buscar a resposta de certas perguntas: Como? Por que? Qual? é analisar de que forma certos fatores influenciam no problema em questão.

- os dados tendem a ser analisados de forma indutiva. Aqueles que coletaremos não são recolhidos para que se comprove ou anule uma determinada hipótese, mas ocorrem construções à medida que os mesmos vão se concentrando.

- na abordagem qualitativa, o “significado” dado às coisas é de fundamental importância. Nesse tipo de estudo, torna-se importante levar em consideração como os participantes encaram o que está sendo focalizado.

Então, na pesquisa qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (1994), são obtidos dados descritivos no contato direto entre investigador, participante e situação a ser estudada, cujo processo está acima do produto, levando-se em consideração a perspectiva dos participantes.

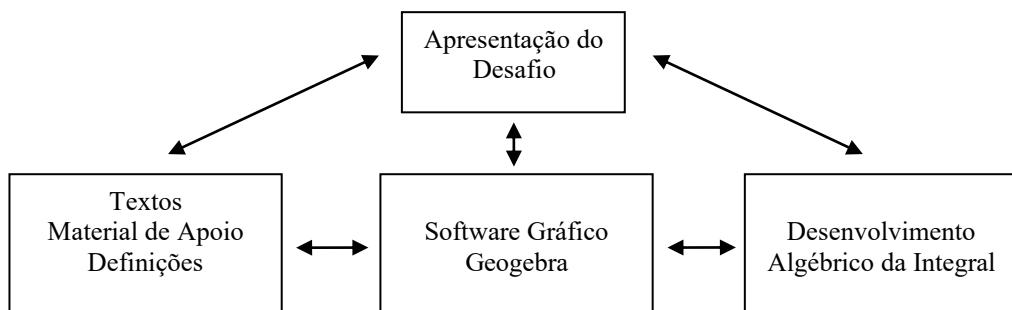
A pesquisa consiste em um estudo exploratório tendo em vista que poucos estudos encontra-se sobre a integral dupla e a utilização de um Objeto de Aprendizagem para construir esse conceito com o apoio da tecnologia.

Aplicação da Proposta

Diante das dificuldades apresentadas no estudo da Derivada e Integral, tomaremos de forma particular a Integral Dupla, sobre a qual pretendemos dar mais sentido aplicando-a em uma situação próxima do real. Para isso, além da utilização de definições vamos inserir a tecnologia para auxiliar neste trabalho.



Para tal, vamos utilizar um Objeto de Aprendizagem que apresente um desafio a ser resolvido por um estudante de Engenharia. O desafio será lançado no início do estudo da integral dupla, durante o qual utilizaremos a teoria contendo definições sobre a integral, o software Geogebra e o desenvolvimento algébrico da integral dupla. O estudante por sua vez, deverá apoiar-se nos elementos apresentados:



O estudo da integral dupla com utilização dos recursos disponíveis em função da utilização de um Objeto de Aprendizagem será acompanhado e analisado de forma que se possa responder o problema de pesquisa proposto.

Referências

ALVES, M. J. G. **Uma proposta para o ensino de cálculo diferencial e integral com a utilização do software Geogebra.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2014. Disponível em: <http://www.uss.br/arquivos;jsessionid>. Acesso em 1º de outubro de 2015.

AMARAL, E. M. H.; MÜLLER, T. J. **Integração de Tecnologias para Construção de Objetos de Aprendizagem – O case E2D Ensino de Derivadas a Distância RENOTE:** Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.10, n. 1, julho, 2012. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/30812>. Acesso em 1º de outubro de 2015.

BECKER, Fernando. **Abstração pseudo-empírica e reflexionante: Significado epistemológico e educacional.** In: Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. Vol. 6. UNESP, 2014. www.marilia.unesp.br/scheme

BECKER, Fernando. **O que é construtivismo?** Série Idéias n. 20, São Paulo: FDE, 1994. p. 87-93. www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_20_p087-093_c.pdf

BEHAR, P. A.; NOTARE, M. R. **A comunicação matemática on-line por meio do ROODA Exata.** In: BEHAR, P. A. (Orgs.). Modelos Pedagógicos em Educação à Distância. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 179-203.



BERSCH, M. E.; NASCIMENTO, S. M. S.; BACKENDORF, V. R. **Sistemas recomendadores de conteúdo como estratégia para apoiar alunos com dificuldade na disciplina de Cálculo.** In: Revista Educação, Cultura e Sociedade. Sinop/MT, v.5, n. 1, 2015. p. 70-82

BOGDAN, R. C e BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação.** Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto – Portugal: Porto Editora, 1994.

BRUNET, A. R. G. et. al. **Provocação de situações de aprendizagem em cálculo com o apoio do GeoGebra.** In: 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra, 2012.

Disponível em: www4.pucsp.br/geogebra/submissao/pdfs/80brunet.pdf Acesso em 26 de outubro de 2015.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E. **Calculando o volume de um sólido: como a análise de erros pode auxiliar professores a elaborar atividades de ensino para calouros de Engenharia.** COBENGE, 2006.

FLICK, U. **Desenho da Pesquisa Qualitativa.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONTOURA , L. R. **Uma sequência de ensino para o estudo de integrais duplas.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2016. Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#!/>. Acesso em 25 de agosto de 2017.

HOUAISS, Antônio. **Pequeno dicionário Houaiss da língua portuguesa.** 1. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

LIMA , J. S. **A utilização do cálculo diferencial e integral para o cálculo de volume de sólidos geométricos.** Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#!/>. Acesso em 25 de agosto de 2017.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A. **Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender.** RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.10, n. 3, dezembro, 2012. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/36459>. Acesso em 1º de outubro de 2015.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A. **Geometria Dinâmica 3D – novas perspectivas para o pensamento espacial.** RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.14, n. 2, dezembro, 2016. Disponível em:

<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/ view/ 70683>. Acesso em 16 de junho de 2017.

OLIVEIRA, F. L. **Tecnologias digitais e a produção de conhecimento acerca de funções de várias variáveis.** In: XVII Encontro Nacional de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática IFES / UFES – Vitória – ES, Novembro, 2013. Disponível em: http://ocs.ifes.edu.br/index.php/ebrapem/xvii_ebrapem/paper/view/1348 Acesso em 1º de outubro de 2015.

PIAGET, Jean. [1977] **Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais.** Tradução: Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

SILVA, J. I. G.; FERREIRA, D. H. L. O uso de tecnologias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. In: **XIV Encontro de Iniciação Científica da PUC-Campinas,**



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

2009. Anais. Campinas – PUC, 2009. Disponível em: <https://www.puc-campinas.edu.br/websist/portal/pesquisa/ic/pic2009/htm/resumos.htm> Acesso em: 1º de novembro de 2015.

SOUZA, P. B.; O software Geogebra atrelado ao Princípio de Cavalieri como mediador no estudo do cálculo do volume dos sólidos geométricos. Dissertação (Mestrado em Matemática), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Cruz das Almas, 2015. Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#!/>. Acesso em 25 de agosto de 2017.

VIEIRA, C. E. M.; NICOLEIT, E. R. Desenvolvimento de Objeto de Aprendizagem, baseado em Especificações de Normatização SCORM, para o Caso de Suporte à Aprendizagem de Funções. RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.5. n.1, 2007. Disponível em: <http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo9/artigos>. Acesso em 12 de maio de 2015.

VILARREAL , M. E. O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas. 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

ZANARDINI, R. A. D, Um breve olhar sobre a história da matemática. Curitiba: InterSaber, 2017.