UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

Instituto de Física e Matemática

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Dissertação

FRAÇÕES MUSICAIS:

Um estudo exploratório com normalistas

Norberto Barros Lemos

Pelotas, 2022

NORBERTO BARROS LEMOS

FRAÇÕES MUSICAIS: um estudo exploratório com normalistas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Circe Mary Silva da Silva Dynnikov

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

L555f Lemos, Norberto Barros

Frações musicais : um estudo exploratório com normalistas / Norberto Barros Lemos ; Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, orientadora. — Pelotas, 2021.

10 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

1. Matemática. 2. Frações. 3. Divisão rítmica. I. Dynnikov, Circe Mary Silva da Silva, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Elaborada por Simone Godinho Maisonave CRB: 10/1733

NORBERTO BARROS LEMOS

FRAÇÕES MUSICAIS: um estudo exploratório com normalistas

Dissertação aprovada como requisito parcial, para a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa Pós Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 05/12/2022

Banca examinadora:

Prof.ª Dr.ª Circe Mary Silva da Silva Dynnikov (Orientadora), Doutora em Pedagogia pela Universität Bielefeld.

Prof. Dr. João Oscar Abdounur, Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo (USP).

Prof. Dr. João Carlos Pereira de Moraes, Doutor em Educação pela Universidade federal do Rio Grande (FURG).

Prof. Dr. Vinícius Carvalho Beck, Doutor em Educação em Ciências pela Universidade federal do Rio Grande (FURG).

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi investigar as relações entre divisão rítmica musical e operações básicas de frações: adição de frações, subtração de frações, multiplicação de frações e divisão de frações, com atividades que relacionam conceitos matemáticos e musicais, com alunas do Curso Normal, de uma turma de primeiro e segundo ano do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na cidade de Pelotas. Para fundamentar a relação que propomos em nosso trabalho, buscamos conceitos do Pensamento Analógico em Abdounur (2006). A pergunta de pesquisa é a seguinte: *Como um grupo alunos do Curso Normal do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na Cidade de Pelotas expressa sua compreensão sobre o uso da divisão rítmica musical no ensino de frações?* As atividades desenvolvidas nas oficinas foram aplicações de exercícios teóricos envolvendo a relação Matemática/Música explorando operações com números racionais, simbologia musical e seus respectivos valores de duração, compasso musical binário, ternário, quaternário e preenchimento de compasso musical. O ministrante trouxe musica instrumental – tocada no trombone – em quase todas as oficinas. A oficina em que isso não ocorreu, realizada na forma expositiva, mostrou baixo entusiasmo e pouca assimilação dos saberes matemáticos trabalhados. Isso comprova o que Abdounur mostra em sua teoria, a forma como a potencialidade desencadeadora da música propicia, além de motivação, terrenos férteis às distintas competências do aluno. As oficinas possibilitaram descobrir que as relações entre os conceitos matemáticos e conceitos musicais abordados favorecem a aprendizagem de conceitos de operações envolvendo números racionais, sendo possível trabalhar tais conceitos no ensino de operações com frações. Notamos aprovação dessa proposta didática por parte de todas as alunas que participaram da oficina. Entre todos os fatores positivos propiciados pela relação Música/Matemática, a motivação foi o fator determinante para o sucesso das oficinas.

Palavras - chave: Matemática; Música; Frações; Divisão Rítmica.

ABSTRACT

The objective of this work was to investigate the relationships between musical rhythmic division and addition of fractions, subtraction of fractions, multiplication of fractions and division of fractions, with activities that relate mathematical and musical concepts, with students from the normal course of a first and second class. Year of the State Institute of Education Assis Brasil, located in the city of Pelotas. To support the relationship we propose in our work, we seek concepts of Analogical Thinking in Abdounur (2006). The research question is the following: How does a group of students from the Normal Course of the Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, located in the city of Pelotas, express their understanding about the use of musical rhythmic division in the teaching of fractions? The activities developed in the workshops were the application of theoretical exercises involving the Mathematics/Music relationship, exploring operations with rational numbers, musical symbology and their respective duration values, binary, ternary, and quaternary musical time signatures and musical time signatures. The minister brought instrumental music – played on the trombone – in almost all the workshops. The workshop in which this did not occur, carried out in an expositive way, showed low enthusiasm and little assimilation of the mathematical knowledge worked. This proves what Abdounur, in his theory, as the triggering potential of music provides, in addition to motivation, fertile ground for the student's different skills. The workshops made it possible to discover that the relationships between the mathematical concepts and musical concepts addressed favor the learning of concepts of operations involving rational numbers, and that it is possible to work with such concepts in the teaching of operations with fractions. We noticed approval of this didactic proposal in all the students who participated in the workshop, and among all the positive factors provided by the Music/Mathematics relationship, motivation was the determining factor for the success of the workshops.

Keywords: Mathematics; Music; Fractions; Rhythmic Division.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fragmento De Laon Metz..... 23
Figura 2 – Figuras musicais no séc. XIII 24
Figura 3 – Valsa Second Walt 25
Figura 4 – Figuras musicais.....35
Figura 5 – Figuras musicais de som e de silêncio..... 36
Figura 6 – Chariots of Fire 43
Figura 7 – Compasso quaternário… 44
Figura 8 – Valores das figuras musicais.....45
Figura 9 – Compasso quaternário. 45
Figura 10 – Compasso binário. 45
Figura 11 – Unidade de tempo..... 45
Figura 12 – Unidade de som. 46
Figura 13 – Unidade de som. 46
Figura 14 – Brincando com as palmas. 46
Figura 15 – Brincando com as palmas. 47
Figura 16 – Mínimo Múltiplo Comum 48
Figura 17 – Conjunto dos Números Naturais. 49
Figura 18 – Partitura ‒Na Glória‖ 51
Figura 19 – Second Waltz 54
Figura 20 – Dimitri Shostakovitch. 55
Figura 21 – Besame Mucho. 57
Figura 22 – ‒Parabéns pra você‖ 59
Figura 23 – Aula de ‒Números Naturais‖ 67
Figura 24 – Atividade de adição fracionária 73
Figura 25 – Respostas de Clara Nunes. 74
Figura 26 – Respostas de Ivone Lara 75
Figura 27 – Respostas de Clara Nunes. 75
Figura 28 – Resolução de atividade 78
Figura 29 – Respostas de Chiquinha Gonzaga 79
Figura 30 – Resolução. 81
Figura 31 – Atividade aplicada na oficina. 83
Figura 32 – Resolução de Ivone Lara 84

Figura 33 – Resolução da atividade –b‖de Nara Leão. 86
Figura 34 – Trechos musicais em compasso quaternário. 89
Figura 35 – Atividade resolvida por Chiquinha Gonzaga..... 91
Figura 36 – Resolução de Chiquinha Gonzaga 94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Teses e Dissertações BDTD.....15
Tabela 2 – Conceitos trabalhados. 60
Tabela 3 – Codinomes das alunas do Primeiro Ano. 61
Tabela 4 – Codinomes das alunas do Segundo Ano.....61

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 10
2. JUSTIFICATIVA 13
3. REVISÃO DE LITERATURA 15
4. UMA BREVE HISTÓRIA DA NOTAÇÃO MUSICAL 22
5. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 25
6. FRAÇÕES E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES 31
   6.1. Adição com Frações 32
   6.2. Subtração com frações 32
   6.3. Multiplicação de frações 33
   6.4. Divisão fracionária 33
7. -Frações Musicais‖ 34
   7.1. Compasso musical 36
   7.2. Unidade de tempo 37
   7.3. Unidade de compasso 37
   7.4. Ponto de aumento 37
8. METODOLOGIA DA PESQUISA 38
9. OS CAMINHOS DA PESQUISA 40
10. OFICINAS 42
   10.1. Oficina 1: –Abertura‖ 43
   10.2. Oficina 2: —oficina extra‖ 47
   10.3. Oficina 03: —Musicalisando a adição fracionária‖ 50
   10.4. Oficina 05: —O Silêncio das Pausas Musicais‖ 52
   10.5. Oficina 04: —O Casamento de Música e Matemática‖ 53
   10.6. Oficina 03: —A Matemática no compasso **44**‖ 56
11. ANÁLISE DOS DADOS 63

11.1. Oficina 1 – Abertura 63
11.2. Oficina 2 – Oficina Extra 67
11.3. Oficina 3: ―Musicalizando a adição fracionária‖ 70
11.4. Oficina 4: ―o silêncio das pausas musicais‖ 76
11.5. Oficina 5: ―O Casamento de Música e Matemática‖ 80
11.6. Oficina 6: ―A Música no Compasso **44**‖ 85
11.7. Oficina de encerramento 88
12. CONSIDERAÇÕES FINAIS 96
13. REFERÊCIAS 98
14. APÊNDICE 1 101
Cronograma enviado para o Instituto Estadual de Educação Assis Brasil 101
14.1. APÊNDICE 2 –Termo de consentimento de livre esclarecimento (TCLE)‖ 102

1. INTRODUÇÃO

O processo de ensino-aprendizagem da Matemática torna-se muito importante na vida do estudante já nos anos inicias quando há o contato com conteúdos que, para ele, ultrapassam a adição e a subtração com números naturais. O aluno, ao se deparar com números fracionários, por exemplo, poderá deixar de relacionar a Matemática com seu dia a dia, de forma a não conseguir enxergar sua aplicabilidade em seus afazeres, nas horas de lazer: contagem de brinquedos, jogos, classificação e organização de objetos, entre outras aplicabilidades Matemáticas.

Acreditamos que a Matemática deva fazer sentido na vida escolar do estudante já em seus primeiros contatos com assuntos que, em maior parte, são vistos primeiramente na escola, como álgebra, frações, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

Desse modo, entendemos a complexidade na manipulação com números racionais, pelos estudantes que se deparam com esse conteúdo pela primeira vez. Entendemos que o aprendizado deva fazer sentido já nos primeiros contatos com os conceitos envolvendo números racionais.

Concordamos com Bertoni (2009), quando se refere ao aprendizado dos números racionais como um dos temas mais complexos do ensino-aprendizagem no Ensino Fundamental. Na mesma direção, Castro (2019) ressalta a importância da utilização de recursos tecnológicos, como auxílio no ensino de frações, destacando que ―[...] o conceito de números fracionários é complexo, por isso difícil de ser abstraído, assim sendo, é necessária a utilização de materiais concretos para auxiliar os alunos a compreenderem as regras e construírem seus conceitos‖ (CASTRO, 2019, p. 29).

Por parte de quem ensina Matemática, há uma percepção de que conceitos tão importantes na vida do estudante irão fazer parte de toda sua formação, em todos os níveis de ensino. Por outro lado, para quem aprende a Matemática, acreditamos ser necessário que o conteúdo abordado tenha alguma aplicabilidade, ou então que o aluno entenda onde ele pode ser aplicado, mesmo que não o faça. Lembro-me bem de quando me deparei pela primeira vez com a metodologia de frações em meu estágio na graduação. Atribuo a minha pouca experiência como professore e pesquisador o uso de frações de pizzas e de barras de chocolate, desenhadas em papel A4, para demonstrar a aplicabilidade das frações. Funcionou? Talvez. Contudo, hoje percebo várias outras formas de abordar um conteúdo de tamanha importância, além das tradicionais fatias de pizzas. Recorrer às belezas dos floreios musicais, à música, à sonoridade, à escrita dessa sonoridade e à criatividade do aluno em escrever e

interpretar um compasso musical é um caminho desafiador, inspirador e possível de ser abordado nas aulas de Matemática.

A Música sempre esteve presente em minha casa, em minha vida, desde criança. Construir instrumentos de matérias recicláveis era uma das diversões que mais me atraiam, principalmente em épocas de ensaios de carnaval em minha cidade. Apesar de, em minha formação escolar, eu ter estudado em três escolas diferentes, nenhuma possuía banda musical e nem professores de Música, o que me fez procurar aulas em outras instituições, no contra turno escolar.

Para falar do gosto pela Matemática, me sinto à vontade em começar por minha formação no Ensino Médio, na escola Dr. Augusto Simões Lopes, situada no bairro Simões Lopes, Pelotas. Atribuo o despertar do gosto pelas ciências a partir das aulas de Física. Lembro-me bem que precisei me dedicar muito para conseguir ser aprovado na disciplina de Matemática, pois o professor elaborava provas explorando interpretação e raciocínio lógico, em um formato que eu não estava acostumado. Tamanha dedicação me ajudou a preencher lacunas oriundas do Ensino Fundamental, pois eu percebera, então, que minha dificuldade estava na Matemática Básica não assimilada no Ensino Fundamental. Paralelo aos estudos da escola, em turno inverso, passei a estudar teoria musical e prática em instrumentos de percussão e sopro, na Banda do Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas (CEFET-RS), hoje Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul). Após terminar o Ensino Médio, trabalhei como músico tocando em eventos na cidade de Pelotas e região. Nesta etapa de minha vida, o contato com diversos instrumentos e partituras musicais foi intenso. Tamanha bagagem me encorajou a prestar alguns concursos e testes para área militar, para o cargo de músico militar temporário.

Após ser aprovado para o cargo de músico militar temporário (2010-2018, Músico Militar/graduação), prestei, em 2011, vestibular na Universidade Católica de Pelotas (UCPEL) para o curso de Matemática Licenciatura, concluindo-o em 2014. Já nos primeiros semestres do curso de Matemática tive oportunidade de fazer algumas relações entre Matemática e Música em apresentações de trabalhos para a turma. Devido a minha carga horária no exército, pouco pude participar de eventos de Matemática de outras universidades, tampouco participar de eventos extracurriculares fora da cidade de Pelotas. Contudo, tive oportunidade de ajudar na organização de diversos eventos de Matemática dentro da UCPEL. Meu primeiro contato como professor foi no estágio da graduação. Foram dois semestres de estágios onde tive oportunidade de atuar em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental e outra de 1º ano do Ensino Médio.

Estagiar na turma de 6º ano me exigiu muita dedicação devido à grande dificuldade que encontrei para realizar as tarefas que eu mesmo planejava. Tal fato não me desmotivou, ao contrário,motivou-me a seguir os estudos em busca de respostas para as inquietações, assim como caminhos para o estágio.

Uma grande inspiração para seguir pesquisando foi um estudo que iniciei em 2018, no curso de especialização (LEMOS, 2018), pelo qual foi possível observar que boa parte dos sujeitos da pesquisa conseguiu perceber a Matemática envolvida por trás dos conceitos de divisão rítmica musical apresentados durante a atividade. Essa pesquisa me possibilitou descobrir que é possível levar para sala de aula, com fins pedagógicos, a relação Música/Matemática utilizando operações com frações e a divisão rítmica musical. ‒O uso do conceito de operações com frações se fez presente no raciocínio lógico matemático dos alunos envolvidos na atividade‖ (LEMOS, 2018).

Na presente pesquisa pretendemos responder ao seguinte questionamento: Como um grupo de alunos do Curso Normal do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na Cidade de Pelotas, expressa sua compreensão sobre o uso da divisão rítmica musical no ensino de frações?

Este trabalho tem como objetivo investigar as relações entre divisão rítmica musical e operações básicas de frações – adição de frações, subtração de frações, multiplicação de frações e divisão de frações, por meio de atividades que relacionam conceitos matemáticos e musicais, com alunas do Curso Normal, de uma turma de primeiro e segundo anos do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na cidade de Pelotas.

Para tanto, os objetivos específicos são: :

- Investigar as relações entre divisão rítmica musical, operações básicas com frações e conceitos de analogia de Abdounur, 2006;
- Analisar e relacionar, pedagogicamente, os compassos musicais $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{4}$ com conceitos de operações com frações e conceitos de analogia segundo Abdounur, 2006;
- Interagir, através de oficinas, com alunos do curso normal do IEE Assis Brasil (sujeitos da pesquisa), analisando as relações entre divisão rítmica musical e conceitos de operações com frações;
- Investigar as relações entre Música e Matemática, usando conceitos de analogia com base nas teorias de Abdounur, 2006.

2. JUSTIFICATIVA

O sistema de divisão rítmica se baseia em conceitos matemáticos, e sua forma de escrita é considerada universal, assim como a simbologia Matemática. Esses símbolos musicais são escritos dentro de compassos musicais de acordo com uma fração, escrita no início da pauta musical, que vai determinar qual o valor total de cada compasso inscrito nos trechos musicais. Dentre várias figuras musicais, citarei como exemplo quatro delas: a semibreve, com o valor 1; a mínima; com o valor de $\frac{1}{2}$; a semínima com o valor $\frac{1}{4}$; a colcheia com o valor de $\frac{1}{8}$. Se a forma de compasso for $\frac{2}{4}$, esse compasso poderá ser preenchido com uma figura de mínima, ou com duas figuras de semínima, ou com quatro figuras de colcheia, ou com duas figuras de colcheia e com uma figura de semínima e de várias outras formas. A finalidade, neste caso, é o somatório dos símbolos resultarem $\frac{2}{4}$ em cada compasso.

Pretendo investigar se o aluno, ao perceber a aplicabilidade do conteúdo de frações, cria mais afinidade com ele; se, sendo atraído pela estrutura da divisão rítmica musical, é capaz de perceber as diversas utilidades da Matemática.

O dialogo entre divisão rítmica musical e o estudo de frações deixa-me curioso e determinado em seguir com esta pesquisa, por acreditar no potencial didático da relação entre Matemática e Música. Acredito que a aproximação Música/Matemática pode ser bastante explorada e render bons resultados no campo da pesquisa em Educação Matemática.

Na seção Revisão de Literatura, apresentada no decorrer desta Dissertação, verifico que a aproximação entre Música e Matemática, em seus aspectos teóricos, como fio condutor, é um campo fértil para o processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos em uma abordagem interdisciplinar. Verifico também que pouco se pesquisou sobre tal relação em prol da Educação Matemática tendo a *notação musical* como ferramenta, apoiando o ensino de operações com frações.

Algumas habilidades da BNCC enfatizam a relevância do estudo de operações com frações. A seguir, algumas delas:

- (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos;

- (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (BRASIL, 2017. p. 295)

A partir dos conceitos matemáticos que tive oportunidade de desenvolver em estágios, em meu período de formação, percebi a dificuldade de percepção por parte dos alunos na aprendizagem de operações com frações. Tal fato me motiva a dar seguimento ao presente estudo, colaborando com o avanço da pesquisa em Educação Matemática como um todo.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Buscamos trabalhos que fossem ao encontro do nosso e constatamos que as pesquisas relacionando Matemática e Música abordam, em grande parte, conceitos musicais ligados a formação do som, escalas musicais e formação de acordes. Há vários conceitos matemáticos possíveis de relacionar com esses conceitos musicais. Contudo, constatamos que alguns conteúdos são mais pesquisados e explorados com fins didáticos na relação Música e Matemática. Podemos então destacar, não em ordem dos mais citados, trigonometria, razão e proporção, logaritmos e progressão geométrica (CAMPOS, 2009; DEPIZOLI, 2015).

A busca de trabalhos foi feita na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Resolvemos focar na busca por trabalhos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e |Dissertações, tanto por sua confiabilidade em relação a publicações, quanto pela diversidade de trabalhos publicados.

Após, preocupamo-nos em procurar dissertações e teses relacionando Matemática e Música que utilizasse conceitos musicais como ferramenta no ensino da Matemática. Neste capítulo, iremos apresentar os trabalhos selecionados e utilizados em nossa pesquisa. Ressaltamos que procuramos organizá-los na ordem em que mais se aproximam da proposta apresentada em nossa metodologia. A seguir, duas tabelas com trabalhos encontrados e selecionados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Tabela 1 - Teses e Dissertações BDTD

Descritores	Dissertações Encontradas	Dissertações Selecionadas	Teses Encontradas	Teses Selecionadas
―Música Matemática‖	26	4	4	0
―Música Matemática números racionais‖	0	0	1	0

Quadro das Dissertações Selecionadas

Título	Autor	Programa	no
Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares	Gean Pierre da Silva Campos	Universidade Federal do Espírito Santo – Centro de Educação - Pós–Graduação	2009
Matemática e Música e o Ensino de Funções Trigonométricas	Carlos Antonio Depizoli	Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	2015
A Matemática na Música: divisibilidade do compasso	Mariel de Paula Chaves	Universidade Federal de Santa Maria – Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT	2018
Música e Matemática: possibilidades no Ensino Médio	Carlos Henrique Lange	Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Instituto de Matemática – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática	2019

A ordem em que apresentaremos os trabalhos selecionados não acompanha o ano de publicação, relacionamos os mais próximos teoricamente, entre si, e por último os que mais se aproximam metodologicamente de nossa pesquisa.

Campos (2009) investigou as relações entre Matemática e Música, no sentido de serem usadas no processo de ensino-aprendizagem dessas duas áreas do saber, utilizando a história da Matemática e a história da Música como fio condutor para tal abordagem. O trabalho de Campos teve como objetivo principal evidenciar, propor e analisar atividades didáticas relacionando Matemática e Música por meio de um viés histórico matemático-musical. Os sujeitos da pesquisa foram professores de Matemática, professores de Música, licenciandos em Matemática e licenciandos em Música. A proposta pedagógica de Campos, relacionando Matemática e Música, foi trabalhar conteúdos de Matemática com o auxílio da Música e trabalhar conceitos musicais mostrando a base matemática contida neles,

desenvolvendo competências cognitivas múltiplas. Isso possibilitou desenvolver oficinas para sujeitos dessas duas áreas, diferentemente da nossa proposta, presente na metodologia. Através de uma abordagem interdisciplinar, o autor elaborou oficinas com atividades envolvendo exercícios teóricos e práticos, confecção de instrumentos musicais e materiais didáticos, leitura e interpretação, assim como discussões envolvendo Matemática e Música.

Na fundamentação teórica, o autor trabalha com a afetividade como fator relevante no processo de ensino-aprendizagem baseado nas propostas de Henri Wallon. A pesquisa fundamenta-se nos estudos de Howard Gardner, autor da teoria das inteligências múltiplas e traz destaques importantes relacionando Música e Matemática, referenciando o filósofo Pitágoras.

É importe ressaltar que a correlação Matemática e Música não faz com que o papel da Música seja de alegrar o ambiente ou que a Matemática seja ligada a aspectos lúdicos para ser aceita. O que o trabalho propõe são ações para ensino-aprendizagem tanto da Música quanto da Matemática, em que uma área fundamente a outra, desenvolvendo competências cognitivas múltiplas. O trabalho procurou responder à seguinte questão de pesquisa: como práticas pedagógicas interdisciplinares de Matemática e Música podem proporcionar uma alternativa didática e auxiliar no ensino e na aprendizagem, proporcionando uma alternativa didática e auxiliar no ensino e na aprendizagem de razões e proporções, progressões geométricas, notas, intervalos e escalas musicais?

O autor faz referência a autores a fim de fundamentar a questão do pouco interesse dos alunos com relação aos conteúdos das aulas de Matemática e reforça o sucesso da relação de afetividade, engajamento, sociabilização que as aulas de Música proporcionam nas atividades escolares. Dentre os autores citados destaco: D'Ambrósio, 1986; Skovsmose, 2004; Silva, 2003 e Hoyles, 2003.

Foram realizadas oficinas interdisciplinares com professores e alunos de Matemática e de Música, e alguns licenciandos dessas áreas também participaram. Ao todo foram 18 participantes, e a pesquisa foi realizada na Universidade Federal do Espírito Santo, em formato de extensão. Foram realizadas cinco oficinas, e os dados da pesquisa foram captados através de questionários, relatórios e gravações de áudios e reuniões na forma remota.

Entendo que quando se coloca licenciandos e licenciados em Matemática e em Música em uma mesma proposta, com as mesmas atividades em conjunto, virão respostas de diferentes pontos de vista, tanto de assuntos relacionados a conceitos matemáticos, quanto de

assuntos relacionados a conceitos musicais. Não vi manifestação do autor quanto a essa questão, contudo noto que a diversidade de sujeitos enriqueceu a pesquisa de Campos.

O questionamento proposto pelo trabalho de Campos pode ajudar a entender a intenção do autor em trabalhar com os sujeitos de diferentes áreas simultaneamente. A presente pesquisa abre caminho para novos estudos relacionando Música e Matemática, tendo em vista a comprovação de sua aplicação pedagógica.

Campos aborda diferentes conteúdos de Matemática e de Música, delimita a pesquisa abordando menos conteúdos, aprofundando a metodologia e a aplicabilidade dos conteúdos propostos.

A fim de relacionar a Matemática, a Física e a Música, Depizoli (2015) objetiva contribuir com o desenvolvimento das habilidades nos educandos, por meio de estudos relacionados às funções trigonométricas. Depizoli aborda também, conceitos ligados à acústica e à Série de Fourier Contínua, no seu uso no ensino da trigonometria.

O objetivo principal do trabalho de Depizoli foi apresentar o conceito de som e suas principais propriedades físicas na relação entre a Matemática e Música. Além do objetivo principal, o autor relaciona objetivos específicos que ajudam a entender o as relações entre os temas abordados no trabalho. São eles: apresentar a história da Música e sua relação com a Matemática; descrever as propriedades físicas dos sons através de conceitos matemáticos; apresentar as principais escalas musicais e descrever como elas são construídas; descrever a Série de Fourier Contínua e seu uso em sintetizadores analógicos; propor oficinas didáticas visando contribuir para o ensino de funções trigonométricas.

Em grande parte dos trabalhos encontrados notamos que os autores se preocuparam em trazer resgates históricos da relação entre Música e Matemática, o que achamos imprescindível em trabalhos relacionando ambas as áreas. No trabalho de Depizoli não foi diferente. O autor abordou temas ligados a História da Música, da Pré-História aos dias atuais, direcionando as primeiras abordagens aos estudos da *escola pitagórica* e seus experimentos com o *monocórdio*.

Entre outros destaques, Depizoli (2015, p. 20) menciona o surgimento do som como onda e cita a importância de Arquidas de Tarento:

> Provavelmente tenha sido o primeiro a assinalar que o som era produzido devido a pulsações de ar: pulsações rápidas de ar produziriam um som agudo e pulsações lentas um som grave. Esses são os primeiros indícios da relação da frequência com a altura musical e dessa forma, a compreensão do som como onda que se propaga no ar passa a ser o elemento básico de estudo da acústica.

Os estudos da formação do som e de como ele se propaga ganham destaque no capítulo 3, onde o autor aborda temas relacionados à Matemática e à Física destacando o estudo do som. O capítulo traz conceitos importantes, referentes a ondas sonoras, que fundamentam os conceitos utilizados pelo autor nas oficinas propostas e desenvolvidas no trabalho. São eles: frequência; período; comprimento da onda; velocidade de propagação da onda e amplitude.

Aos poucos o trabalho de Depizoli vai desenvolvendo conceitos relacionados a sonoridade, formação do som e de escalas musicais, conceitos apresentados por Campos. Contudo, Depizoli diferencia-se de Campos e de outros que abordaremos a seguir por trazer conceitos ligados a Física, motivo pelo qual estudamos sua proposta. Outro destaque nesse trabalho é as abordagens sobre a Série de Fourier contínua, Funções ortogonais, Série de Fourier Generalizada, Série de Fourier, Série de Fourier de Cosseno e de Senos e Sintetizadores Eletrônicos e a série de Fourier. Depizioli vai aos poucos relacionando conceitos das funções trigonométricas com o som. Essa relação fica perceptível nos gráficos das funções apresentados por ele.

O autor propõe cinco oficinas interdisciplinares, com o propósito do ensino da trigonometria tendo como o auxílio conceitos musicais como ferramenta pedagógica, concluindo que a Música pode despertar no estudante o interesse pela aprendizagem de conteúdos de Matemática. Ressalta a importância da organização prévia dos materiais e do roteiro de trabalho para obter sucesso em oficinas interdisciplinares envolvendo Música e Matemática.

É comum encontrarmos trabalhos que apresentam propostas de oficinas interdisciplinares, para serem aplicadas em sala de aula, envolvendo Música e Matemática. Nossa intenção, porém, era a de selecionar trabalhos que aplicassem oficinas e apresentassem resultados. Entretanto, mantivemos os selecionamos pela riqueza das relações entre Música e Matemática, tanto nos resgates históricos quanto nos conceitos teóricos apresentados.

Em nossa procura por trabalhos que fundamentassem nossa proposta notamos que trabalhos explorando a notação musical e Matemática com um viés pedagógico são raros, porém esse tema, aos poucos, está sendo desenvolvido por pesquisadores que com muita clareza abordam conceitos de extrema importância nessa relação.

Chaves (2018) aborda conceitos de preenchimento de compasso musical, destacando a impossibilidade do preenchimento de um compasso 4/4 com figuras musicas que não se repitam ou uma figura pontuada. Ele relaciona conceitos teóricos de preenchimento de compasso musical com Sequências e Séries Numéricas. Deparamo-nos com conceitos de

preenchimento de compasso, ondas sonoras, frequência e formação da escala temperada, entre outros conceitos ligados a sonoridade e notação musical, relacionados com conceitos matemáticos. Acreditamos que uma pesquisa que aborde notação musical de forma pedagógica, como apresenta Chaves, deva trazer fundamentos teóricos detalhados relacionados a figuras musicais, compassos musicais e preenchimento de compasso.

O diferencial no trabalho de Chaves é a grande clareza com que o autor apresenta os conceitos musicais. Ele dedica um capítulo somente para abordar conteúdos ligados à teoria musical, tanto na formação de escalas musicais como na forma de leitura e escrita musical.

Chaves apresenta propostas de trabalho envolvendo preenchimento de compasso musical e sequência numérica. A relação dos conteúdos de Matemática e de Música utilizados pelo autor leva-nos ao entendimento de que sua abordagem é interdisciplinar, contudo isso não é mencionado no trabalho.

Entre outros pontos, Chaves conclui que através das sequências e séries Matemáticas não é possível preencher um compasso musical 4/4 sem repetir figuras musicais ou utilizar o ponto de aumento. Identificou também que a evolução da Matemática trouxe teorias musicais mais complexas e que a evolução da notação musical teve um papel considerável para o entendimento das complexidades exigidas pelo tema.

A diversidade de temas, teorias e relações ligando Música e Matemática encontrada nos trabalhos indica a potencialidade de sua aplicação no ensino. Como ressaltamos, procuramos focar nos temas mais próximos de nossa pesquisa, nesse sentido, percebemos que os temas abordados pelos autores dos trabalhos escolhidos, em algum momento, conectam-se com o nosso. Em Lange (2019), tivemos contato com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, a qual tem como base as teorias de Raymond Duval. Encontramos aspectos importantes na relação entre Música, Matemática e Semiótica no trabalho de Lange. Dentre elas, destacamos a forma de trabalhar com frações utilizando figuras musicais. Fazer operações Matemáticas utilizando símbolos e linguagem diferente da simbologia e da linguagem Matemática é o que a Semiótica pode explicar ou proporcionar, e o autor claramente mostra essas relações. Lange relaciona conceitos de frações, razão, incomensurabilidade, ondulatória, acústica, Música e, em comum com o trabalho de Chaves, traz uma abordagem teórica musical bem clara e detalhada que fundamenta as propostas das oficinas elaboradas pelo autor.

Com uma proposta de levar a relação Música/Matemática para sala de aula, com uma abordagem interdisciplinar Lange realiza oficinas com alunos do Ensino Médio, fazendo,

entre outras, relações significativas de preenchimento de compassos musicais com conteúdos de Matemática (frações, razão e incomensurabilidade), além de introduzir conteúdos físicos (Ondulatória e Acústica), procurando mostrar aos alunos que há relações fundamentais entre essas áreas do saber. Ao final, Lange conclui que a Música pode auxiliar os estudantes na compreensão de conceitos matemáticos e que a relação entre Matemática e Música torna-se mais evidente por intermédio de uma abordagem interdisciplinar.

Em trabalhos direcionados para o Ensino Médio, ou que abordam conteúdos propostos para o Ensino Médio, é comum encontrar a relação Música, Matemática e Física, o que diverge da nossa proposta de pesquisa por trabalharmos focados no Ensino Fundamental, entretanto notamos que essas relações enriqueceram os trabalhos por nós selecionados.

Notamos que as convergências entre conceitos musicais e a Matemática estão ganhando uma atenção especial por parte de pesquisadores que estudam juntas a Música e a Matemática, como mostram os trabalhos de Chaves (2018) e Lange (2019). Embora os trabalhos encontrados sejam, em maioria, focados no Ensino Médio, encontramos relações importantes com o conteúdo básico de frações, possível de serem trabalhados no Ensino Fundamental, pela semiótica, segundo Lange (2019).

Verificamos que os trabalhos selecionados na revisão bibliográfica trazem resgates históricos da relação entre Música e Matemática que enriquecem as pesquisas e informam o processo de desenvolvimento dessa relação.

4. UMA BREVE HISTÓRIA DA NOTAÇÃO MUSICAL

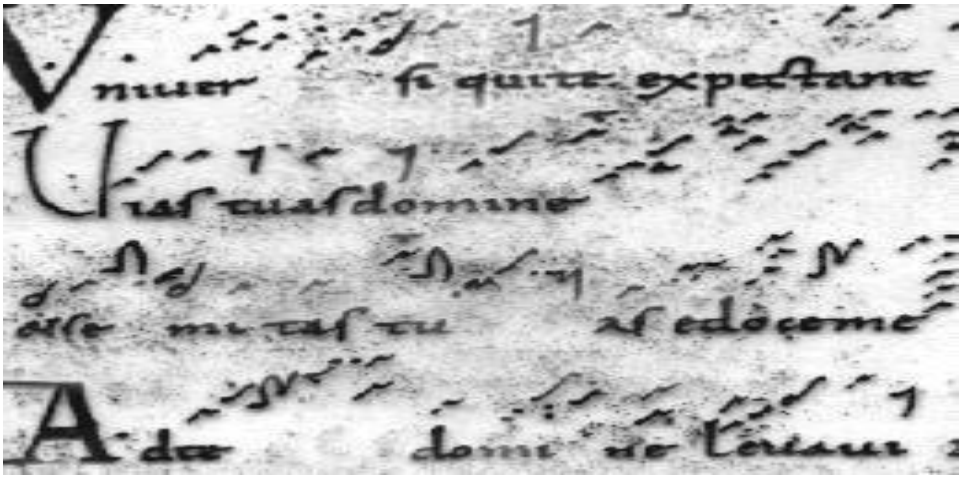
Na linguagem musical, ou linguagem dos músicos, costuma-se dizer que o músico não habituado à notação musical, que aprende a tocar algum instrumento somente com a percepção auditiva, é um músico que toca ―de ouvido‖. E tal prática (tocar sem o apoio da partitura) é extremamente comum entre os músicos, afinal ler uma partitura não é um pré-requisito para aprender a tocar algum instrumento ou cantar. Ao buscarmos fatos na história da Música, identificamos em Souza (2012) que na Idade Média as melodias musicais eram passadas entre gerações através da percepção auditiva, de forma oral.

Souza (2012) afirma que os primeiros esboços de notação musical foram a partir de pontos e acentos desenvolvidos pelos gregos, que, quando colocados sobre uma palavra, lembrariam o cantor da melodia em que aqueles sinais significassem. Esse sistema de notação musical é chamado de *Sistema Neumático*. Contudo, o sistema neuma se assemelha ao que hoje chamamos de *cifra*[1]*musica*le, portanto, não era preciso para executar uma melodia. Esse sistema de notação, ao passar do tempo, foi sofrendo alterações em diversas regiões, ―fato que acaba por estar na origem da variedade de notações à época, como a notação aquitana, a notação de Saint-Gall, a notação alemã, a beneventana, a catalã, entre outras‖ (SOUZA, 2012, p. 50).

De certa forma, podemos dizer que o sistema neumático de escrita musical poderia ser útil para aqueles que já conheciam a Música, pois não davam noção de tempo de duração de notas e não rítmica. Abaixo, o Fragmento de Laon, dando uma ideia de cifra acima das palavras do Hino.

[1] Termo utilizado popularmente pelos músicos. São letras que representam os acordes musicais e quando colocadas acima de uma palavra ou trecho musical em uma partitura indica que aquele acorde deve ser tocado simultaneamente por um instrumento de harmonia (violão, teclado, guitarra...) com a melodia. 2. Chave de escrita secreta, (Mattos, 2011)

Figura 1- Fragmento de Laon, Metz



Fonte: Wikipédia. https://pt.wikipedia.org/wiki/Nota%C3%A7%C3%A3o_musical. Acesso: 2, nov, 2022.

Por volta do séc. IX, as neumas foram o sistema mais popular de escrita musical da Europa, até que um monge Frances chamado Guido D'Arezzo (992 - 1050) propôs um novo sistema de escrita musical utilizando linhas. Podemos comparar esse sistema com um plano cartesiano, onde o eixo y representa a altura das notas (Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si) e o eixo x representa a duração das notas, ou seja, por quanto tempo essa nota deverá ser tocada, sustentada.

Guido D'Arezzo foi um dos grandes responsáveis pelos avanços da escrita musical, como a introdução de linhas formando a pauta musical e a criação dos nomes das notas musicais Dó Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si, que utilizamos até os dias de hoje.

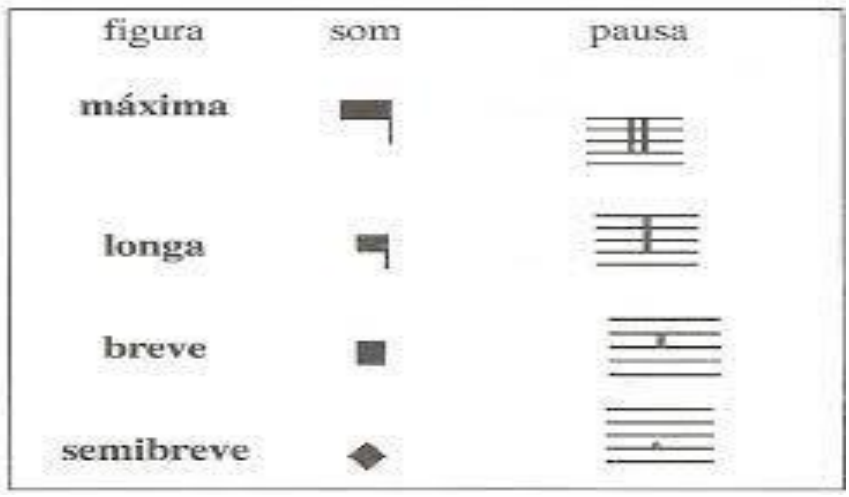
Ao entregarmos uma partitura para um músico que tenha uma leitura musical fluente, espera- se que execute o que está escrito na partitura exatamente como o autor planejou, obedecendo ao ritmo, ao andamento, à altura das notas, à tonalidade, entre outros aspectos pré-determinados na partitura. Para chegarmos a esse ponto, podemos citar as contribuições da notação mensural, destacada por Souza da seguinte forma:

> Tal como o nome indica, tinha em conta a medida de cada nota, facto bastante facilitado com o instituição dos já referidos modos rítmicos, estabelecidos pelos músicos da Escola de NotreDame e efetuados com a notação quadrada convencional, modos estes que dependiam da teoria métrica dos gregos que, de forma global, apontava a quantidade de duração das sílabas consoante o símbolo elegido, quer se tratasse de uma sílaba longa (—) ou breve (U). Assim, os grupos de ritmos, constituídos por grupos de valores, deram lugar, nesta fase, aos seguintes modos rítmicos (SOUZA, 2012. p. 55).

Os modos rítmicos aos quais se refere Souza são os seguintes: trocaico, lâmbico, tribaco, dactílico, anapesto e molosso.

Relacionamos a ideia desses modos rítmicos com os compassos musicais que encontramos na notação musical atual. Por volta do século XIII, podemos encontrar registros de uma notação musical onde já teremos alturas e duração de notas mais precisas. Nesse período a notação já contava com algumas figuras musicais, são elas: A máxima (no valor de duas longas), a longa (no valor de três breves), a breve (no valor de três semibreves) e a semibreve. Essas 4 figuras de som tinha também sãs respectivas figuras de silêncio, com seus respectivos valores.

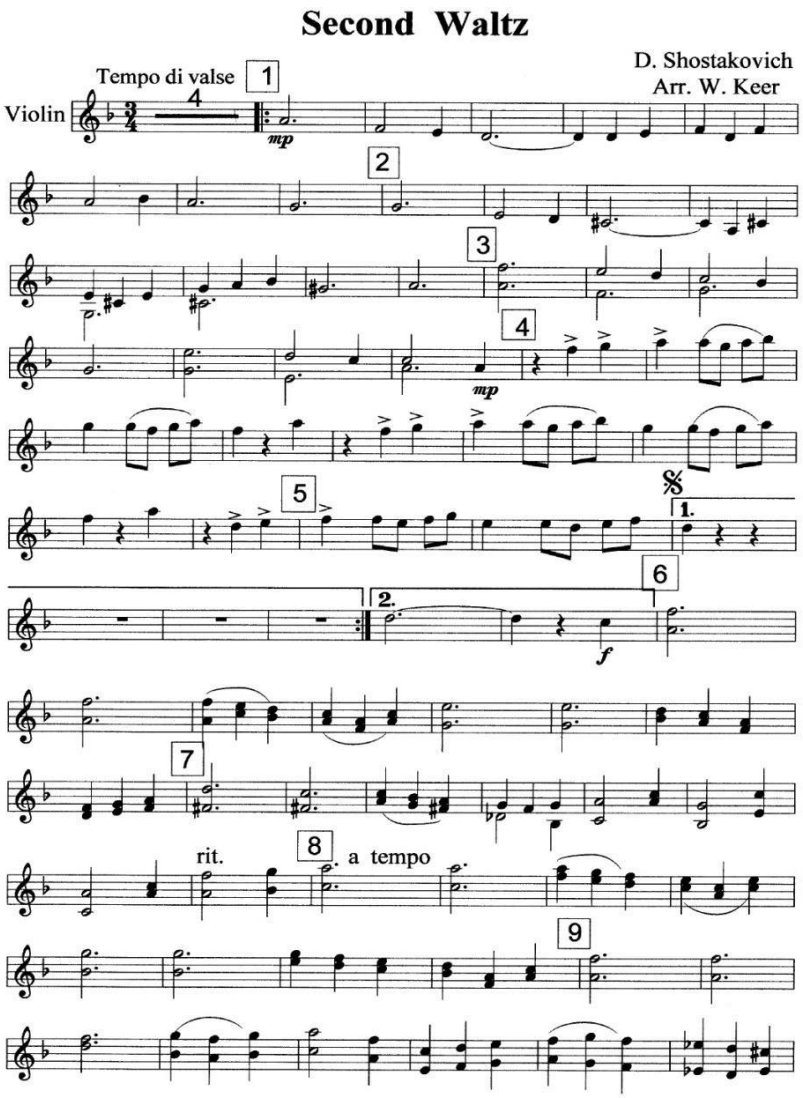
Figura 2 - Figuras musicais no séc. XIII



Fonte: Souza (2012).

Finalizando nosso breve resgate pela história musical, colocaremos um trecho da partitura que usamos em uma de nossas oficinas. A partitura a seguir foi escrita em um compasso ternário donde claramente se entende que o ritmo é uma valsa. Isso se dá pelo andamento em que a partitura determina a execução da Música e pelo compasso musical em que ela foi escrita, onde a pulsação sugere que a musica seja uma valsa.

Figura 3 - Valsa Second Walt



Fonte: Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YDVwdXF-Q0g. Acesso em 10 mar. 2022.

5. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Através das pesquisas apresentadas na Revisão de Literatura, procuramos mostrar algumas possíveis relações entre conceitos musicais e conceitos matemáticos, em uma abordagem pedagógica. Vimos que a Música se fundamenta em conceitos matemáticos e que há diferentes formas de representar a Matemática utilizando a simbologia musical. Para fundamentar a relação que propomos em nosso trabalho, buscamos conceitos do *Pensamento Analógico* em Abdounur (2006).

Santos-Luiz, C., et al (2005, p. 277) trazem referências de Bahr e Christesen, 2000; Rothtein, 2006; Wright, 2009, onde os autores fazem analogia da notação musical com conceitos de funções e gráfico cartesiano, relacionando a divisão rítmica musical e a leitura musical, reforçando a relação da notação musical com conceitos matemáticos.

Wisnik (2002) faz uma analogia entre pulsação, ritmo e melodia, onde destaca que mesmo quando não ouvimos barulho algum, podemos sentir ou ouvir os barulhos de nosso próprio corpo pulsando. Quanto à formação melódica, Wisnik destaca que todo o som é repleto de silêncio e que um som nunca está só, é a marca de uma propagação de irradiação e frequência (WISNNIK, 2002, p. 19).

Para Abdounur (2006), o termo analogia[2] pode ter decorrido do movimento pitagórico e, nessa concepção, o pensamento analógico consiste na identidade de relações ou proporções entre distintas coisas (ABDOUNUR, 2006, p. 113). Ao fazer a conexão de dois ou mais campos conceituais, se exige um rigor matemático proporcional e a medida exata dos campos em questão. Abdounur destaca que esse pensamento analógico vai tratar de um raciocínio não dedutivo e, dentro de uma visão Matemática, impreciso, buscando a semelhança, a similaridades entre objetos.

Em nossa pesquisa o pensamento analógico visa a construção de significados para explorar de forma didática o potencial de assemelhação e diferenciação relacionando conceitos matemáticos e musicais com estrutura e conceitos semelhantes.

Ao apresentar uma figura musical, semínima igual a $\frac{1}{4}$, ($\frac{1}{4}$), para um estudante que não estuda Música, ele vai fazer uma relação de semelhança, ou seja, vai relacionar o desconhecido (semínima) com o conhecido por ele (a fração 1/4). Destacamos que não se trata de comparação e sim de relação analógica, relação de semelhança ou relação de similaridade. Sendo assim, a *analogia* torna-se um recurso, um instrumento educacional, uma vez que usa

[2] *s. f.* **1.** Ponto de semelhança entre objetos diferentes. **2**. Semelhança (KURY, 2002, p. 43).

um processo de associação. Abdounur (2006) ainda afirma que analogias possibilitam a expansão

> cognitivo/afetiva, uma vez que participam de sua dinâmica, conceitos ou situações familiares em que se possui maior naturalidade nas manipulações de objetos e relações, bem como domínio desconhecidos, onde se podem conjecturar relações entre elementos, conscientemente o não, a partir de conexões conhecidas entre seus análogos em terrenos mais familiares (ABDOUNUR, 2006, p.148).

O que nos faz concordar e utilizar as teorias de Abdounur é a aproximação do novo (conceitos de teoria musical) com o já conhecido (operações fracionárias) em prol do processo de ensino-aprendizagem de frações. O autor esclarece que, da mesma forma, ‒a exploração do novo território propicia esclarecimentos na região tida, inicialmente, como mais familiar. Tal processo de construção de significados ocorre como se criássemos novos campos regidos por novas linguagens, através das quais expressões emergem‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 148).

Salientamos que, no nosso caso, o novo território será o conceito de divisão rítmica musical, tendo em vista que a proposta é o ensino de frações com o auxilio da divisão rítmica musical.

A simbologia musical da vida, a melodia, o ritmo, a harmonia, dá origem à linguagem musical, a Música, de fato. Nossa proposta concorda com Abdounur (2006) no sentido de relacionar essa simbologia musical com conceitos matemáticos, de forma pedagógica, no ensino de uma ou de ambas as partes, explorando, nesse sentido, o poder das analogias de trazer o símbolo à linguagem (ABDOUNUR, 2006, p. 136). Verifica-se que as colocações de Abdounur apontam que a analogia tem o potencial de competência intrapessoal e trás consigo a qualidade estrutural entre componentes cognitivos e emocionais. Além disso, a analogia apresenta [...] ‒semelhança no significado, aproximando significados outrora distantes‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 137).

Destacamos o uso da analogia na estruturação ou na reestruturação da rede de significados, atuando no aspecto psicológico dos mecanismos, na reestruturação do pensamento e na autoestima. Nesse sentido, a reestruturação da rede de significados aponta para a participação do pensamento analógico no enredamento e na reconstrução de significados (ABDOUNUR, 2006).

Relacionando a simbologia da notação musical com conceitos de operações com números racionais, buscamos a manipulação dos símbolos musicais que possibilitassem aos participantes enxergarem o potencial didático na construção do significado em tal relação.

Nesse sentido, seguimos os dizeres de Abdounur, 2006, onde ressalta que analogias possibilitam expansão cognitivo-afetiva, uma vez que participam de sua dinâmica, conceitos ou situações familiares, em que se possui maior maturidade nas manipulações de objetos e

> relações, bem como domínio desconhecidos, onde se podem conjecturar relações entre elementos, conscientemente ou não, a partir de conexões conhecidas entre seus análogos em terrenos mais familiares. Nesse sentido, explora-se territórios, outrora desconhecidos que, reciprocamente, podem retornar conjecturas em domínios, a princípio, mais familiares (ABDOUNUR, 2006, p.148).

Destacamos, ainda, o papel da analogia na (re)construção do significado, no que diz respeito a sugerir ‑preocupações direta e subliminar de analogias no âmbito didático/pedagógico, estreitamente associada a esquemas comuns em distintos conceitos‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 161).

Nossa preocupação na relação entre Música e Matemática, seguindo os conceitos que abordamos em ambas, foi não perder a identidade original, tanto dos conceitos matemáticos quando dos conceitos de divisão rítmica musical, concordando com Abdounur, quando se refere à unificação sem perda da identidade. Assim,

> fazem-se necessários processos educativos que não somente promovam certa diversidade intelectual, estimulando originalmente as distintas competências providas de estrutura/dinâmica de pensamento e de sentimento subjacentes peculiares, mas um sistema educacional articulador dessas capacidades (ABDOUNUR, 2006, p.161).

Abdounur ainda afirma que ‑permitir aos olhos diversos espaços, no sentido de propiciar terrenos férteis às distintas competências do aluno, mostra-se necessário‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 168).

Como veremos no desenvolvimento de nossas oficinas, tomamos cuidado para não cometer exageros nas relações das figuras musicais com seus respectivos valores numéricos. A convergência entre Música e Matemática é um campo fértil e permite aprofundar conceitos e relações favoráveis no processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos (como mostramos em nossa revisão bibliográfica), contudo, estamos tomando cuidado para não propiciar um excesso de informações, para não causar aos sujeitos o que Abdounur (2006) chama de congestão mental.

Acreditamos que , tanto na forma sonora, movendo os sons, ritmos ou na forma teórica, com os conceitos que envolvem a formação de som e notação musical, podem propiciar ambientes mais descontraídos favorecendo o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, assim como contribuir no terreno cognitivo/afetivo. Utilizar o pensamento

analógico, segundo Abdounur (2006) significa, nesse sentido, explorar o campo analógico a fim de observar a estratégia que proporciona rendimentos positivos, bem como as estratégias menos eficientes.

De certa forma, podemos trazer essa fala de Abdounur em uma análise mais específica de cada oficina em que trabalhamos as relações com números racionais, relação de soma, subtração, multiplicação e divisão com números racionais, utilizando a analogia com as figuras musicais. Parece-nos que um preenchimento de compasso musical utilizando a soma fracionária é mais prazeroso, ou mais confortável, do que corrigir um compasso musical com figuras em excesso, utilizando a subtração fracionária.

Esse processo de assimilação ou dificuldade de conexão entre determinados conceitos –não indica necessariamente, do ponto de vista didático, a exigência de estratégias de atuação direta sobre as ligações entre tais significados, mas, muitas vezes, a exigências de fortalecimento e consolidação de condutos que os ligam a outros significados‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 179).

O novo território (divisão rítmico musical relacionado às operações com números racionais) favorece a unicidade, o engajamento do grupo, uma vez que a Música poderá despertar a curiosidade em relação ao binômio Música/Matemática e de forma subconsciente afastar o –medo‖ de conceitos matemáticos, muitas vezes observado nos educandos. Acreditamos que o professor tem um papel fundamental na articulação do grupo, em uma oficina, aproximando alunos com mais dificuldades dos alunos com menos dificuldades, proporcionando equilíbrio no grupo. Nesse segmento, Abdounur (2006) exemplifica da seguinte forma:

> Um aluno com boa capacidade lógico-matemática e com dificuldade de relacionamento poderia ora resolver problemas de Matemática decorrentes do desenvolvimento de uma oficina e em outros momentos ter que coordenar um grupo de estudos para realização de um projeto, ou explicar a sua resolução para os colegas com maior dificuldade Matemática (ABDOUNUR, 2006, p. 317).

Encontramos, então, no pensamento analógico, nas concepções de Abdounur, amparos e referências suficientes para fundamentarmos nosso trabalho e, conforme o autor ressalta, as oficinas ao propiciar ambientes afetivos,

> deveriam aproximar as distintas circunstâncias apresentadas do âmbito intrapessoal integrando ciência e consciência, sujeito e objeto., bem como sintonizando os participantes entre si. Ao estabelecer empatia e ressonância entre os conceitos apresentados e as realidades afetivas dos participantes [...] as atividades escolares estariam propiciando a assimilação dos significados, a –assemelhação‖ aos conceitos e um trabalho de sensibilização, fator imprescindível na construção do sentimento individual e coletivo (ABDOUNUR, 2006, p. 326).

Nossa pesquisa explorou a construção do significado de operações com frações em uma proposta de ensino/aprendizagem propondo uma forma diferente de enxergar frações. Ou seja, uma representação que interage com uma fração já conhecida.

6. FRAÇÕES E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Antes de conceituarmos divisão rítmica musical, figuras de som, figuras de silêncio e outros aspectos que compõem a *notação musical*, abordaremos uma fundamentação dos conceitos de fração e suas operações aritméticas básicas. Há vários livros na literatura que poderiam dar suporte para conceituarmos frações, contudo as abordagens teóricas de Caraça (1951) nos trazem conceitos que ajudam a fundamentar matematicamente as relações entre Música e Matemática apresentadas adiante. Primeiramente iremos analisar brevemente a definição de *divisão*, segundo Caraça.

Simbolicamente temos: $a : b$ ou $\frac{a}{b}$, donde $a : b = c \leftarrow b.\ c = a.$ O número a chama-se dividendo; o número b, divisor e o c, cociente. A definição requer que b ≠ 0, caso contrário, para qualquer que seja c, implica que b . c = 0, e a igualdade de condição não satisfaz.

Essa definição de Caraça se faz importante em nossa pesquisa quando nos deparamos com um compasso musical, que, veremos a seguir, no formato de fração, sua divisão vai gerar um cociente. Exemplo: Compasso $\frac{4}{4}$, onde o cociente é 1. Contudo, existem compassos musicais em que a divisão da fração correspondente a ele, não admite um número inteiro c, que satisfaça c . b = a. É o caso do compasso $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{8}$.

Portanto, ao considerarmos o número $\frac{m}{n}$, quaisquer que sejam os números n e m, ($n$não nulo), se o número m for divisível por n, logo o número $\frac{m}{n}$ admite um cociente c (número racional inteiro). Porém, se o número m não for divisível por n, logo o número $\frac{m}{n}$ diz-se racional fracionário (CARAÇA, 1951, p. 36).

Outra definição importante que destacamos, segundo Caraça é a seguinte:

Se uma $\overline{\text{reta}}$ AB mede 4 vezes a $\overline{\text{reta}}$ $CD = u$, e $\overline{\text{se}}$ CD for dividida em 3 partes iguais e tomarmos como novo segmento $u' = CE$, podemos considerar dois aspectos diante desse problema:

- A medida AB tomando como unidade de medida $u' = CE$ é 12.

- Se a medida $\overline{\text{de}}$ AB vale quatro medidas de u, podemos dizer que *AB* vale 12 das terças partes de u', tanto podemos representar essa medição pelo número 4 como podemos representá-la pela razão $12:3$ ou $\frac{12}{3}$ (CARAÇA, 1951, p. 33).

Em alguns trabalhos encontrados em nossa revisão bibliográfica há autores relacionando os conceitos de razão e proporção com formação de escalas, sonoridade, ondulatória e outras. Em suas análises nos Elementos de Euclides, Guinness aprofunda alguns

conceitos teóricos sobre o tema e destaca que ‒uma razão é uma espécie de relação em relação ao tamanho entre duas magnitudes do mesmo tipo (GUINNESS, 1996, p. 365).

As definições de Caraça sustentam matematicamente a base da escrita musical, que é constituída basicamente com números racionais inteiros e números racionais fracionários, e, assim como a Matemática, tem uma simbologia própria e universal.

No contexto da Matemática, $a = b$ é possível substituir por 1, na fração musical, não. Quando nos referimos ao compasso musical, este não poderá ser apresentado em sua forma simplificada, ou seja, o compasso $\frac{4}{4}$ não poderá ser representado por seu cociente q = 1. A forma de compasso $\frac{4}{4}$ implica que cada compasso do trecho musical tenha como unidade de tempo uma semínima, totalizando 4 semínimas para cada compasso, o que não seria possível de identificar caso a fração que forma esse compasso, no caso $\frac{4}{4}$, fosse simplificada.

Esses conceitos matemáticos darão a base teórica para a escrita musical. São conceitos matemáticos que fundamentam a notação musical, porém é possível que um estudante de Música aprenda a ler partituras sem fazer relação com Matemática, ou seja, o aluno percebe que uma semínima, ao ser dividida por 2, resulta em duas colcheias, contudo não percebe a operação matemática realizada nesse processo.

6.1 Adição com Frações

Se dois números dados têm o mesmo denominador, $r = \frac{m}{n}, s = \frac{p}{n}$ logo $\frac{m}{n} + \frac{p}{n} = \frac{m+p}{n}$ (CARAÇA, 1951).

Caraça afirma, ainda, que se os dois números dados têm mesmo denominador, podem reduzir-se previamente ao mesmo denominador.

$r = \frac{m}{n}, s = \frac{p}{n}$

Quer $r = \frac{m.q}{n.q}$ $s = \frac{n.p}{n.q}$

Donde $r + s = \frac{n.q+n.p}{n.q}$

Logo $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{m.q+n.p}{n.q}$ (CARAÇA, 1951, p. 42).

6.2 Subtração com frações

Dados dois números racionais $r = \frac{m}{n}, s = \frac{p}{n}$ chama-se diferença $r - s$ um terceiro número d tal que $s + d = r$.

Satisfaz à definição $d = \frac{m.q-n.p}{n.q}$, em virtude das propriedades já conhecidas da adição, tem-se $d + s = \frac{m.q-n.p}{n.q} + \frac{p}{q} = \frac{m.q-n.p}{n.p} + \frac{n.p}{n.q} = \frac{m.q-n.p+n.p}{n.q} = \frac{n.q}{n.q} = r$.

Pode, portanto, escrever-se $\frac{m}{n} - \frac{p}{q} = \frac{m.q-n.p}{n.q}$ (CARAÇA, 1951, p. 42).

6.3 Multiplicação de frações

Multiplicador inteiro:

$$\frac{p}{q}.n = \underbrace{\frac{p}{q} + \frac{p}{q} + \ldots + \frac{p}{q}}_{(n)}$$

Donde

$$\frac{p}{q}.n = \frac{n.p}{q}$$

Multiplicador fracionário, manutenção da comutatividade do produto:

$n.\frac{p}{q} = \frac{p}{q}.n = \frac{p.n}{q}$

Caso geral

$\frac{p}{q}.\frac{r}{s} = \frac{p.\frac{r}{s}}{q} = \frac{\frac{p.r}{s}}{q}$ (CARAÇA , 1951, p. 43).

6.4 Divisão fracionária

Divisor inteiro

$$\frac{p}{q} : n = x \leftarrow n.x = \frac{p}{q}$$

A igualdade de condição $n.x = \frac{p}{q}$ satisfaz o número $x = \frac{p}{q.n}$, visto que $\frac{p}{q.n}.n = \frac{p.n}{q.n} = \frac{p}{q}$, número único, pela unicidade do produto.

Portanto

$\frac{p}{q} : n = \frac{p}{q.n}$:

Isso implica que para dividir um número inteiro (não nulo) multiplica-se o numerador por esse inteiro.

Divisor fracionário:

$\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = x \leftarrow x.\frac{r}{s} = \frac{p}{q}$ (CARAÇA , 1951, p. 44).

A igualdade de condição satisfaz o número $x = \frac{p.s}{q.r}$, visto que $\frac{p.s}{q.r}.\frac{r}{s} = \frac{p.s.r}{p.r.s} = \frac{p}{q}$ e tal número é único, em virtude da unicidade do produto.

Tem-se, então

$\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p.s}{q.r} = \frac{p}{q}.\frac{r}{s}$ (CARAÇA, 1951, p. 45).

7. “FRAÇÕES MUSICAIS”

Ao passar dos séculos foi sendo desenvolvida uma forma de registrar composições musicais e estudos musicais. Segundo Souza (2012), a notação musical é tida como uma forma de comunicação, uma forma de linguagem, ambas antigas e em constante processo de evolução no decorrer dos séculos. Souza (2012) ainda afirma que, com o passar do tempo, a escrita musical necessitava de uma base na qual fosse possível sua preservação ao longo do tempo. Com isso, os ‒grafos‖ musicais possibilitaram a migração de uma tradição oral para uma escrita, para que a linguagem tornasse a Música mais esclarecedora e consistente. Segundo a autora, as mudanças e evoluções decorrentes da notação musical ocorreram especialmente na Música vocal, pois a Música instrumental não era tão utilizada quanto a Música vocal.

Hoje temos uma escrita musical considerada universal, constituindo um conjunto de símbolos musicais utilizados para representar o som e os tempos de duração desses sons.

A afinidade estrutural entre Música e Matemática é visível quando fazemos uma análise relativa à representação simbólica e de padrão. Na execução de uma partitura, um músico tem de reconhecer símbolos próprios e, seguidamente, convertê-los numa ação motora.

Esses sons são representados por figuras musicais de diferentes valores de duração de som e de duração de silêncio. Ou seja, para cada figura de duração de som há uma figura correspondente de duração de silêncio. Antes de nos atermos aos valores de duração das figuras musicais, é preciso salientar que existem pré-requisitos para que se execute uma *leitura musical.* Nosso objetivo é trazer conceitos musicais que nos auxiliem na execução das atividades da oficina proposta.

São chamadas de figuras de som: semibreve, mínima, semínima, colcheia, semicolcheia, fusa e semifusa.

Figura 4 - Figuras Musicais

Figura	Nome	Valor
	semibreve	4
	mínima	2
	semínima	1
	colcheia	1/2
	semicolcheia	1/4
	fusa	1/8
	semifusa	1/16

Fonte: Adaptado de Cifraclub (2018).

A figura semibreve é a de maior tempo de pulsação. No quadro acima ela representa quatro tempos, ininterruptos, de pulsação. Para melhor compreensão, podemos exemplificar da seguinte forma. Imaginemos uma pulsação de 60bpm (sessenta batidas por minuto) e que a figura semibreve represente a nota Dó. Isso implica que essa nota deverá ser tocada, constantemente, por quatro pulsações sem interrupção. Com as outras figuras musicais a forma de execução será a mesma, obedecendo ao tempo de duração de cada uma delas. Partindo desse pressuposto, podemos dizer que, se for preciso tocar duas notas dó, cada uma com dois tempos de duração iguais, ao invés de tocar uma semibreve, será preciso dividi-la em duas partes. Note que teremos duas mínimas no lugar de uma semibreve. Ou seja, teremos duas notas com dois tempos de pulsação cada. E se for preciso tocar quatro notas de um tempo de pulsação, que será preciso fazer? Neste caso, podemos colocar quatro semínimas com um tempo de pulsação para cada nota. Repare, também, que é possível tocar duas notas, ou duas figuras, para cada semínima. Essas duas figuras serão a colcheia. E assim por diante.

São inúmeras combinações possíveis no que, na linguagem musical, chamamos de preenchimento de compasso. Antes de falar sobre o compasso musical, precisamos nos ater a outra tabela que nos permitirá entender os valores das figuras quanto ao preenchimento de compasso.

Figura 5 - Figuras musicais de som e de silêncio

Nome	Som	Silêncio	Duração
Semibreve			1
Mínima			1 / 2
Semínima			1 / 4
Colcheia			1 / 8
Semicolcheia			1 / 16
Fusa			1 / 32
Semifusa			1 / 64

Fonte: Adaptado de Cifraclub (2021)

A figura 5 mostra os valores das figuras musicais que representam o som e também mostra as respectivas figuras representando o silêncio. Para cada figura de som, há uma que representa o silêncio, com o mesmo valor.

Esses valores nos permitirão preencher os compassos musicais que compõem uma partitura musical.

7.1 Compasso musical

O compasso musical é indicado por uma fração colocada no inicio da partitura. Essa fração indicará qual o valor da figura que corresponde à unidade de compasso. Assim, a partir dela, será possível descobrir quais os valores correspondentes às figuras abaixo da figura que, por sua vez, corresponderá à unidade de compasso. Dentre muitos compassos existentes nas composições musicais, podemos citar três: compasso binário, compasso ternário e compasso quaternário.

Tomaremos como exemplo o compasso ternário que poderá apresentar uma fração $\frac{2}{4}$. Essa fração implica que a mínima é a figura de maior valor possível para seu preenchimento total. Perceba que se dividirmos $\frac{2}{4}$, o resultado será igual a $\frac{1}{4}$, justamente o valor da semínima (unidade de tempo do compasso $\frac{2}{4}$). Podemos dizer que essa fração exigirá que o somatório de todas as figuras pertencentes a ele seja igual a $\frac{2}{4}$.

Um compasso musical bastante utilizado é o compasso quaternário $\frac{4}{4}$. Obviamente, se simplificarmos essa fração, o resultado será um inteiro, que corresponde à figura musical semibreve. Logo, esse compasso musical poderá ser preenchido com uma

semibreve, ou com duas mínimas, ou com quatro semínimas, ou com duas semínimas e uma mínima e assim por diante. Neste caso, o compasso poderá ser preenchido com a quantidade de figuras que a música exigir, desde que esse compasso tenha o somatório total de 4/4. É importante ressaltar que uma música é composta por *n*compassos musicais. Tantos quanto forem necessários. Esses compassos aparecem na *partitura* [3].

Delimitamos nosso trabalho aos compassos musicais $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{4}$, devido à necessidade da nossa proposta. Salientamos que não é nosso objetivo ensinar teoria musical, tampouco levar os sujeitos da pesquisa ao entendimento da leitura musical, mas levá-los ao entendimento das relações Matemáticas presentes na divisão rítmica musical e à compreensão do potencial didático dssa relação para o ensino de operações com frações.

7.2 Unidade de tempo

Unidade de tempo é o valor musical que sozinho preenche um tempo do compasso musical. Nesse caso, a figura semínima é a unidade de tempo.

7.3 Unidade de compasso

Unidade de compasso é o valor musical que preenche o compasso inteiro. Em alguns compassos, esse valor poderá vir acompanhado de outro valor que permitirá o preenchimento.

7.4 Ponto de aumento

Ponto de aumento é um ponto que, quando colocado ao lado da figura musical, aumenta essa figura a metade do seu valor.

[3]s. f. Disposição gráfica por extenso de uma peça sinfônica.

8. METODOLOGIA DA PESQUISA

Entendemos que a metodologia da pesquisa é a grande chance de o pesquisador entrar em cena, relacionar o pensamento com a prática, partindo de uma dúvida, de uma inquietação.

Em nossa pesquisa coletamos os de dados na forma presencial em atividades desenvolvidas ao decorrer das oficinas. Iniciamos este capítulo descrevendo algumas formas de coleta de dados que são características de uma abordagem qualitativa e, ao decorrer do capítulo, iremos descrever outras características que fundamentam a pesquisa.

Os encontros foram previamente marcados a partir do momento em que entramos em contato com a coordenação da escola. Todas as oficinas foram gravadas em vídeo ou em áudio. Para tal, tivemos o auxílio de duas ajudantes cujo objetivo foi somente gravar os principais momentos da oficina. Essas gravações nos possibilitaram analisar as falas das participantes e do autor no decorrer das oficinas. As gravações oportunizaram analisar dados que somente com as escritas e resolução das atividades não conseguiríamos analisar. Detalhes nas falas e nos comentários importantes entre as participantes foram possíveis analisar por meio das gravações das oficinas. Dessa forma, reforçamos a importância do embasamento qualitativo em nossa pesquisa, visando os resultados que obtivemos nas oficinas quanto ao processo de classificação dos resultados obtidos.

A afirmação de Borba e Araújo (2018, p. 116), de que ―o qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões‖ (fundamenta a metodologia que estamos utilizando quanto ao retorno das atividades dos sujeitos da pesquisa para o autor do projeto. Para os autores, ―o significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como, por exemplo, da vermelhidão do vermelho‖ (BORBA; ARAÚJO, 2018, p. 116).

Entendemos que nossa pesquisa é qualitativa, pois, conforme Creswell (2014), a pesquisa qualitativa é um método científico que presume certa experiência do pesquisador, possibilitando-lhe pesquisar e analisar um contexto indissociável de seu meio, ou seja, uma pesquisa com abordagem qualitativa observa um fenômeno em seu contexto natural.

Apropriando-nos dessa afirmação de Creswell (2014) justificamos a escolha dos sujeitos alunos do Curso Normal e a escolha do tema do projeto de pesquisa, tendo em vista a experiência do autor do projeto com conceitos musicais, conceitos matemáticos e suas inquietações sobre o ensino e a aprendizagem de operações com frações, durante seu estágio, no Ensino Fundamental, em sua formação acadêmica.

Desenvolvemos nosso projeto na modalidade *experimental,* que Gil (2008) caracteriza por determinar um objeto de estudo, as formas de controle e de observação dos efeitos produzidos pela variável no objeto de estudo. Com as oficinas e a interação entre pesquisador e sujeitos, tivemos a oportunidade de observar como nossa proposta foi recebida, quais as atividades mais exitosas e, portanto, consideradas mais apropriadas para o ensino.

Quanto às possíveis respostas dos sujeitos da pesquisa às atividades propostas, analisamos relacionando-as com base nas definições de Caraça (1951) e o referencial teórico de Abdounur (2006).

9. OS CAMINHOS DA PESQUISA

Neste capítulo, descrevemos os caminhos percorridos durante as oficinas, explicando como os sujeitos foram convidados, quais os conceitos de Música e de Matemática abordados nas oficinas e o modo como foram apresentados aos sujeitos.

Os sujeitos convidados para participarem das oficinas foram alunas do Curso Normal do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na cidade de Pelotas. Tendo em vista que nossa pesquisa teve uma abordagem qualitativa, procuramos desenvolver as oficinas com turmas entre 08 e 10 alunas, no máximo. Desenvolvemos as oficinas com um grupo de alunas do primeiro ano (2 alunas) e com uma turma do segundo ano (7 alunas). A disciplina que ocupamos das turmas para realizar essa oficina foi Didática da Matemática, ministrada pela mesma professora nas duas turmas. Sendo assim, foi possível aplicar as oficinas para todas as alunas ao mesmo tempo, juntando-as em um mesmo ambiente. .

Destacamos que o número total de alunas (todas do sexo feminino) foi descrito a partir das informações presentes na chamada das turmas, sendo assim, nem sempre tivemos o número total presente nas oficinas.

Tomamos o cuidado de nos certificar que os alunos da instituição onde aplicamos nossas oficinas não tivessem conhecimentos em teoria musical, ou aulas de teoria musical na instituição. Acreditamos que sujeitos sem conhecimento prévio das figuras musicais dariam retornos mais plausíveis nas atividades propostas, tentando percorrer caminhos matemáticos no desenvolvimento das atividades.

A experiência musical do autor do trabalho lhe dá fundamentos necessários para entender que um músico que executa seus estudos musicais através de leitura de compassos musicais é capaz de fazer leituras desses compassos sem ao menos perceber a Matemática que fornece o embasamento na notação musical.

Dessa forma, entramos em contato com a coordenação do curso a fim de apresentar a proposta das oficinas e obter informações a respeito das turmas do Curso Normal, dos horários das aulas, saber a respeito das disciplinas de Matemática e Didática da Matemática. Achamos importante conciliar nossas oficinas nos horários dessas disciplinas, entendemos que as alunas, assim, manteriam contato com conceitos matemáticos, sem perder aulas das demais disciplinas.

Pelo fato de o autor da pesquisa trabalhar em outra cidade, diferente da cidade da aplicação das oficinas, tomamos cuidado com dias e horários disponíveis para tal. Outra preocupação referente ao horário e ao dia disponível é o fato de o autor da pesquisa precisar filmar e gravar áudio nas oficinas, pois, para isso, foi necessária a autorização das alunas e da

direção da escola. Essa autorização foi por meio de um documento assinado pela direção e pelo autor, concordando com a liberação de filmagens e gravações de áudio durante as atividades.

Houve momentos que exigiram do autor agilidade na troca de ―cenário‖ (explicações no quadro, execuções das Músicas escritas nas partituras, nos instrumentos, trombone e cavaquinho e outros momentos, entrega das atividades aos sujeitos da pesquisa, possíveis explicações das atividades de forma individual aos alunos e outros momentos), portanto achamos importante contar com o auxílio de duas pessoas nas gravações dos vídeos. Chamamo-las de ―assistentes‖ e seu papel foi o de gravar em áudio e vídeo os principais momentos das oficinas.

10. OFICINAS

1) **Oficina** 1 –Abertura‖: Nessa oficina foram abordados os conceitos básicos de divisão rítmica musical, os conceitos de frações e operações com frações (adição fracionária, subtração fracionária, multiplicação e divisão fracionária).
2) **Oficina 2** –Oficina Extra‖: Nessa oficina foram abordados conceitos de operações de adição, subtração, multiplicação, divisão com números racionais e Mínimo Múltiplo Comum.
3) **Oficina 3:** –Musicalizando a Adição Fracionária‖: Nessa oficina foram abordadas algumas relações de divisão rítmica musical com conceitos de frações, algumas formas de preenchimento do compasso musical $\frac{2}{4}$, utilizando a adição fracionária.
4) **Oficina 4**: –O Silêncio das Pausas Musicais‖: O objetivo foi trabalhar a subtração de frações utilizando o conceito de divisão rítmica como ferramenta de apoio no ensino de operações com frações. Para essa atividade, utilizamos o compasso musical $\frac{2}{4}$ e as seguintes figuras musicais: semibreve, mínima, semínima, pausa de semibreve, pausa de mínima e pausa de semínima.
5) **Oficina 5**: –O Casamento de Música e Matemática‖: Nessa oficina foram abordados conceitos de multiplicação fracionária tendo como ferramenta de apoio o preenchimento do compasso musical $\frac{3}{4}$. Utilizamos nessa oficina somente figuras de som para demonstrar o preenchimento de compasso musical ternário, utilizando a multiplicação fracionária.
6) **Oficina 6:** –A Matemática no compasso $\frac{4}{4}$‖: Abordamos conceitos de divisão fracionária relacionando com o preenchimento do compasso musical $\frac{4}{4}$. Os conceitos de divisão rítmica foram explorados com o objetivo de auxiliar no ensino de divisão fracionária. Para tal, utilizamos as figuras musicais: semibreve, mínima, semínima e colcheia.
7) **Oficina 7:** –Encerramento‖: O objetivo foi investigar e analisar as conclusões que o grupo de sujeitos da pesquisa chegou em relação às cinco oficinas propostas. Analisamos o comportamento dos sujeitos em relação ao engajamento entre eles e com o autor da pesquisa, sua inserção nas relações trabalhadas na oficina, as formas como interagiram, discutindo, expressando

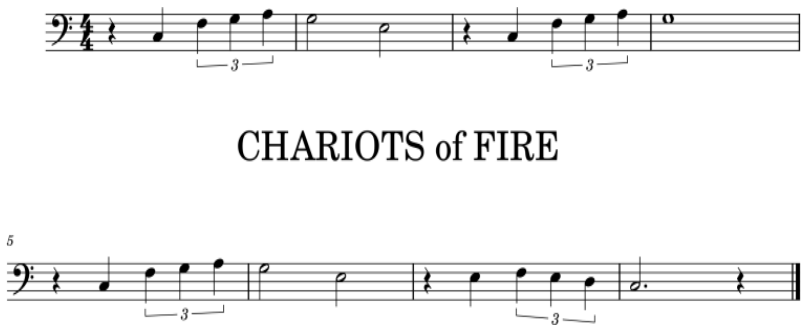
opiniões e sugestões de mudanças e avanços dentro das relações propostas, ou, até mesmo, abrindo lacuna para trabalhos futuros seguindo na mesma temática.

10.1 Oficina 1: “Abertura”

Na oficina 1 abordamos conceitos básicos de divisão rítmica musical onde apresentamos atividades envolvendo preenchimento de compassos musicais. O No primeiro momento, o objetivo principal da atividade foi o preenchimento de compassos musicais sem relacionar com a *leitura musical*[4] desses compassos. Para orientar os participantes fizemos uma reunião com o intuito de apresentarmos explicações de conceitos musicais relacionando com conceitos de frações.

Antes de falarmos dos conceitos matemáticos e musicais abordados nas oficinas, o autor do projeto executou o tema *Chariotsof Faire* no trombone. Para tal, utilizamos um programa específico para escrita de partituras, *MuseScore*[5], o que tornou possível transcrever o tema de forma simplificada na partitura a ser apresentada para os sujeitos.

Figura 6 - *Chariots of Fire.*



Fonte: Adaptado pelo autor.

No segundo momento, apresentamos frações e operações já programadas. Utilizamos as seguintes frações: um inteiro $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$.

4

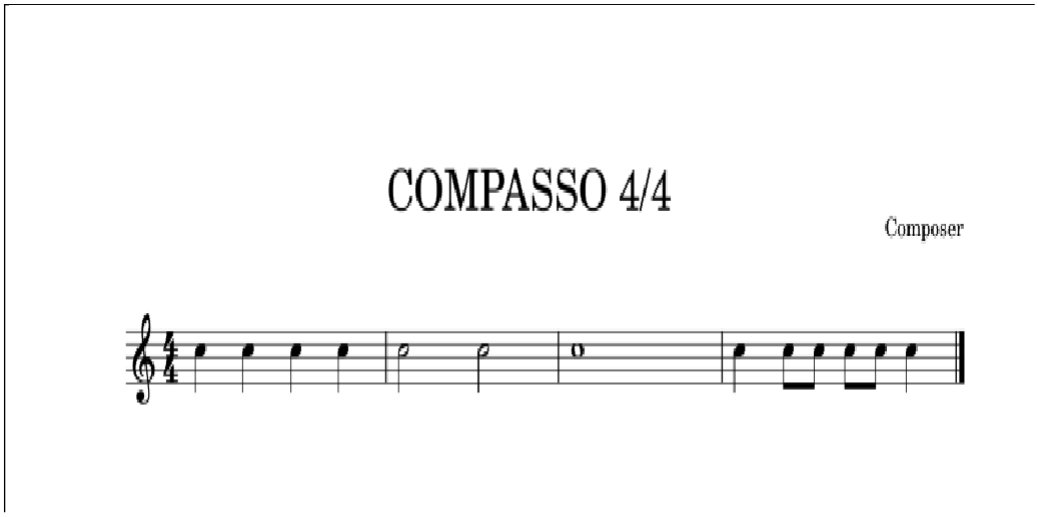
[5] Programa gratuito para edição de partituras e arranjo (blog software livre na educação).

Quanto às operações Matemáticas, utilizamos as seguintes: adição e subtração fracionária; multiplicação fracionária e divisão fracionária.

Os compassos musicais utilizados foram os seguintes: compasso 2/4 e compasso 4/4. Ressaltamos que, nessa oficina, não foram propostas atividades para as participantes. A seguir, as escritas musicais e algumas relações com os números racionais que apresentamos:

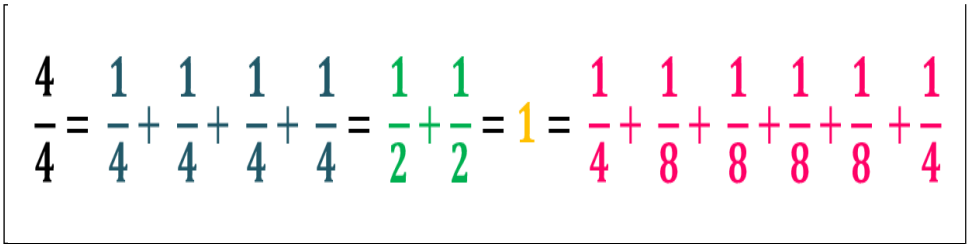
Relação de um trecho de um compasso 4/4 e a base Matemática que a compõe:

Figura 6 - Compasso Quaternário



Fonte: O autor.

Figura 7 - Valores das figuras musicais



Fonte: O autor.

Também mostramos uma possibilidade de escrever o mesmo número de figuras musicais em um compasso $\frac{4}{4}$ e $\frac{2}{4}$ dando uma ideia de equivalência.

Compasso $\frac{4}{4}$ preenchido com 4 semínimas, 2 mínimas, 1 semibreve, 1 semínima, 4 colcheias e uma semínima.

Figura 8 - Compasso quaternário

Fonte: O autor.

Compasso 2/4 preenchido com Compasso 4/4 preenchido com 4 semínimas, 2 mínimas, 1 semibreve, 1 semínima, 4 colcheias e uma semínima.

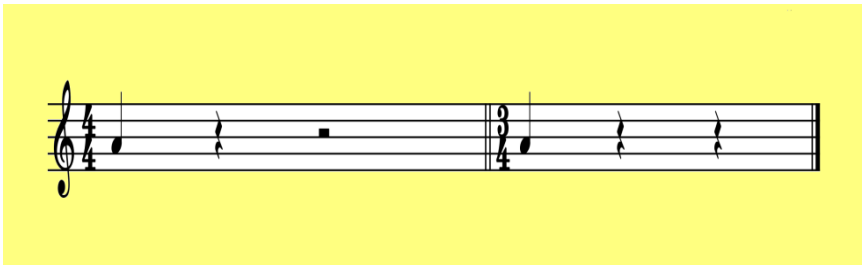
Figura 9 - Compasso binário

Fonte: O autor.

Explicamos nessa oficina, de forma breve, alguns conceitos de unidade de tempo de um compasso musical e unidade de compasso de um compasso musical.

Nesse caso mostramos que a figura de som semínima representa 1 tempo do compasso $\frac{4}{4}$ e $\frac{3}{4}$, representando, assim, a unidade de tempo dos compassos apresentados.

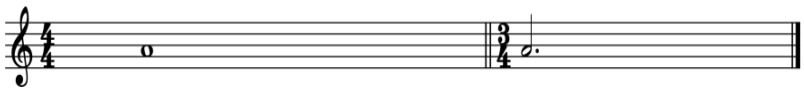
Figura 10 - Unidade de tempo



Fonte: O autor.

A seguir, mostramos trechos que representam a unidade de compasso do compasso $\frac{4}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

Figura - 11 Unidade de som



Fonte: O autor.

Figura 12 - Unidade de som

$$\frac{4}{4} = 1 \qquad\qquad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

Fonte: O autor.

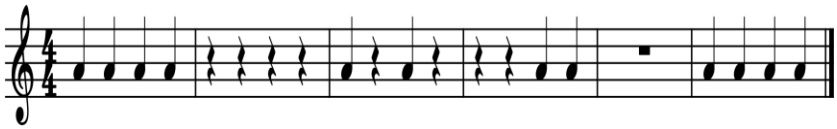
Para explicar a figura que representa a unidade de compasso, ou seja, a figura que representa um compasso inteiro, do compasso $\frac{3}{4}$, foi necessário explicar um pouco do significado do Ponto de Aumento. Esse ponto quando colocado ao lado de uma figura musical aumenta-a a metade de seu valor. Não é nosso objetivo aprofundar muito esses conceitos musicais e sim explicar de forma clara para que os sujeitos possam ir, aos poucos, compreendendo as atividades exploradas nas próximas oficinas, relacionando os conceitos musicais com conceitos matemáticos.

Para o encerramento dessa oficina, propomos uma atividade com os sujeitos utilizando as palmas como instrumentos musicais. Esperávamos que nesse momento os sujeitos já tivessem uma pequena ideia de divisão rítmica. Para isso escrevemos um pequeno trecho no MuseScore para a interação.

Figura 13 - Brincando com as palmas

Fonte: O autor.

Figura 14 - Brincando com as palmas



Fonte: O autor.

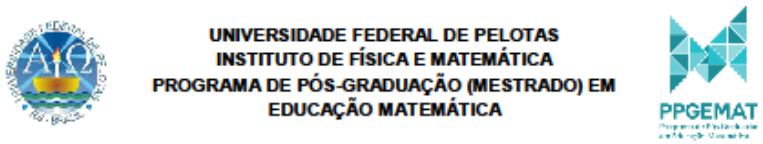
10.2 Oficina 2: “oficina extra”

Nessa oficina procuramos apresentar de forma sucinta os conceitos de Matemática trabalhados nas oficinas posteriores. São eles:

- Conjunto dos números naturais;
- Conjunto dos números inteiros;
- Conjunto dos números racionais;
- Adição com números racionais;
- Subtração com números racionais;
- Multiplicação com números racionais;
- Divisão com números racionais;
- Mínimo Múltiplo Comum.

Devido ao curto prazo que tivemos para preparar a oficina e com receio de que pudesse tomar alguns períodos destinados para as próximas oficinas, achamos conveniente digitalizar e imprimir os conceitos propostos. As impressões foram entregues às alunas para que pudessem acompanhar as explicações do autor.

Figura 16 - Mínimo Múltiplo Comum



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (MESTRADO) EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGEMAT

FRAÇÕES MUSICAIS: uma proposta para o Ensino Fundamental

Mestrando: Norberto Barros Lemos

MMC – Mínimo Múltiplo Comum

O **mínim múltiplo comum** corresponde ao menor número positivo, diferente de zero que é ao mesmo tempo de dois ou mais números. Devemos observar que o zero (0) é múltiplo de e que os múltiplos de um número são infinitos.

Lembre-se que para encontrar os múltiplos de um número, basta multiplicar esse número pela sequência dos números naturais.

Como calcular o Mínimo Múltiplo Comum?

O cálculo do MMC pode ser feito, através da fatoração, ou seja, decompor os números em fatores primos.

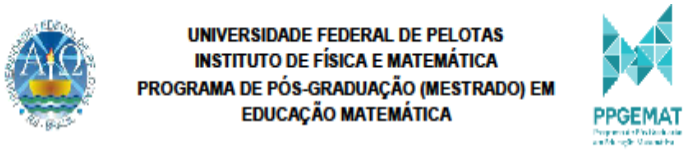
Soma e subtração de expressões racionais

- Para somar ou subtrair duas expressões racionais com o mesmo denominador, simplesmente somamos o subtraímos os numeradores e escrevemos o resultado sobre o denominador comum;
- Quando os denominadores *não* são iguais, devemos manipulá-los para que eles se tornem iguais. Em outras palavras, temos que encontrar um denominador comum.

Bons estudos!

Fonte: o autor

Figura 17 - Conjunto dos números naturais.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (MESTRADO) EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGEMAT

FRAÇÕES MUSICAIS: uma proposta para o Ensino Fundamental

Mestrando: Norberto Barros Lemos

Números Naturais

Os números naturais **N** = {0, 1, 2, 3, 4, 5...} são números inteiros positivos (não-negativos) que se agrupam num conjunto chamado **N**, composto de um número ilimitado de elementos. Se um número é inteiro e positivo, podemos dizer que é um número natural.

Quando o zero não faz parte do conjunto chamamos de Conjunto de Números Naturais Não Nulo **N***= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7....}.

Números Inteiros

Os números inteiros são os números **positivos e negativos,** que não apresentam parte decimal e, o zero. Estes números formam o conjunto dos números inteiros indicados por **Z** = {...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}.

Números Racionais

Os números racionais são os números que podem ser escritos na forma de fração. Esses números podem também ter representação decimal finita ou infinita e periódica.

Observe que o conjunto dos números racionais, representado pela letra **Q**, contém o conjunto dos números naturais, ou seja, **N** ⊂ **Z** ⊂ **Q**.

O conjunto dos números racionais pode ser representado por:

$\mathbf{Q} = \{\frac{a}{b} / a \in \mathbf{Z} \; e \; b \in \mathbf{Z}^*\}$. Repare que o denominador de um número racional não poderá ser zero.

Exemplos de números racionais:

a) $2 = \frac{2}{1}$;
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{2}{4}$

ASTH, Rafael. Números Racionais. **TodaMETÉRIA,** 2022. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/numeros-racionais. Acesso em: 04 de jul de 2022.

Fonte: O autor.

Além dessas duas impressões entregamos para as alunas as figuras musicais de som e de silêncio e seus respectivos valores (figura 2).

Concluímos, com essa revisão, que os conceitos relacionados à divisão rítmica musical podem ir além do que esperávamos para as oficinas, tendo em vista que essa oficina foi elaborada no intuito de revisão de conceitos de frações, como citado acima. Embora as alunas já tivessem tido contato com os conceitos trabalhados, algumas já não lembravam conceitos fundamentais referentes a operações de adição com frações. Porém, notamos que esse ―segundo contato‖ as deixou mais tranquilas e desinibidas para discutirem e questionarem bastante a respeito dos caminhos que deveriam percorrer na resolução das atividades propostas. Notamos que elas conversavam muito entre si, tiravam dúvidas umas com as outras e tentavam, com a didática delas, ensinar umas às outras o que estavam resgatando durante o decorrer da oficina.

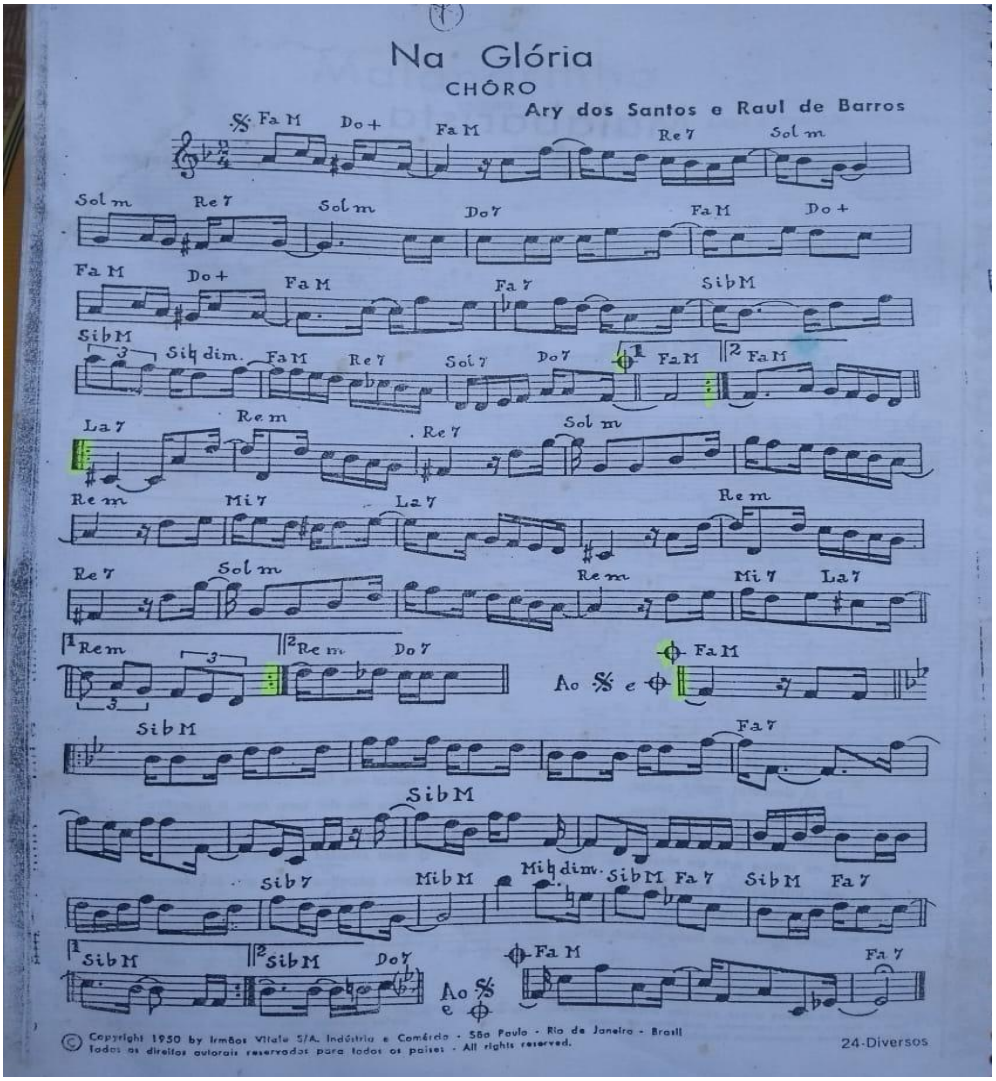
10.3 Oficina 3: "Musicalisando a adição fracionária"

O objetivo foi ―trabalhar‖ algumas relações de divisão rítmica musical e adição de frações.

Foram expostas algumas explicações a respeito do compasso $\frac{2}{4}$ a fim de levar os sujeitos ao entendimento do preenchimento do compasso e de algumas formas de leitura rítmica. Para isso, limitamos as explicações nas seguintes figuras de som: mínima, semínima, colcheia e semicolcheia. Também deixamos a cargo das participantes a utilização das seguintes figuras de silêncio, se assim optassem: pausa de mínima, pausa de semínima, pausa de colcheia e pausa de semicolcheia.

Tocamos ―Na Glória‖, do autor Raul de Barros. A Música foi tocada com no trombone e a partitura foi utilizada para demonstrar algumas divisões no compasso $\frac{2}{4}$. Essa ação tornou o encontro mais descontraído, possibilitando um maior engajamento dos sujeitos com o conteúdo proposto.

Figura 18 – Partitura –Na Glória‖



Fonte: Irmãos Vitale S/A, 1966.

Após a apresentação da música, abordamos conceitos básicos de preenchimento de compasso musical $\frac{2}{4}$. Usamos a figura 02, impressa em uma folha A4, para explicar o nome e os valores das figuras musicais. Utilizamos a louza para abordar as explicações matemáticas e as explicações relacionadas aos conceitos musicais. As tabelas com as figuras musicais e seus respectivos valores foram distribuídas para as participantes no memento em que abordamos esses conceitos. Os conteúdos trabalhados nessa reunião foram os seguintes:

a) Figuras musicais de som e de silêncio e seus respectivos valores;

b) Compasso musical na forma $\frac{2}{4}$;

c) Preenchimento de compasso;

d) Adição de frações.

A seguir, a ordem dos conteúdos abordados:

- Primeiro momento: abertura da oficina com a execução de uma música tocada pelo autor, no trombone;
- Segundo momento: abordagens dos conceitos de divisão rítmica musical utilizando o compasso $\frac{2}{4}$;
- Terceiro momento: abordagem de conceitos de preenchimento do compasso musical $\frac{2}{4}$ utilizando a adição fracionária;
- Quarto momento: aplicação das tarefas abordando os conceitos expostos no decorrer da oficina.

Após as explicações do conteúdo, foram propostas as seguintes atividades:

a) Preencha dois compassos musicais $\frac{2}{4}$ utilizando a soma de figuras de mesmo valor em cada compasso. Explique como chegou a essa conclusão.

b) Preencha um compasso musical utilizando quatro figuras musicais;

c) Encontre 4 figuras musicais cuja soma entre elas resulte em $\frac{2}{4}$.

Os resultados dessas atividades não serão quantificados, a intenção é reforçar o entendimento e mostrar a aplicabilidade do conteúdo trabalhado.

10.4 Oficina 5: "O Silêncio das Pausas Musicais"

O objetivo da oficina 5 foi trabalhar a subtração de frações utilizando o conceito de divisão rítmica como ferramenta de apoio no ensino de operações com frações. Para essa atividade utilizamos o compasso musical $\frac{2}{4}$ e as seguintes figuras musicais: pausa de mínima e pausa de semínima.

Utilizamos figuras de silêncio para destacar que as pausas também fazem parte da notação musical e consequentemente da música. Sem as figuras de silêncio, não haveria o ritmo (não é objetivo do trabalho conceituar a fundo esses conceitos musicais).

Exploramos o preenchimento do compasso binário com as figuras que delimitamos para a oficina.

Para ilustrar matematicamente a subtração fracionária através do preenchimento do compasso musical $\frac{2}{4}$ exploramos o preenchimento de compasso musical com o objetivo de retirar algumas figuras que ultrapassaram o preenchimento do compasso. Apresentamos previamente um conjunto de figuras musicais dentro de um compasso, os sujeitos deveriam reduzir o número de figuras até o total $\frac{2}{4}$.

Para explicar os valores das figuras, a forma de preenchimento de compasso e a forma de subtrair figuras, o autor utilizou as tabelas 1 e 2, deste trabalho, como suporte visual, um quadro negro e giz. Os conceitos matemáticos utilizados para conceituar a subtração fracionária foram os da metodologia desta pesquisa.

Conteúdos trabalhados nessa atividade:

a) Figuras musicais de silêncio e seus respectivos valores (pausa de semibreve, pausa de mínima e pausa de semínima);
b) Subtração de frações;
c) Preenchimento do compasso $\frac{2}{4}$.

A seguir, a ordem dos conteúdos:

a) Primeiro momento: abordagem dos conceitos de divisão rítmica musical utilizando o compasso $\frac{2}{4}$;
b) Segundo momento: abordagem de conceitos de preenchimento do compasso musical $\frac{2}{4}$ utilizando a subtração fracionária;
c) Terceiro momento: aplicação das tarefas abordando os conceitos expostos no decorrer da oficina.

A seguir, as atividades trabalhadas:

01) Com base em um compasso musical $\frac{2}{4}$, subtraia figuras dos grupos de figuras musicais a seguir até que resulte em $\frac{2}{4}$. Explique como chegou a esse resultado.

a) Duas pausas de semínima e duas pausas colcheia;
b) Uma pausa de semínima, duas pausas de colcheia e uma pausa de colcheia;
c) Cinco pausas de colcheia.

Observação: apresente os resultados em forma de numeral.

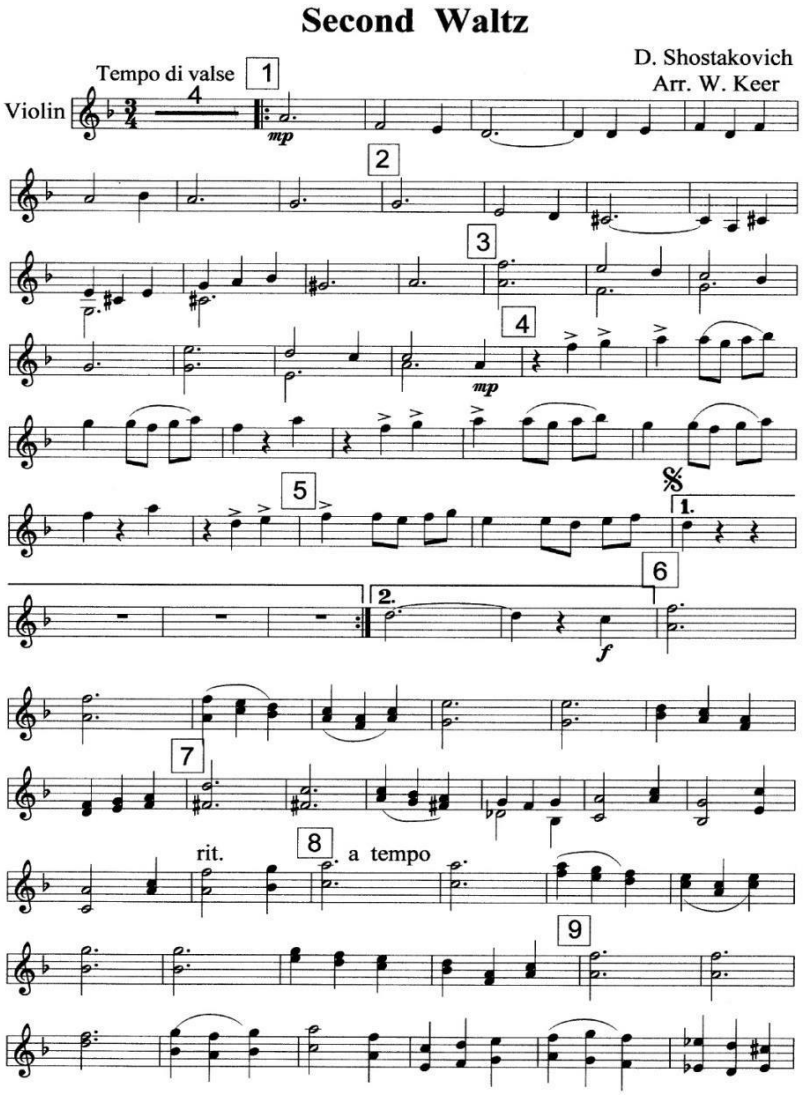
10.5 Oficina 4: “O Casamento de Música e Matemática”

O objetivo foi relacionar conceitos de multiplicação com frações e preenchimento do compasso musical $\frac{3}{4}$.

Nessa oficina, o autor tocou, com o instrumento trombone, uma música em compasso ternário para demonstrar na prática musical a aplicabilidade dos conceitos de divisão rítmica musical no compasso ternário. O compasso ternário também é utilizado para

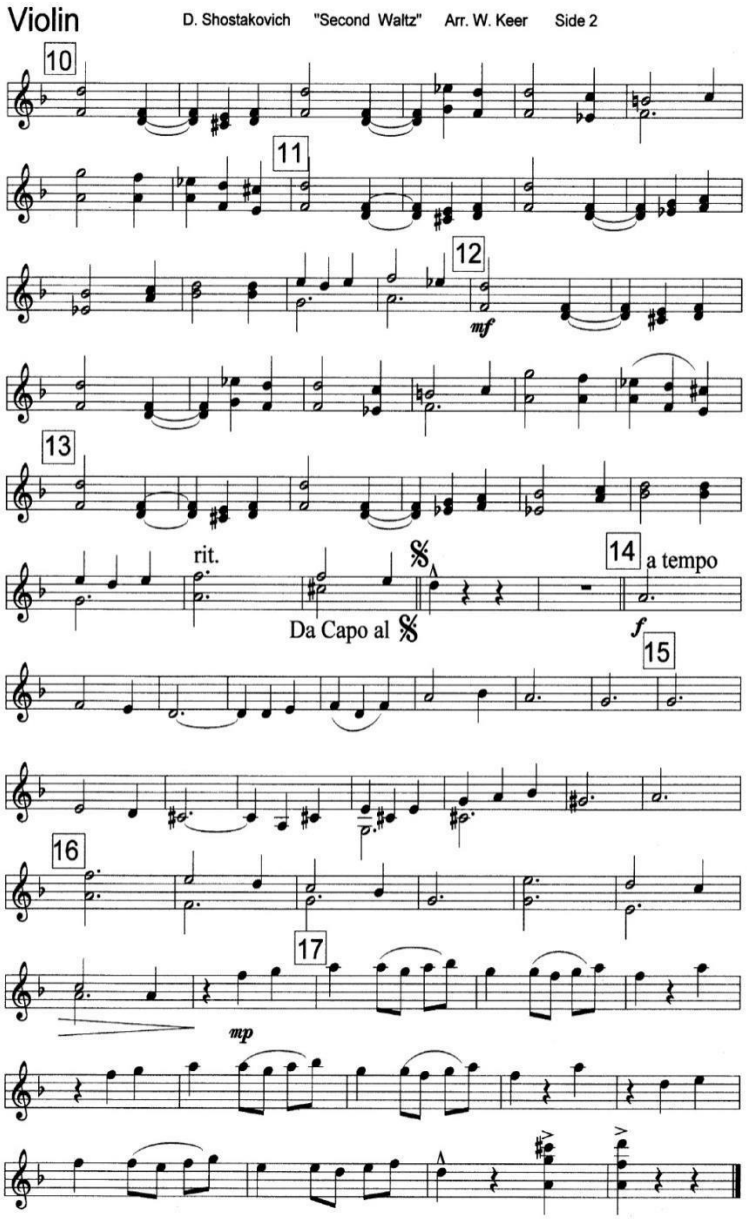
escrever músicas em ritmo de valsa, chamamé e outros. Portanto, a música escolhida é valsa número 2 de DimitriShostakovitch.

Figura 19 - SecondWaltz



Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YDVwdXF-Q0g, Acesso em 10 mar. 2022.

Figura 20 -: Dimitri Shostakovitch



Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YDVwdXF-Q0g. Acesso em 10 mar. 2022.

Foram abordados conceitos de preenchimento de compasso musical utilizando conceitos de multiplicação de frações. As figuras musicais que utilizamos nessa oficina foram: semínima, colcheia e semicolcheia. Utilizamos somente as figuras de som e seus respectivos valores com base no compasso musical $\frac{3}{4}$, exceto na execução da música tocada na oficina.

Como suporte visual para abordar os conceitos de notação musical, utilizamos tabelas com as figuras musicais e seus respectivos nomes e valores numéricos impressas em folha A4, que foram mostradas e explicadas ao decorrer da oficina. Para trabalhar os conceitos de multiplicação de frações, utilizamos um quadro negro, giz e os conceitos de multiplicação fracionária que expomos em nossa metodologia.

A seguir, a ordem dos conteúdos abordados:

- Primeiro momento: abertura da oficina com a execução de uma música tocada pelo autor, no trombone;
- Segundo momento: abordagem dos conceitos de divisão rítmica musical utilizando o compasso $\frac{3}{4}$;
- Terceiro momento: abordagem de conceitos de preenchimento do compasso musical $\frac{3}{4}$ utilizando a multiplicação fracionária;
- Quarto momento: aplicação das tarefas abordando os conceitos expostos no decorrer da oficina.

As tarefas propostas foram:

a) Utilizando a multiplicação fracionária, preencha um compasso musical $\frac{3}{4}$ utilizando a figura musical semínima. Explique, matematicamente, como chegou a esse resultado.

b) Com base nas explicações da figura 2, encontre uma figura musical que multiplicada por seis preencha o compasso musical $\frac{3}{4}$;

c) Com base em um compasso musical $\frac{3}{4}$, qual o produto entre uma colcheia e uma semínima. Mostre o resultado em forma de fração.

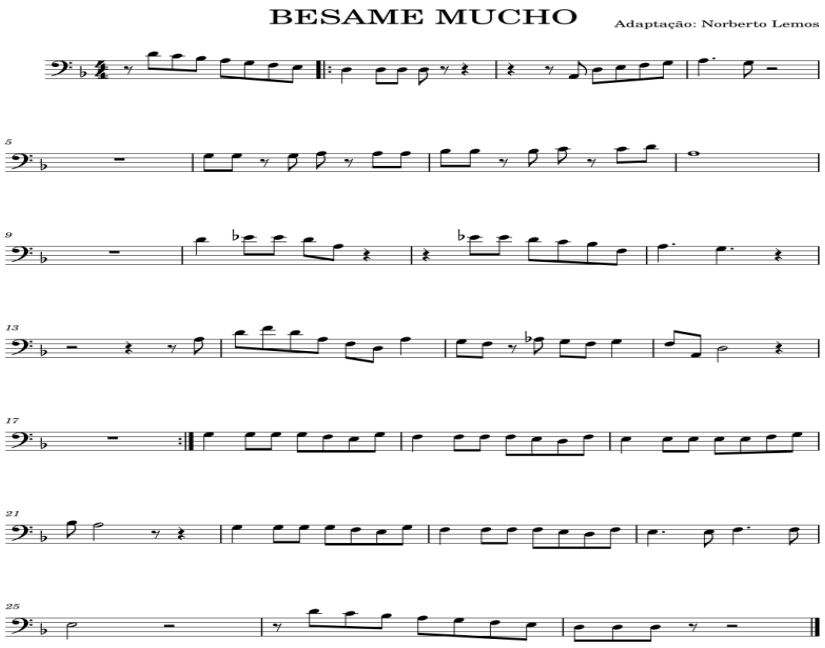
10.6 Oficina 3: "A Matemática no compasso $\frac{4}{4}$"

O objetivo dessa oficina foi trabalhar com divisão fracionária utilizando a divisão rítmica como ferramenta de apoio no ensino de frações. Para tal, limitamos preenchimento do compasso musical $\frac{4}{4}$.

Abordamos conceitos básicos de preenchimento de compasso utilizando as seguintes figuras musicais. Semibreve, mínima, semínima, colcheia e semicolcheia.

Executamos uma música com o instrumento trombone, adaptada pelo o autor em compassos quaternários. A música tocada foi o bolero *Besame Mucho*, 1940 da autora Consuelo Velas, adaptada no programa MuseScore, pelo autor do projeto.

Figura 21 – Besame Mucho



Fonte: Adaptação do autor.

A partir dessa apresentação mostramos alguns compassos da música *Bésame Mucho* relacionando-os com conceitos de divisão fracionária utilizando como suporte visual as figuras 1 e 2, impressas em folha A4. Para apresentar os conceitos básicos sobre divisão fracionária foi utilizado a lousa que serviu para apresentar, também, as relações entre divisão fracionária e divisão rítmica musical.

Conteúdos trabalhados nessa atividade:

a) Figuras musicais de som e seus respectivos valores (semibreve, mínima, semínima e colcheia);
b) Compasso musical na forma $\frac{4}{4}$;
c) Preenchimento de compasso;
d) Divisão de frações.

Foram propostas atividades para que os sujeitos praticassem e compreendessem a aplicabilidade da Matemática no compasso quaternário. Utilizamos a ideia de dividir as figuras musicais de maior valor em figuras de menor valor.

Salientamos que as respostas das atividades não foram quantificadas em certas ou erradas, pois essa não é a intenção da pesquisa. Em relação às atividades apenas fizemos a correção e abordamos algumas possibilidades de possíveis respostas. A ordem dos conceitos abordados na oficina foi a seguinte:

- Primeiro momento: abertura da oficina com a execução de uma música tocada pelo autor no trombone;
- Segundo momento: abordagem dos conceitos de divisão rítmica musical utilizando o compasso $\frac{4}{4}$;
- Terceiro momento: abordagem de conceitos de preenchimento do compasso musical $\frac{4}{4}$ utilizando a divisão fracionária;
- Quarto momento: aplicação das tarefas abordando os conceitos expostos no decorrer da oficina.

Atividades trabalhadas:

a) Divida a figura musical semibreve em duas figuras que somadas mantenham o mesmo valor da semibreve. Explique, matematicamente, como chegou a esse resultado.

b) Divida a figura semibreve em três figuras de menor valor, de modo que somadas resultem no valor correspondente ao de uma semibreve;

c) Preencha um compasso musical $\frac{4}{4}$ com oito figuras.

Oficina 7: "Encerramento"

O objetivo dessa oficina foi investigar e analisar as conclusões que o grupo de sujeitos da pesquisa chegou em relação às cinco oficinas no qual o grupo participou. Os objetivos específicos são os seguintes:

- Analisar e categorizar as possíveis respostas dos sujeitos da pesquisa;
- Identificar e categorizar os caminhos percorridos pelos sujeitos da pesquisa na resolução das atividades.

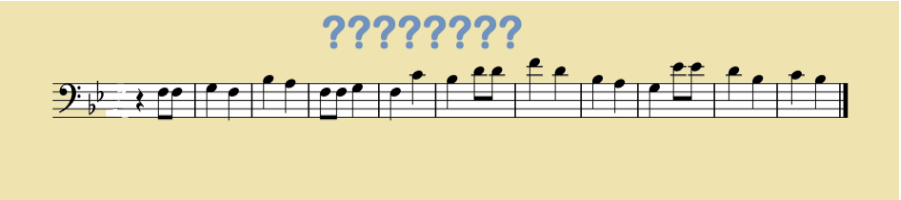
A atividade para essa oficina foi a análise, por parte dos sujeitos, de uma partitura enviada por e-mail ao fim da oficina número 5. O autor do trabalho fez uma adaptação da canção –Parabéns pra você‖, no compasso $\frac{2}{4}$. A escolha dessa canção para a oficina se deu devido às diferentes formas de adaptação de escrita dessa canção. Acreditamos que, pelo fato de os sujeitos não terem conhecimentos aprofundados de notação musical, foi preciso trabalhar com uma partitura simples e com uma música conhecida por todos.

A canção seria tocada antes da apresentação da atividade, contudo resolvemos tocá-la ao final da oficina. A execução da canção foi com o trombone, seguindo criteriosamente a escrita da partitura enviada para os sujeitos.

A partir da partitura enviada para os sujeitos foi feita a seguinte provocação:

a) Analise a partitura e identifique o compasso musical em que essa partitura foi escrita.

Figura 22 - Partitura –Parabéns pra você‖



Fonte: O autor.

b) Explique com suas palavras os caminhos que te levaram a identificar o compasso em que foi escrito a partitura.
c) De todas as atividades qual você achou mais interessante e aplicaria para seus alunos?
d) Se você fosse contar para um colega sobre as oficinas de Matemática e Música, o que você relataria?

A intenção dessa oficina foi criar um ambiente em que os sujeitos pudessem interagir com o autor e, principalmente, entre eles. Para tal, seguimos a seguinte ordem:

- Etapa 1: Apresentação da canção que foi escrita na partitura. Nessa etapa o autor do trabalho interagiu com os sujeitos fazendo indagações a respeito da partitura, explicando o básico a respeito da divisão rítmica que foi escrita na partitura (ainda sem solfejar as notar na altura correta). Aqui o objetivo foi dar pistas do que está escrito na partitura.

- Etapa 2: Apresentação das perguntas e respostas. Nesse momento cada participante apresentou as respostas das atividades mostrando os caminhos percorridos na resolução da atividade.
- Etapa 3: O autor do projeto faz os agradecimentos aos sujeitos da pesquisa. Para um encerramento final, o autor tocou a canção escrita na partitura.

No quadro a seguir mostraremos um resumo do que foi previsto para a oficina e o que efetivamente conseguimos.

Tabela 1- Conceitos trabalhados

ficina	**Conceitos programados**	**Conceitos trabalhados**
º	Conceitos básicos de divisão rítmica musical, conceitos de frações e operações com frações (adição fracionária, subtração fracionária, multiplicação e divisão fracionária)	Conceitos básicos de divisão rítmica musical.
º	Conceitos de operações com números racionais (adição, subtração, divisão e multiplicação), MMC.	Conceitos de operações com números racionais (adição, subtração, divisão e multiplicação), MMC.
º	Adição fracionária, preenchimento de compasso musical, conceitos de divisa rítmica musical.	Adição fracionária, preenchimento de compasso musical utilizando a adição fracionária.
º	Subtração fracionária, preenchimento de compasso musical, conceitos de divisa rítmica musical.	Subtração fracionária, preenchimento de compasso musical.
º	Multiplicação fracionária, conceitos de divisa rítmica musical.	Multiplicação fracionária.
º	Divisão fracionária, conceitos de divisão rítmica musical. Preenchimento de compasso musical utilizando a divisão fracionária.	Divisão fracionária, conceitos de divisão rítmica musical. Preenchimento de compasso musical utilizando a divisão fracionária.
º	Conceitos de divisão rítmica musical e conceitos de	Conceitos de divisão rítmica musical e conceitos de

	operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números racionais.	operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números racionais.

Antes de analisarmos as oficinas, apresentamos as alunas, sujeitos da pesquisa, através de codinomes. Destacamos que, no primeiro encontro, propomos deixar a escolha dos codinomes a cargo de delas, contudo não conseguimos retorno. Entendendo que preferiram deixar a cargo do autor a escolha dos codinomes, decidimos utilizar nomes de cantoras renomadas na Música Brasileira. O critério de escolha dos nomes das cantoras foi pelo gosto musical do autor. Ressaltamos que os procedimentos de autorização para coleta de dados foram autorizados pelas participantes e pela instituição através do Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE), assinado pelas participantes das oficinas e entregue ao autor da pesquisa.

Tabela 2 - Codinomes das alunas do Primeiro Ano

ALUNAS DO PRIMEIRO ANO	Descrição do artista
Chiquinha Gonzaga	Francisca Edwiges Neves Gonzaga Compositora instrumentista e maestrina nascida no Rio de Janeiro (1847 – 1899)
Nara Leão	Nara Lofego Leão, cantora, compositora, artista plástica, sambista e atriz, nascida na cidade de Vitória (Espírito Santo, 1942 - 1989)

Tabela 3 - Codinomes das alunas do Segundo Ano

ALUNAS DO SEGUNDO ANO	Descrição do artista
Elis Regina	Elis Regina, cantora brasileira nascida na cidade de Porto Alegre (Rio Grande do Sul, 1945 - 1982).
Kátia de França	Catarina Maria de França Carneiro (João pessoa, Paraíba, 1947), cantora, instrumentista, compositora

	e escritora.
Clara Nunes	Clara Francisca Gonçalves Pinheiro, cantora e compositora, (1942 - 1983). Foi a primeira cantora brasileira a vender mais de cem mil discos.
Dona Ivone Lara	Yvonne Lara da Costa, nascida na cidade de Rio de Janeiro, conhecida como *Grande Dama do Samba*, (1922 - 2018).
Gal Costa	Maria das Graças Penna Burgos nasceu em Salvador, Bahia, (1945 - 1993) é considerada umas maiores artistas da MPB.

Fonte: https://www.musicnonstop.uol.com.br

11. ANÁLISE DOS DADOS

11.1 Oficina 1 – Abertura

O autor se apresentou de forma breve e pessoal, informando seu nome, sua instituição de ensino e seu currículo acadêmico, assim como um fez um relato resumido de sua vivência com Música e teoria musical. Em seguida apresentamos as duas auxiliares, responsáveis pelo auxílio com as filmagens e eventual distribuição de material, caso fosse preciso.

Assim que as auxiliares foram apresentadas para as alunas, o autor pediu para que se posicionassem ao fundo da sala, para pegar um ângulo melhor da turma, posicionando-se ao fundo da sala e atrás das alunas, na hora de captar as imagens. Isso possibilitou às participantes que não se sentissem intimidadas ou com receio de interagir com o autor.

Nessa oficina houve um momento de descontração onde mostramos para as participantes uma forma de interpretar a divisão rítmica musical, utilizando a palma da mão como instrumento musical. A seguir, o QR-Code mostrando um vídeo de momentos da oficina onde é possível perceber o engajamento e o entusiasmo das alunas.

No decorrer das falas do autor, foi possível perceber que essa estratégia deu certo. As alunas não se mostraram incomodadas com a presença das auxiliares, porém foi possível perceber que quando o autor falava em números racionais, adição fracionária, multiplicação fracionária, subtração fracionária e divisão fracionária, as alunas não pareciam se sentir seguras.

Logo a aluna Elis Regina comentou:

Fala 1: - *Só de ouvir falar nesses termos já fico com medo. Não lembro nada de Matemática.*

Notamos desconforto das alunas quando o assunto se direcionou para Matemática, e o autor não fez questão de simplificar termos matemáticos como: números racionais (números em forma de fração); operação de adição, subtração, multiplicação e divisão fracionária (respectivamente, *conta de mais, conta de menos, conta de multiplicar e conta de dividir*); tampouco utilizar termos mais leves quando trata de conceitos musicais: divisão rítmica musical (*leitura de partitura*); notação musical (*escrita de partitura*).23.

Com isso, a ideia era acostumá-las com os termos utilizados em todas as oficinas e acostumá-las com a linguagem Matemática e musical adequada. Dessa forma o autor pretendia também identificar o nível de conhecimento das alunas quanto à linguagem adequada em relação à Matemática. Constatamos nesse momento que as alunas não se lembravam do conjunto dos números racionais.

Aqui começou a inquietação do autor e a percepção de que seria necessária uma oficina que tratasse desse assunto (oficina extra). Essa constatação se deu quando o autor utilizou a lousa para mostrar alguns exemplos de números racionais.

Analisando a fala ‒1‖, percebemos que só o fato de o autor falar em frações e operações com frações causou intimidação das alunas, futuras professoras dos Anos Inicias, ou seja, professoras que ensinarão Matemática e, no entanto, estão manifestando o desconforto em lidar com conceitos já vistos por elas em algum momento de sua trajetória, no Ensino Fundamental.

Quando a aluna Elis Regina cita em sua fala a palavra ‒medo‖, deduzimos que, se ela ainda tem medo da Matemática, logo esse medo surgiu já no inicio de seus estudos, pois estamos tratando de conceitos básicos da Matemática, vistos ainda nos anos iniciais. Ressaltamos que, nesse momento, somente exemplificamos alguns conceitos que ainda seriam vistos em outras oficinas. Sequer as participantes tinham se deparado com atividades até esse momento. Isso mostra que o medo da aluna já a bloqueou a ponto de nem conseguir esperar o que seria trabalhado de fato nas oficinas.

Em outra análise, parece-nos que o fato de a aluna mostrar já no primeiro momento que tem medo representa uma defesa em relação à Matemática, em relação ao medo.

Em seguida o autor pega o *chromebook* e apresenta slides com recortes do projeto de pesquisa. Essa apresentação serviu como auxílio para nortear as alunas em relação ao verdadeiro objetivo das oficinas.

Em um determinado momento, a aluna Kátia de França comenta:

Fala 2: - –*Acho muito importante a gente aprender outras formas de ensinar Matemática porque é uma disciplina que geralmente os alunos não gostam".*

Em um primeiro momento o comentário da Kátia de França (fala 2) nos leva a entender sua preocupação com os alunos que não conseguem entender a Matemática, por algum determinado motivo. Em uma segunda análise, podemos fazer outra interpretação. A cada fala das alunas ficava mais claro que elas pouco lembravam os conceitos que seriam abordados nas oficinas, portanto a fala da Kátia de França nos leva a crer que ela poderia, subconscientemente, estar falando de sua própria dificuldade em entender alguns conceitos de Matemática.

Observamos que no momento em que a aluna Kátia de França cita –[...] geralmente os alunos não gostam‖, se referindo à Matemática, ela não deixa claro a quais alunos refere-se, generalizando-os. Alunos do Curso Normal, alunos da Pedagogia, do Ensino Fundamental, Médio...?

Por outro lado, quando a aluna ressalta a importância de elas aprenderem outras formas de ensinar Matemática, notamos um interesse, uma abertura, no sentido de abertura para a relação entre Matemática e Música proposta por nós. Ao analisarmos as duas orações da fala 2 (Kátia de França) percebemos que a participante acredita no –novo‖, ou seja, a Matemática, ao ser ensinada, precisa de formas mais atrativas para que o aluno possa aceitar e assimilar melhor os conceitos propostos.

Então a aluna *Kátia de França* expressou uma dúvida:

Fala 3: -–*Minha dúvida agora é como vai se relacionar isso*‖.

A fala 3 revela uma curiosidade que mostra o interesse da aluna em aprender Matemática, pois a partir do momento em que ela demonstra tal curiosidade, fica a espera do que o autor vai responder, a espera de uma resposta, a mercê.

Notamos que ao fazer essa pergunta a aluna imagina a Música como escuta, melodia harmonia, ritmo (percussão), o que elas conhecem de Música, sua referência, embora sempre tenhamos nos referido à musica usando conceitos musicais, como divisão rítmica. Elas ainda não faziam ideia de como relacionar Música com Matemática, e, ao analisarmos essa pergunta, verificamos a curiosidade despertada nas alunas revela a necessidade de

explorarmos o que Abdounur (2006) chama de novo território, ou seja, as figuras musicais relacionadas com a Matemática sevem a ser o novo território (Educação Matemática), o desconforto que despertou a curiosidade nas alunas em aprender algo novo.

A fala 3 pode revelar, também, certa dúvida, no sentido de a aluna estar duvidando, duvidar que possa ser possível relacionar áreas que aparentemente são tão distintas uma da outra. Essa imposição é convertida para nós de forma positiva, pois acreditamos que essas sensações as deixaram focadas nas explicações e interessadas por conceitos que, até então, causavam medo e desconforto.

O autor, nesse momento, percebe que mesmo sem entrar na oficina propriamente dita, a relação Música e Matemática já está dando resultado. A curiosidade, até mesmo naquelas que ainda não estão entendendo o fundamento em tal relação, mostra que elas querem saber como essa convergência funciona.

O autor nesse momento não faz questão de explicar as relações devido ao pouco tempo, no primeiro momento.

Após a apresentação da oficina de abertura, o autor tocou ―Oceano‖, música do cantor e compositor Djavan, em 1989. No decorrer da execução da, foi possível perceber que as alunas se emocionaram ao escutar o solo de trombone.

Nessa oficina resolvemos utilizar a lousa para mostrar alguns conceitos de Música e Matemática devido à preocupação que notei quando eu falava em conceitos matemáticos de operações com frações, ―operações com números racionais. Quanto aos conceitos de divisão rítmica musical, já esperávamos reações de surpresa, contudo foram as dificuldades das alunas, percebidas por suas manifestações, que nos levaram a propor a oficina extra.

Concluímos com essa oficina que ainda há por parte dos estudantes um receio em aprender e em ensinar Matemática. A fala 1 mostra claramente o medo de uma aluna que está estudando para ensinar, além de outras disciplinas, Matemática. Nota-se que o aprendizado de Matemática das participantes que se manifestaram não fluiu de forma satisfatória para elas. Notamos tal fato quando começamos a falar em frações. As manifestações de rejeição à Matemática, de defesa, talvez se protegendo de um possível erro ao resolver as atividades que estavam por vir, as fizeram pensar que possíveis erros não fariam parte do aprendizado.

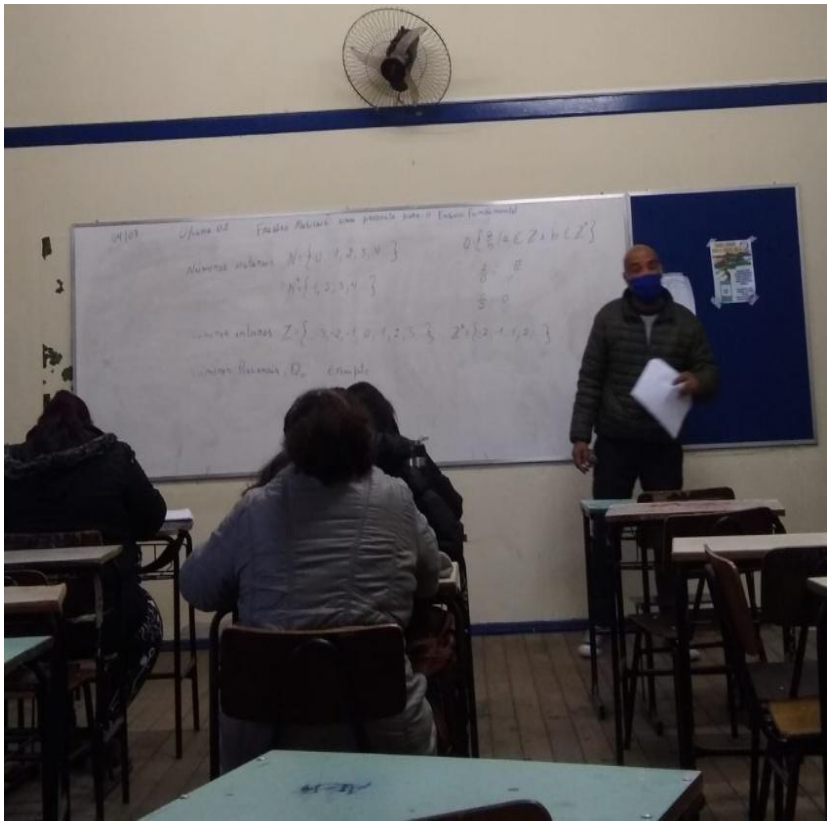
Por outro lado, notamos que estávamos deixando-as curiosas a ponto de se disporem a encarar um desafio (desafio de enfrentar novamente conceitos matemáticos em relação aos quais elas não estavam muito seguras) e descobrir de que forma a Música poderia contribuir no ensino de Matemática.

Quanto à execução da musica instrumental que tocamos na oficina percebemos que a partir desse momento a aula ficou descontraída, as participantes ficaram desinibidas e a Matemática passou a ser vista de uma forma mais leve. Vimos alguns conceitos iniciais de frações, sem ainda relacionar com a divisão rítmica musical, de forma que a emoção e a alegria tomaram conta da sala, a ponto de a aceitação da Matemática se dar de forma positiva. Concluímos que nessa oficina a relação entre Música e Matemática deu-se de forma harmônica.

11.2 Oficina 2 – Oficina Extra

Oficina 2 - OFICINA EXTRA- Na revisão dos conceitos propostos na Oficina Extra começamos de forma bem resumida explicando o conjunto dos números naturais, conjunto dos números inteiros, e, por fim, o conjunto dos números racionais.

Figura 23 - Aula de Números naturais



Fonte: Compilações do autor.

Seguimos as explicações e exposições dos conceitos, conforme o impresso mostrado na figura 21, porém na hora de exemplificar foi possível utilizar a figura 4 com o intuito de relacionar os números racionais com a divisão rítmica musical.

Os compassos musicais foram escritos na lousa e, a partir daí, retomamos as explicações a fim de mostrar que a soma de todas as figuras de dentro de um compasso qualquer aí escrito é igual à $\frac{4}{4}$. Nesse momento surgiu a curiosidade entre as alunas em relação à simplificação de frações. Antes de mostrar alguns trechos das indagações das alunas, destacamos que não tínhamos programado especificar conceitos de simplificação de frações ou frações equivalentes, contudo percebemos que a relação que estamos trabalhando possibilita outros conceitos além dos abordados em nosso planejamento. Veremos esses conceitos ao longo da descrição das próximas oficinas.

Dados os compassos da figura –4‖ pedimos para as alunas completarem cada compasso com os respectivos valores referentes a cada figura musical. Após o preenchimento, o objetivo foi somar todas as figuras, nesse caso a soma do resultado deve ser igual a $\frac{4}{4}$ ou, simplificando, 1.

Algumas indagações durante essa atividade geraram discussões sobre adição fracionária com denominadores iguais e simplificação de frações. Destacamos:

Fala 4: Dona Ivone Lara: –*Na soma do primeiro compasso eu somei os numeradores e os denominadores".*
Fala 5: Clara Nunes: –*Eu também. Achei que era isso a soma de frações. "Já nem me lembro mais."*
Fala 6: Ivone Lara: *Eu também estou fazendo assim, professor! Risos...*

Nesse momento as discussões estavam voltadas aos conceitos de adição fracionária, previstos para ver com mais detalhes na oficina –02‖.

Fala 7: Gal Gosta comenta: *Lembro de já ter visto isso, mas faz algum tempo. Estou me lembrando aos poucos, mas é difícil.*

Ajustando essa etapa, as indagações se voltaram aos conceitos de simplificação fracionária. Nesse caso poderíamos fazer um link com conceitos de frações equivalentes. Contudo deixamos somente para registrar em nosso trabalho a possibilidade de trabalhar conceitos de frações equivalentes e divisão rítmica musica.

Ao final dessa etapa, as alunas perceberam que a soma das figuras de cada compasso resultaria em $\frac{4}{4}$ e que a simplificação dessa fração resulta 1.

Destacamos que, na figura –4‖, o quarto compasso é formado por figuras musicais em que seus valores têm os denominadores diferentes. É o caso da figura semínima que tem o denominador 4 e da figura colcheia que tem o denominador 8. Portanto, para somar as figuras

desse compasso utilizamos conceitos de MMC, assim, revisamos esses conceitos com as alunas.

Através da foto, figura 23, mostramos a forma como as participantes se posicionaram dentro da sala de aula e a forma com que o autor ministra a oficina. Destaco que essa oficina se deu de forma expositiva, com o professor explicando conceitos matemáticos na lousa, sem muita interação entre os participantes, ou seja, os alunos foram agentes passivos, e o foco foi o professor. Embora tenhamos aberto espaço para interação, isso aconteceu pouco. Destacamos que, embora tenhamos relacionado os conceitos de divisão rítmica com conceitos de operações com frações, o foco foi a revisão de conceitos matemáticos.

Conforme vimos nas falas 4, 5, 6 e 7, as participantes começaram a verbalizar suas dificuldades, as quais são anteriores Comentaram a forma que achavam que seria a resolução das atividades, comentaram os erros e, com isso, vimos que realmente elas não sabiam resolver as atividades propostas, mesmo após as explicações do autor. Na fala 4, a aluna entende que na soma de duas frações com o mesmo denominador, é preciso somar algo, porém ela adicionou os numeradores das frações e os denominadores. Não ficaram claras para as participantes as regras da adição com números racionais de mesmos denominadores. A representação é potente para dar conta dessa demanda. As alunas não compreenderam que a atividade pedia a soma da quarta parte de um número somado à quarta parte de outro número.

O mesmo aconteceu com as alunas das falas 5, 6 e 7. Contudo notamos a curiosidade das participantes quanto à relação de conceitos de operações com números racionais e divisão rítmica musical, embora não tenhamos tido resultados positivos em relação ao aprendizado.

A aluna Gal Costa na fala 7 revela que aos poucos consegue lembrar dos conceitos de operações com frações, porém acha difícil. Acreditamos que a aluna não lembrou os conceitos, da forma de operar a soma entre dois ou mais números racionais. Por isso, diz achar difícil.

Concluímos que essa oficina nos deu a oportunidade de perceber que uma aula expositiva envolvendo operações com números racionais poderá não contribuir de forma positiva no aprendizado de frações. Percebemos tal fato analisando as falas e as expressões das participantes durante as explicações dos conceitos na lousa e durante a realização das atividades. As verbalizações –eu fiz assim, –estou me lembrando, mas acho difícil‖, –eu também fiz assim‖ mostram insegurança, medo da Matemática e provavelmente uma tentativa de se defender de possíveis críticas quanto à resolução errada de uma atividade. Acreditamos que o erro faz parte do aprendizado matemático e concordamos com Abdounur (2006, p.144), quando ele relaciona a construção do significado com a palavra –queda‖ na prática de

exercícios físicos. Nesse caso a palavra queda é recondicionada e passa a não ser considerada algo negativo, derrota ou fracasso.

Destacamos que nessa oficina não tocamos músicas no início nem no final da oficina, tampouco levamos o instrumento. Esta ação abriu lacuna para analisarmos a reação das alunas, nas próximas oficinas, onde haverá alguma música previamente pensada e a relação entre conceitos de Matemática e de Música será mais acentuada, mais intensa. O resultado mostrou o impacto da Música na afetividade das participantes, pois desenvolvemos a oficina de forma tradicional e, como ressaltamos anteriormente, nessa oficina não tivemos a presença de atividades com música, fator diferencial em nossa proposta.

11.3 Oficina 3: "Musicalizando a adição fracionária"

Conforme descrevemos em nossa metodologia, essa oficina teve o objetivo de trabalhar em sala de aula a relação entre divisão rítmica musical e adição fracionária.

A aula teve início com uma breve revisão de MMC, conceito já visto na ―Oficina Extra‖, contudo achamos pertinente revisar para que não tivéssemos contratempos durante a oficina. Conforme o descrito na metodologia, abriríamos essa oficina tocando a Música ―Na Glória‖, do autor Raul de Barros, contudo, devido a problemas de horários nas oficinas passadas, resolvemos deixar a execução da música para o final da aula, caso as atividades propostas para oficina fossem vencidas a tempo pelas alunas.

Em seguida passamos para explicações referente ao compasso $\frac{2}{4}$, tomando o cuidado para não aprofundar muito conceitos musicais, tendo em vista que não era o objetivo da oficina o ensino de divisão rítmica musical, e sim relacionar o compasso $\frac{2}{4}$ com conceitos básicos de operações fracionárias. Após foram entregues para as alunas as atividades propostas para essa oficina.

Até esse momento somente o autor da oficina explicava os conceitos abordados na oficina, sem interrupção alguma das alunas. Deixamos claro que em nossas oficinas a ideia é interação e engajamento dos participantes, portanto foi preciso mudar a estratégia porque isso não estava acontecendo.

A partir daí, demos uma pausa nas explicações e nos remetemos às atividades propostas. A atividade programada para essa oficina estava impressa em folha A4 e foi distribuída para as participantes.

Para essa etapa o autor preferiu deixar as alunas apresentarem as dúvidas, caso surgissem, sem previamente explicar os conceitos que deveriam ser utilizados na resolução

das atividades. Notamos que dessa maneira as alunas percorriam seus próprios caminhos na resolução das atividades e assim a oficina foi ficando, a cada momento, mais didática, ou seja, as dúvidas foram surgindo à medida que avançavam nas atividades.

Notamos que elas ficaram muito tempo tentando desenvolver as atividades, cada uma no seu ritmo, entretanto, algumas alunas estavam perdidas sem saber como dar continuidade nas atividades. Chegavam até certo ponto e ficavam paradas olhando para a atividade (Dona Ivone Lara e Clara Nunes). Então o autor dirige-se a Dona Ivone Lara, analisa o que já foi feito, e explica:

Fala 8: Autor: –E*stás no caminho certo, vai fazendo e vai me chamando.”*
Fala 9: Dona Ivone Lara: –*Está bem”*

Notavelmente estavam inseguras até esse momento.

As dúvidas giraram em torno da simplificação fracionária. Notamos que a adição fracionária, até então com denominadores iguais não estava sendo o maior grau de dificuldade. Apesar da insegurança das alunas, notamos que elas estavam interagindo e questionando mais a respeito das atividades. Notavelmente estavam mais desinibidas em relaçãoà oficina passada.

Acreditamos que a insegurança das participantes denotava a falta de prática de atividades de operações com frações, pois notamos que as explicações da –Oficina Extra‖ não sanaram por completo as dúvidas em relação à adição fracionária. Nesse momento, podemos fazer duas análises embasadass nas relações do pensamento analógico. Primeiramente analisamos o resultado da relação de divisão rítmica, pomos em prática uma *relação de semelhança,* conectando dois campos conceituais, explorando um raciocínio não dedutivo, buscando, além da semelhança, a similaridade. E o que essa relação de semelhança pode ter causado como efeito nas participantes? A insegurança de algumas participantes, provavelmente tenha sido provocada pelo que Abdounur chama de *congestão mental,* ou seja, além das participantes não estarem –maduras‖ o suficiente nas resoluções das operações com frações, depararam-se com o *novo território.*

Reparemos agora na fala de Gal Costa:

Fala 10: *Professor! Posso somar figuras diferentes para chegar ao resultado?*

Destacamos que as figuras musicais têm valores diferentes umas das outras. Se a soma for entre duas figuras diferentes, espera-se que o aluno resolva essa adição utilizando o

MMC[6]. Assim, verificamos que a aluna já estava relembrando dos conceitos de adição fracionária, pretendendo, assim, explorar outras formas de resolver a atividade.

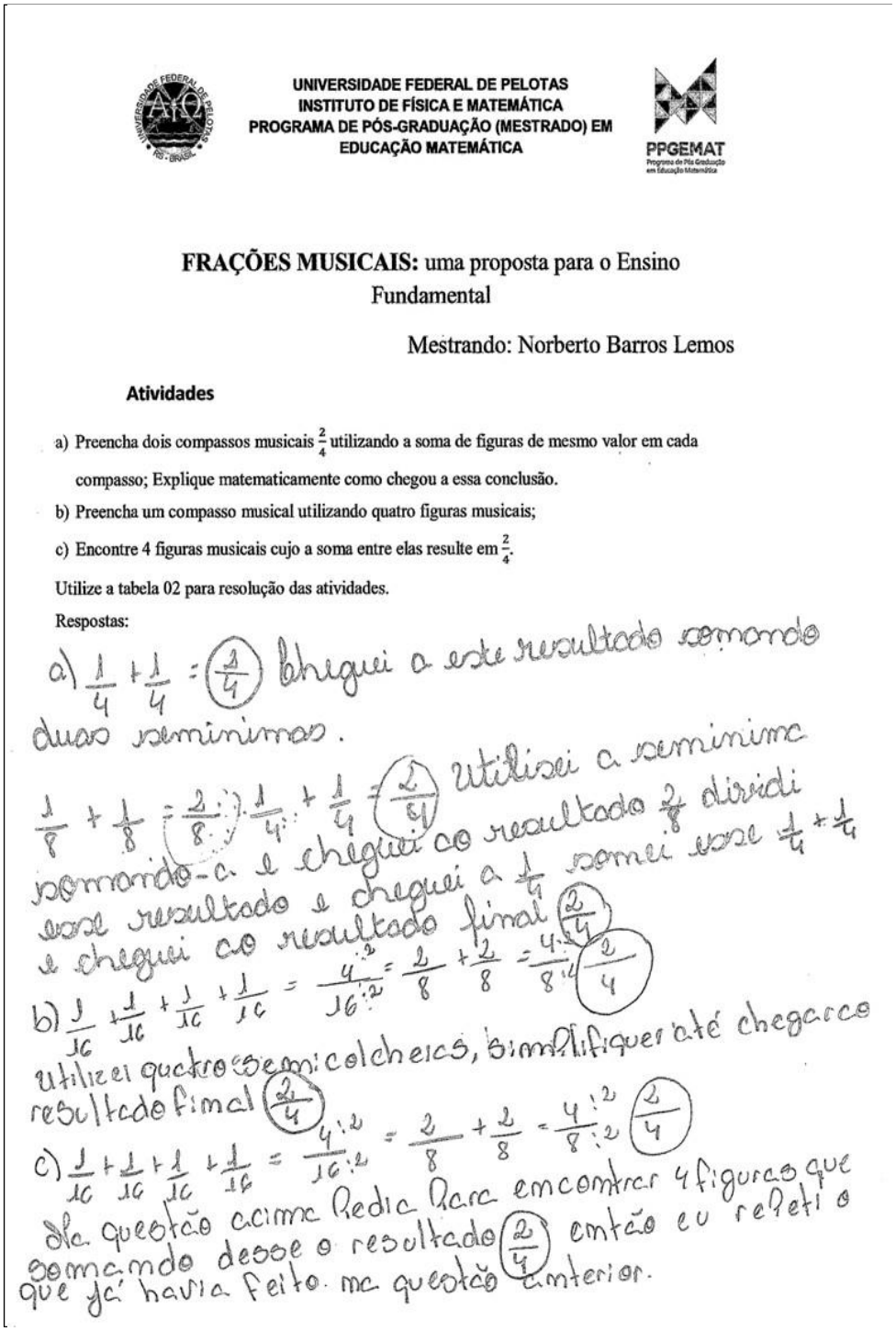
Dentre muitos comentários escutados nas gravações de vídeo, podemos destacar o comentário de Chiquinha Gonzaga, que pergunta, ao notar que conseguiu desenvolver corretamente a atividade:

Fala 11: *É só isso que tem que fazer?*

Outro destaque que fizemos é a analogia na forma verbal utilizada pelas participantes. Notamos que, quanto mais elas entendiam e relembravam os conceitos matemáticos, mais utilizavam os nomes das figuras musicais. Podemos observar isso na atividade a seguir:

[6] Embora tenham outras formas de resolver adição fracionária com denominadores diferentes, sem o uso do MMC, revisamos tal adição utilizando esse conceito.

Figura 24 - Atividade de adição fracionária.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (MESTRADO) EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGEMAT

FRAÇÕES MUSICAIS: uma proposta para o Ensino Fundamental

Mestrando: Norberto Barros Lemos

Atividades

a) Preencha dois compassos musicais $\frac{2}{4}$ utilizando a soma de figuras de mesmo valor em cada compasso; Explique matematicamente como chegou a essa conclusão.

b) Preencha um compasso musical utilizando quatro figuras musicais;

c) Encontre 4 figuras musicais cujo a soma entre elas resulte em $\frac{2}{4}$.

Utilize a tabela 02 para resolução das atividades.

Respostas:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ Cheguei a este resultado somando duas semínimas.

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}:2\ \frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$ Utilizei a semínima somando-a e cheguei ao resultado $\frac{2}{8}$ dividi esse resultado e cheguei a $\frac{1}{4}$ somei esse $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ e cheguei ao resultado final $\frac{2}{4}$

b) $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{4}{16}:2=\frac{2}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}:4\ \frac{2}{4}$

Utilizei quatro semicolcheias, simplifiquei até chegarco resultado final $\frac{2}{4}$

c) $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{4}{16}:2=\frac{2}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}:2\ \frac{2}{4}$

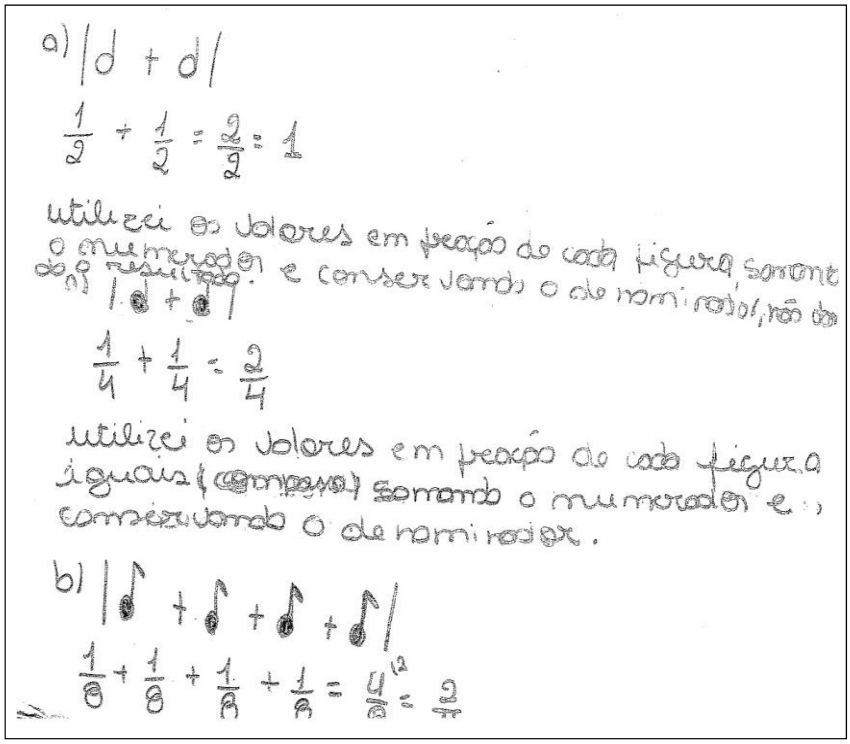
Na questão acima Pedia Para encontrar 4 figuras que somando desse o resultado $\frac{2}{4}$ então eu repeti o que já havia feito na questão anterior.

Fonte: O autor

Conforme a figura acima, concordamos que o processo analógico é ‒o processo de construção de significados que ocorre como se criássemos novos campos regidos por novas linguagens, através das quais expressões emergem‖, (ABDOUNUR, 2006, p. 148). Analisamos agora as respostas para as seguintes propostas:

a) Preencha dois compassos musicais $\frac{2}{4}$, utilizando a soma de figuras do mesmo valor em cada compasso. Explique matematicamente como chegou a essa conclusão.
b) Preencha um compasso musical utilizando quatro figuras musicais.

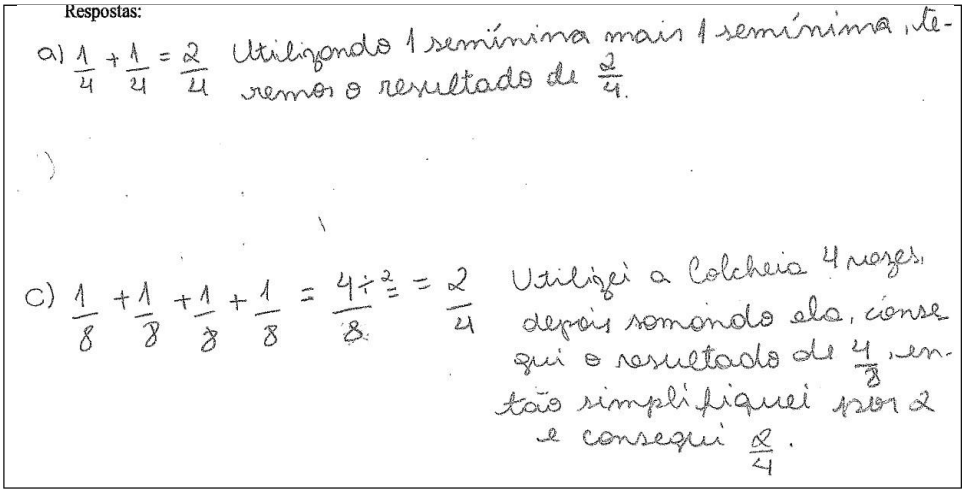
Figura 25 - Respostas de Clara Nunes



Fonte: O autor.[7]

[7] Respostas de uma aluna na atividade aplicada na oficina.

Figura 26 - Respostas de Ivone Lara

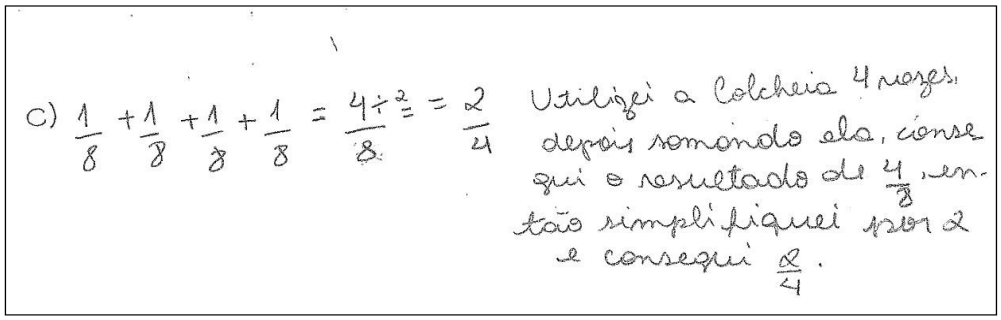


Fonte: O autor.[8]

Nesse caso, a aluna resolveu algumas atividades indicando as figuras musicais e seus respectivos valores, mostrando a associação entre elas. Dessa forma, analisamos o poder analógico de aproximar o símbolo da linguagem, conforme destaca Abdounur: propondo():-explorar o poder que as analogias têm de trazer o símbolo à linguagem‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 136).

Observamos agora a resposta da questão c: Encontre 4 figuras musicais cuja soma resulte em $\frac{2}{4}$.

Figura 27 - Resposta de Clara Nunes.



Fonte: O autor.[9]

Ao analisarmos esse recorte, tomamos como base o que Abdounur traz no sentido de utilizar o pensamento analógico, que significa observar a estratégia que proporciona um rendimento positivo, ou rendimentos positivos. Isso nos faz perceber o potencial do

[8] Respostas de uma aluna na atividade aplicada .na oficina.
[9] Respostas de uma aluna na atividade aplicada na oficina.

pensamento analógico é o fato de a aluna utilizar a simplificação fracionária na resolução da atividade acima. Superficialmente, podemos observar conceitos de divisão com números racionais, frações equivalentes, e, como a aluna descreveu, simplificação de frações, conceitos que derivaram de uma atividade envolvendo grupo de figuras musicais.

Notamos que as alunas, apesar das dificuldades iniciais, entenderam as atividades propostas associando a simbologia musical aos números racionais. Acreditamos que a dificuldade inicial se deu por conta do primeiro contato com um novo campo. A simplificação fracionária foi surgindo durante a atividade, as alunas foram resolvendo e simplificando os resultados obtidos porque foram lembrando desse conceito, utilizando-o para chegar ao resultado esperado, como podemos ver nas atividades resolvidas. Em relação à música tocada pelo professor na oficina, acreditamos que essa descontração ajudou a afinar a relação professor e aluno, quebrou o ‒gelo‖ de uma aula ‒pesada‖ de Matemática e deu segmento a uma aula mais alegre e, de certa forma, curiosa pelo fato de as alunas ainda tentarem relacionar a melodia da música tocada com o que vimos nas atividades, observando a forma com que a música foi escrita, ou seja, o compasso dois por quatro em que a música estava escrita. Concluímos que a relação analógica trabalhada nessa oficina aconteceu de forma favorável a respostas positivas para nossa pergunta de pesquisa, por concluir que a pergunta da ‒Fala 11‖ revela que as participantes resolveram as atividades que no início pareciam algo muito difícil. De forma inconsciente elas operaram as adições fracionárias, preocupando-se com o novo, fazendo parecer que ‒haviam esquecido, que não lembravam adição fracionária‖. Abdounur refere-se a esse fato na seguinte fala: ‒a exploração do novo território propicia esclarecimentos na região tida, inicialmente‖ (ABDOUNUR, 2006, p. 148).

11.4 Oficina 4: “o silêncio das pausas musicais”

A oficina teve início com uma apresentação da Música *Bensame Mucho*, executada pelo autor, com o instrumento trombone. Nessa oficina resolvemos ‒arriscar‖ executar a música que havíamos programado na metodologia, pelo fato de as alunas já terem contato com a adição fracionária na oficina passada.

Mostraremos, a seguir, alguns recortes dos vídeos gravados em aula, ensaios e erros de gravação ocorridos durante essa oficina. Esses vídeos mostram a descontração e o engajamento da turma ao escutar o som do instrumento trombone.

Os conceitos de subtração fracionária com denominadores diferentes sugerem o uso do MMC como uma das formas de resolução para igualar os denominadores. Tendo em vista que esses conceitos haviam sido revisados anteriormente, percebemos que foi mais rápida a revisão de conceitos matemáticos e musicais previsto para essa oficina.

Outro destaque é que um dos objetivos da oficina é justamente observar os efeitos que a Música (música como produto, tocada) pode trazer pra sala de aula.

Após a execução da Música partimos para algumas explicações referentes ao compasso musical $\frac{4}{4}$, compasso explorado nessa oficina. Após mostrarmos algumas explicações breves referentes à subtração fracionária fomos relembrando a oficina anterior.

Notamos, nesse momento, que a aula estava bem descontraída, acreditamos que, em uma primeira análise, as alunas estão de fato relembrando os conceitos de Matemática e assim se sentindo mais confortáveis com a oficina, e os efeitos da execução musical no início da aula podem ter surtido efeito positivo em relação ao engajamento da turma. Nesse momento, notamos que precisaríamos das outras oficinas para fazer comparações e analisar os fatores e assim poder tirar melhores conclusões em relação aos efeitos que essa execução musical poderá surtir na sala de aula.

Achamos oportuno destacar que estamos procurando atender aos objetivos do nosso trabalho sem perder o foco em nossa pergunta de pesquisa, porém o entusiasmo das participantes nos leva a crer e reforçar as diversas opções relacionando os conceitos trabalhados em aula, por vezes isso leva-nos quase a perder o foco dos objetivos principais.

A revisão dos conceitos musicais e a apresentação dos conceitos de divisão rítmica musical, utilizando o compasso quaternário, duraram aproximadamente 45min.

Logo após as revisões e explicações dos conceitos musicais, prosseguimos nas atividades propostas. As atividades foram previamente impressas em folha A4 para ser entregue às alunas. Destacamos que para cada aluna foi entregue duas cópias da mesma atividade, pois pretendiam ficar com o material, sendo que, como explicado, as atividades resolvidas em aula deveriam ser devolvidas ao pesquisador.

Notamos que, ao decorrer das revisões dos conceitos de subtração fracionária, as participantes mantiveram-se passivas, sem fazer muitos comentários ou perguntas, porém destacamos uma pergunta onde a aluna Ivone Lara comenta:

Fala 12: *Professor, olhando o senhor explicar parece fácil. Mas é que eu me atrapalho na hora de fazer o exercício, parece que está sempre errado.*
Fala 13: *Mas é igual à soma, não é?*

Nesse momento houve descontrações em aula e comentários, entre elas, a respeito de que não era possível elas, um dia, terem esquecido conceitos tão fáceis. Logo destacamos a fala de Chiquinha Gonzaga:

> Fala 14: *Acho que agora a gente aprende mais rápido, porque somos adultas e perguntamos mais, sem ter vergonha. E realmente temos que aprender isso, pois teremos que ensinar.*

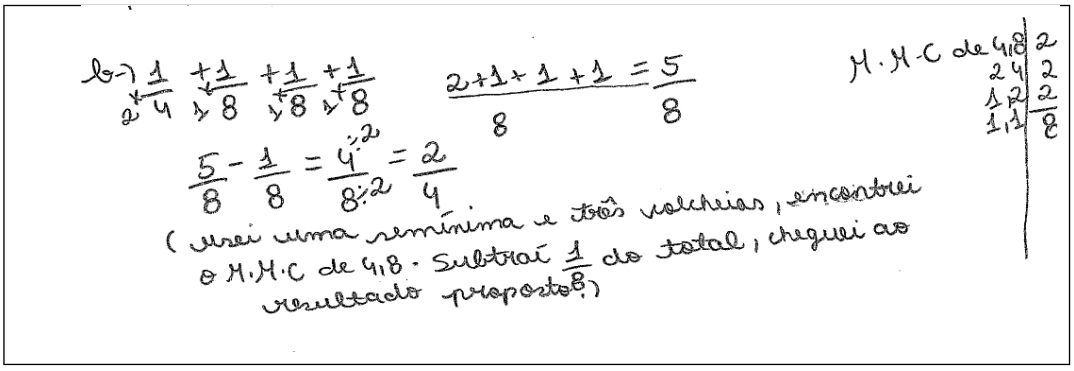
Clara Nunes destaca:

> Fala 15: *É, mas aprender com música é mais fácil, a gente não esquece mais... Risos.*

Abaixo a resolução de uma das participantes na atividade b: Com base em um compasso $\frac{2}{4}$, subtraia figuras dos grupos de figuras musicais a seguir, de forma que resulte no compasso $\frac{2}{4}$.

Grupo de figuras: Uma pausa de semínima e três pausas de colcheia.

Figura 28 - Resolução de atividades



Fonte: O autor.[10]

Na figura 26, observamos em um primeiro momento uma resolução das atividades sem que a aluna mencione os nomes das figuras musicais. Nesse caso, a aluna relacionou a simbologia musical a seus respectivos valores numéricos. A nosso ver, essa relação foi automática nesse momento e a analogia em tal relação está inserida no processo de reconstrução dos significados, estruturação e reestruturação dos significados. Outro fator que chamou atenção na resolução dessa aluna foi a forma com que ela resolveu a questão –a‖.

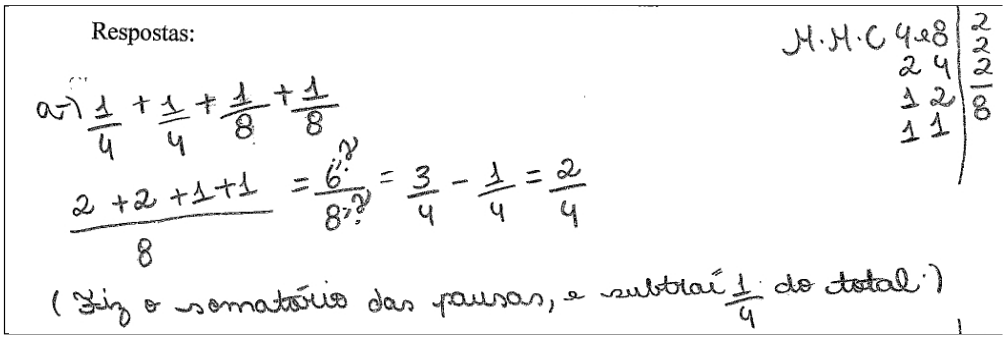
A atividade pede a seguinte resolução:

[10] Atividade resolvida por uma aluna na oficina.

a) Com base em um compasso musical $\frac{2}{4}$, subtraia figuras do grupo de figuras dos grupos musicais a seguir até que resulte em $\frac{2}{4}$.

O grupo de figuras –all foi o seguinte: duas pausas de semínimas e duas pausas de colcheia.

Figura 29 -: Resposta de Chiquinha Gonzaga



Fonte: O autor.[11]

A aluna não reparou que bastaria eliminar as duas pausas de colcheia para resultar em $\frac{2}{4}$ o que a obrigou a forçar a subtração com outros valores para obter o compasso desejado. Contudo, percebemos o domínio que ela demonstrou nas operações com números racionais ao partir da resolução com soma com números racionais, MMC, simplificação fracionária e, por fim, subtração com números racionais. Quando a aluna se refere a –subtrai $\frac{2}{4}$, ela considera que o total é $\frac{6}{8}$ na forma irredutível. E por que a aluna não simplificou o resultado final $\frac{2}{4}$? Acreditamos que o pensamento analógico se fez presente no sentido de ela assimilar que estávamos pedindo o compasso musical $\frac{2}{4}$ e não o resultado $\frac{1}{2}$.

Voltamos às falas destacadas , partindo da fala 15, onde a aluna manifesta que aprender com música é melhor. Fica a dúvida: a que música ela se refere? Aos conceitos musicais utilizados na oficina ou à música tocada no início da oficina?

Notamos que as alunas já não falavam em medo da Matemática, acreditamos que a Música tenha tornado a Matemática um jogo, um desafio, onde após o soar do trombone viria o jogo, o desafio matemático que todas queriam jogar. Contudo, acreditamos que as participantes transferiram o sentimento emotivo e descontraído da música tocada pelo

[11] Resposta de uma aluna na atividade proposta na oficina.

professor para a simbologia musical. De certa forma elas fizeram essa aproximação, mesmo não sendo a leitura musical o objeto de estudo, e sim a divisão rítmica musical[12].

Notamos que a relação entre Música e Matemática trabalhada na oficina despertou curiosidade nas alunas, estimulando-as a observar, interagir entre elas e com o professor, questionar e investigar de forma crítica o objeto trabalhado. Poderemos chamar de ―fator surpresa‖, as explicações por escrito, de como elas chegaram aos resultados obtidos. Nossa intenção ao pedir essa descrição foi justamente entender quais os caminhos percorridos por elas para resolver as atividades. Tal descrição, somada ao novo território tornaram as operações com números racionais o menor dos problemas.

Partimos da manifestação das participantes, quando chegam ao resultado, interrogando-se ―*É só isso?*‖. A dúvida surge quando o novo território é apresentado a elas em forma de desafio, aliado a descontração, efeito causado pela Música. A relação analógica entre os conceitos propiciou resultados que corroboram o dizer de Abdounur quando discorre sobre o fato de ―explorar-se territórios, outrora desconhecidos que, reciprocamente, podem retornar conjecturas em domínios, a princípio, mais familiares‖ (ABDOUNUR, 2006 p.148).

Quanto à relação entre Música e Matemática, a partir das manifestações das participantes, concluímos que a oficina ocorreu de forma leve, alegre e sem despertar o desvio de atenção em relação às atividades. Percebemos também que as manifestações reveladas nas falas das participantes poderão nos ajudar a encontrar respostas para nossa pergunta de pesquisa e destacamos a 15: *"aprender com Música é mais fácil, a gente não esquece mais".* Manifestações nessa direção são avaliadas por nós de forma positiva, pois notamos que a relação possibilitou trabalhar conceitos matemáticos utilizando a divisão rítmica musical.

11.5 Oficina 5: "O Casamento de Música e Matemática"

Estavam presentes quatro alunas e uma auxiliar. Começamos a oficina explicando o motivo de não podermos filmar a aula com a câmera, mas que tentaríamos gravar alguns momentos com o celular da ajudante.

Conforme notamos na oficina anterior, a execução musical no início estimulou as participantes a observar, interagir entre elas e com o professor, questionar e investigar de forma crítica o objeto e, por conta desse resultado, seguimos nossas observações nos mesmos moldes da oficina anterior, Valsa *SecondWaltz* tocada no instrumento trombone. Relacionamos a partitura da Música tocada nessa oficina com conceitos de multiplicação

[12] No caso dessa atividade, preenchimento de compasso musical.

fracionária e preenchimento de compasso musical. Nesse momento, o intuito foi despertar a curiosidade das participantes e fazê-las imaginar quais cálculos precisos em formas de figuras musicais geram uma melodia tão agradável quanto a valsa tocada na oficina.

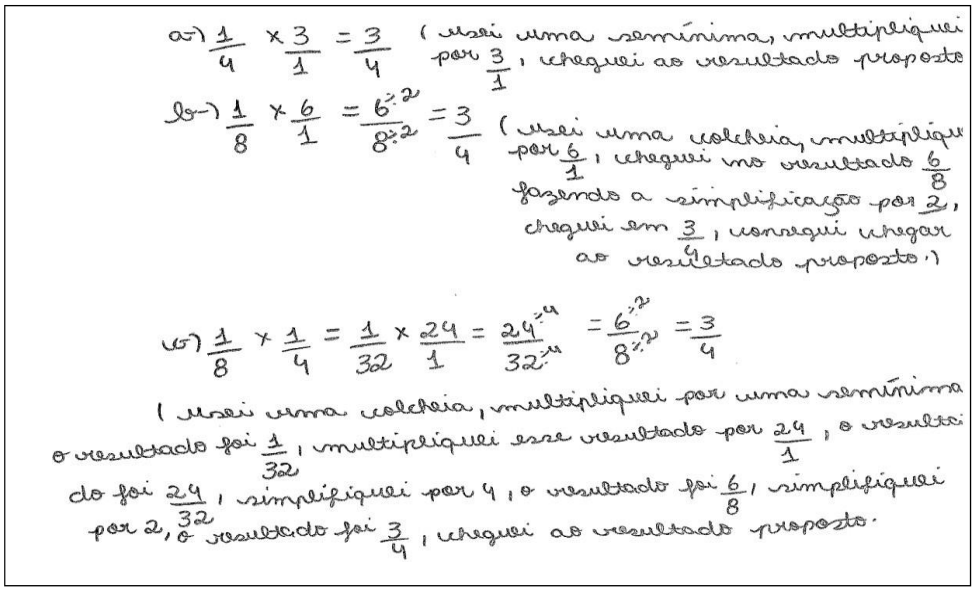
Atividades analisadas na figura 27:

a) Utilizando a multiplicação fracionária, preencha um compasso musical $\frac{3}{4}$ utilizando a figura musical semínima. Explique matematicamente como chegou ao resultado.

b) Com base nas explicações da figura 2, encontre uma figura musical que multiplicada por seis preencha o compasso $\frac{3}{4}$.

c) Com base em um compasso musical $\frac{3}{4}$, qual o produto entre uma colcheia e uma semínima. Mostre o resultado em forma de fração.

Figura 30 - Resolução



Fonte: O autor.[13]

Notamos que as participantes, ao olhar a partitura, imaginaram a complexidade da notação musical, entretanto sempre tomamos o cuidado de deixar claro que o objetivo da oficina não é decifrar as melodias escritas em uma partitura, e sim analisar a relação matemática por trás de tal notação.

Fizemos uma breve demonstração da relação do compasso $\frac{3}{4}$ com conceitos de preenchimento do compasso 3 por 4, e algumas formas de preenchimento do compasso binário, utilizando a multiplicação fracionária.

[13] Resoluções de uma aluna na atividade proposta na oficina.

Nesse momento se fez necessário criar alguns exercícios envolvendo multiplicação fracionária para que as participantes relembrassem os conceitos que seriam utilizados nas oficinas.

Os conceitos principais de Matemática abordados foram os seguintes:

- Conceitos básicos de divisão rítmica musical;
- Preenchimento do compasso ternário utilizando a multiplicação fracionária;
- Conceitos de multiplicação fracionária.

Achamos pertinente destacar que até o presente momento não houve curiosidade por parte das participantes em relação ao entendimento da *leitura musical.* Até aqui percebemos que, aos poucos, as participantes iam se acostumando com o preenchimento de compasso musical, sendo ele $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ sem questionar a *leitura musical*, ou seja, percebemos que, as participantes relacionavam os valores das figuras musicais e preenchiam os compassos, utilizando os nomes das figuras e não os valores correspondentes a elas. Procuramos não explorar esse outro lado, como no trabalho de Gean Pierre, 2009, analisado em nossa revisão bibliográfica, pois não é esse o foco desta pesquisa.

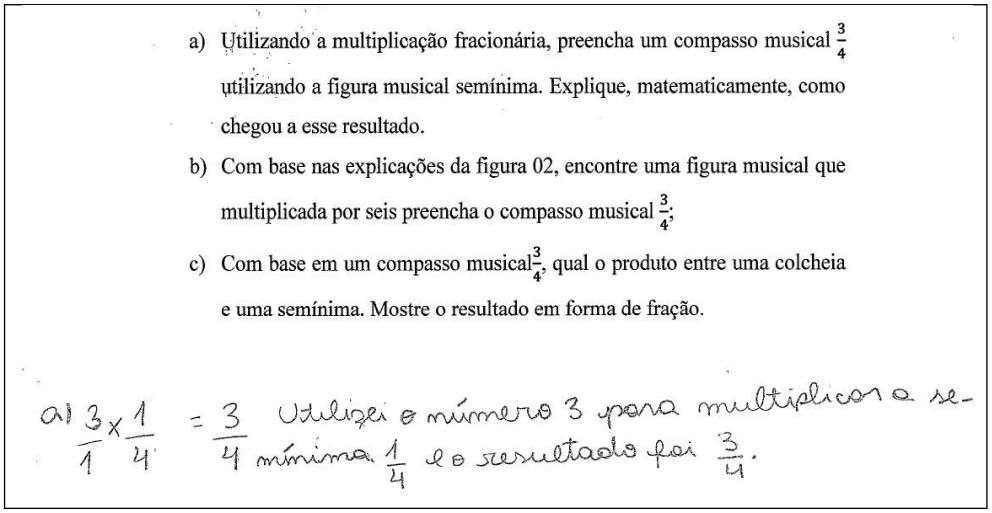
A revisão dos conceitos de multiplicação fracionária durou aproximadamente 30 minutos. Não houve dificuldades por parte das participantes nas revisões dos conceitos matemáticos vistos nessa oficina. Quando pedimos para as participantes dissertarem sobre os caminhos percorridos por elas no desenvolvimento das atividades, notamos que oficina após oficina suas escritas estavam tornando-se mais detalhadas. Algumas participantes fizeram questão de descrever mais de uma possibilidade de resolver algumas questões. Gal Costa se manifesta:

Fala 16: Gal Costa: –*Professor, posso escrever as duas formas que resolvi a atividade?"*
Fala 17: Chiquinha Gonzaga: –*A princípio eu não tinha entendido a questão "a". Achei que tinha que multiplicar semínima por semínima até chegar ao resultado". "É que eu estava fazendo de cabeça."*
Fala 18: Professor: –*E por que não deu certo?"*
Fala 19: –Chiquinha Gonzaga: *Porque fazendo de cabeça vi que o denominador ia ser sempre 1."*
Fala 20: Gal Gosta: *Não preciso fazer o MMC para resolver a primeira questão, né?*

Na fala 20, a aluna na verdade parece estar afirmando que não precisa utilizar o MMC para chegar ao resultado. A expressão –não precisoǁ utilizada no início da frase dela nos dá a ideia de que ela somente quer ter certeza de que já percebeu os caminhos que deve percorrer para chegar ao resultado.

Percebemos na questão –aǁ que uma aluna revolveu a atividade muito rápido. Abaixo, a resolução à qual nos referimos:

Figura 31 Atividade aplicada na oficina.



Fonte: O autor.[14]

Conforme a Abdounur, a analogia possibilita a expansão –cognitivo/afetiva, uma vez que participam de sua dinâmica, conceitos ou situações familiares em que se possui maior naturalidade nas manipulações de objetos e relaçõesǁ (ABDOUNUR, 2006, p. 148). Verificamos a manipulação das figuras musicais nas escritas das alunas. Por exemplo: De forma geral, elas não multiplicam $\frac{1}{4}$ por 3, elas multiplicaram uma semínimas por 3 e essa multiplicação resultou em $\frac{3}{4}$. Abdounur destaca que o pensamento analógico não tem o intuito de que uma das partes trabalhadas perca sua identidade. Preocupamo-nos exatamente com isso nas oficinas, ou seja, uma semínima é uma figura musical (simbologia musical) e o valor dela é $\frac{1}{4}$. Se essa semínima estiver em uma pauta na posição Dó, o trombonista relaciona que é preciso ferir a nota Dó em uma duração de um quarto de tempo do compasso.

Outro destaque foi a percepção da aluna quando notou que 3 faz parte dos números racionais. Fizemos esse destaque porque a atividade pede para multiplicar a semínima por uma fração, e assim chegar ao resultado. Dentro desse contexto, destacamos o número 1 como elemento neutro da multiplicação. Quando as participantes utilizaram o

[14] Resolução da atividade –aǁ proposta na oficina 5.

cálculo $\frac{1}{4} . \frac{3}{1}$ talvez não tenham percebido a presença do elemento neutra na multiplicação, conceito fundamental para resolução de problemas matemáticos, que fomos percebendo ao decorrer das oficinas, durante o diálogo com as participantes.

Fala 21: *Dona Ivone Lara: "Uma semínima multiplicada por um número tem que ser igual a* $\frac{3}{4}$*. É isso?"*

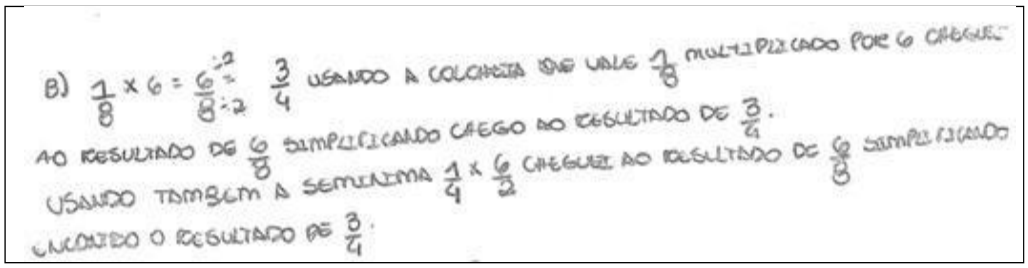
Essa fala foi fundamental para percebemos outras possibilidades de aproximação da divisão rítmica com operações com frações. Perceba:

$$\frac{1}{4} . x = \frac{3}{4}$$

A fala 21 gerou uma curiosidade por parte do professor, que dialogou com a aluna, a fim de investigar se ela estava se referindo ao pensamento algébrico. Analisando o diálogo nos áudios gravados, chegamos à conclusão de que foi uma forma de a aluna se expressar e que ela não estava se referindo ao pensamento algébrico, foi um acaso.

Temos percebido que as participantes das oficinas têm reações de espanto, de forma positiva, quando as oficinas chegam ao final. Algumas comentam que passa muito rápido. Quando fazem esses comentários chegamos à conclusão que a oficina transcorreu de forma leve e que as participantes compreenderam os conceitos matemáticos aplicados e trabalhados nas oficinas. Notamos tal compreensão por conta de as participantes quererem ir além do que pedimos nas atividades. Entendemos que o que elas inicialmente estavam achando difícil, ao transcorrer das atividades ficou claro e que a relação com os conceitos de divisão rítmica ajudaram a tornar a atividade mais compreensível e interessante. De nosso referencial teórico, destacamos fatores ocorridos entre as participantes: Assimilação dos significados (simbologia musical relacionada à Matemática) e dos conceitos.

Figura 32 - Resolução de Dona Ivone Lara.



Fonte: O autor.

Achamos pertinente destacar que em nenhum momento ouvimos comentários entre as participantes referentes às dificuldades envolvendo os conceitos de divisão rítmica

musical, quando há comentários envolvendo alguma dificuldade na resolução das atividades, este é restrito a conceitos matemáticos.

Com isso, concluímos que a relação entre os conceitos de divisão rítmica e a operação de multiplicação fracionária possibilitou percebermos conceitos do nível de Ensino Fundamental que podem ser explorados com a relação abordada na oficina. Acreditamos que o potencial do pensamento analógico ou da analogia explorada nas relações que abordamos possibilitou o diálogo descontraído durante as oficinas, tornando possível a resolução das atividades trilhando diversos caminhos e diversos conceitos para obter o mesmo resultado. Nesse ponto, Abdounur (2006) diz que a analogia ajuda a explorar as diversas possibilidades da relação entre Matemática e Música e que tal relação é um campo fértil a ser explorado.

11.6 Oficina 6: "A Música no Compasso $\frac{4}{4}$"

Na oficina 6 estavam presentes quatro alunas. Diferentemente da oficina 04, não iniciamos essa oficina com a Música programada para abrir a tarde de estudos. No decorrer de nossas oficinas, percebemos que nem tudo previamente programado foi posto em prática na ordem prevista. A execução das músicas foi uma estratégia que deu certo, a nosso ver, em todas as oficinas. Contudo, resolvemos , dessa vez, ofertar a música como prêmio, ao final, caso tudo ocorresse bem. Outro motivo que nos fez alterar a ordem dessa oficina, quanto à execução da música, foi o receio de que não tivéssemos tempo suficiente para abordar os conceitos e as atividades previstas. .

Notamos que as participantes ficaram curiosas pela oficina e por qual música tocaríamos. Explicamos a alteração e a organização da oficina: :

- Primeiro momento: abordagens dos conceitos de divisão rítmica musical utilizando o compasso $\frac{4}{4}$;
- Segundo momento: abordagem de conceitos de preenchimento do compasso musical $\frac{4}{4}$ utilizando a divisão fracionária e revisão de conceitos de divisão com números racionais;
- Terceiro momento: aplicação das tarefas abordando os conceitos expostos no decorrer da oficina.
- Quarto momento: execução de uma musica tocada pelo autor no trombone.

Após a explicação, a assistente posicionou-se num lugar estratégico para que pudéssemos captar as filmagens e os áudios de forma clara.

Nessa oficina contamos com somente uma ajudante que ficou encarregada de gravar alguns trechos. Como não tínhamos o recurso da câmera digital, equipamento da auxiliar que não pôde estar presente, o autor utilizou um aplicativo de gravação de áudio no celular para captar as falas das participantes durante as atividades.

Quanto à retomada dos conceitos matemáticos, procuramos objetividade, tomamos como referência a oficina anterior, pois nela trabalhamos conceitos de multiplicação fracionária, pré-requisito para abordarmos os conceitos de divisão fracionária.

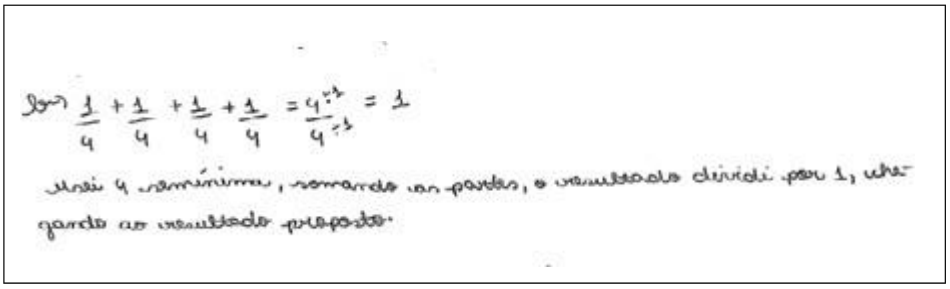
Nas atividades propostas, notamos que as participantes estavam resolvendo-as sem o auxílio do autor, diferentemente das oficinas anteriores, nas quais o autor era chamado para tirar dúvidas a todo o momento.

No entanto, precisávamos saber quais os caminhos as participantes estavam percorrendo para a resolução das atividades, logo, em alguns momentos, o autor pedia pra as participantes ―capricharem‖ nas descrições.

Analisamos as atividades resolvidas:

b) Divida a semibreve em 4 figuras de menor valor que somadas resultem no valor correspondente à semibreve.

Figura 33 - Resolução da atividade "b" de Nara Leão



Fonte: O autor.[15]

Analisando a resolução, houve analogia entre os conceitos de divisão rítmica musical e operações de divisão fracionária? Verificamos que sim. A participante, de forma automática, usou linguagem musical para se referir aos valores correspondentes às figuras musicais. Isso remete à assimilação da relação entre Música e Matemática proposta na oficina.

Destacamos também o seguinte questionamento:

[15] Atividade resolvida por uma participante da oficina.

Fala 22: *Nara Leão: Professor! Acho que não consigo resolver sem utilizar outras operações.*

Trabalhamos na análise dessa atividade com duas possibilidades. Em uma primeira análise, podemos dizer que a aluna não atendeu o objetivo da questão, que era explorar a divisão fracionária. Notamos que a participante partiu da adição fracionária para atingir o objetivo.

Agora vamos analisar a questão de outra forma. Entendemos, segundo Caraça (1959), que a multiplicação é a operação inversa da divisão e a soma de parcelas iguais. A participante ao somar as semínimas mostrou que quatro semínimas equivalem a uma semibreve. Nesse caso, a participante estava inserida em um campo afeto-cognitivo a ponto de se sentir à vontade para manipular as figuras musicais de forma a mostrar como chegou ao resultado. O que nos faz chegar a essa conclusão é o fato de repararmos que, ao pedirmos para a aluna mostrar matematicamente como chegou ao resultado, despertou a imaginação e a criatividade em cada participante. Segundo Abdounur (2006), as oficinas deveriam propiciar ambientes afetivos, aproximando as distintas circunstâncias apresentadas, integrando ciência e consciência, sujeito e objeto e, assim como ocorreu em nossa oficina, possibilitar a sintonia entre os participantes.

Vamos agora abordar uma pergunta que por várias vezes se repetiu entre as participantes:

Fala 23: Pergunta: *Posso tentar resolver de outra forma para ver se chego ao mesmo resultado?*

Destacamos que o fato de termos possibilidade de respostas diferentes para uma mesma questão despertou a curiosidade das participantes em analisar o porquê de, por exemplo, $\frac{4}{4}$ ser igual a 1. Destacamos, como explicamos em nossa fundamentação teórica, que um compasso musical deve ser expresso da forma $\frac{4}{4}$ e não da forma 1. Essas relações conceituais relacionadas à divisão rítmica musical e preenchimento de compasso musical despertaram um cuidado a mais do autor ao explicar conceitos de Matemática através da relação de preenchimento de compasso musical, devido à preocupação com as identidades dos conceitos de cada área do conhecimento abordados na oficina, tanto da Matemática quanto da Música. Observamos esse cuidado ao analisar as falas de Abdounur (2006), referentes ao pensamento analógico, quando se refere à identidade de cada área abordada. Logo, o

somatório das figuras musicais que preenchem um compasso $\frac{4}{4}$ chega a esse valor, que simplificando ou dividindo resulta 1, sendo o compasso dado indicado por $\frac{4}{4}$.

Observando a resolução da atividade, foi possível identificar que a participante já tinha domínio das operações básicas de divisão, multiplicação e adição fracionária. Notamos que a cada oficina as participantes evoluíam à medida que as atividades eram propostas e que, cada vez mais, elas resolviam as atividades sem recorrer ao auxílio do professor.

A relação entre Música e Matemática propiciou o engajamento da turma, tanto entre as participantes quanto das participantes com o professor, propiciou a integração das faculdades sensoriais, cognitivo-afetivas e favoreceu a concentração. Notamos que a oficina ―Relacionando divisão rítmica musical e divisão fracionária‖ sanou dúvidas das participantes, que na verdade eram decorrentes de uma lacuna em seu aprendizado, quando se depararam pela primeira vez com conceitos de divisão fracionária. As dúvidas e manifestações das alunas possibilitaram a discussão de assuntos que, apesar de não estarem diretamente relacionados com a divisão fracionária, estavam em pauta, frações equivalentes.

A partir das discussões e reflexões das participantes, , da forma como interpretaram as atividades propostas, caminhamos paras respostas positivas referentes à nossa pergunta de pesquisa, pois percebemos que nessa oficina as relações com números racionais fizeram sentido, tiveram aplicabilidade.

11.7 Oficina de encerramento

Nessa oficina estavam presentes quatro alunas e uma auxiliar. Esperávamos um número maior de participantes, para que pudéssemos ter uma maior diversidade de atividades resolvidas na oficina, ampliando, assim, a quantidade e a possibilidades de respostas para a análise final. O objetivo foi investigar e analisar as conclusões às quais as participantes da pesquisa chegaram em relação aos conceitos trabalhados nas oficinas anteriores.

Para instigar as participantes a retomarem os conceitos abordados nas oficinas anteriores, aplicamos uma atividade que poderia ser desenvolvida aplicando-os.

A atividade consistiu na análise de uma partitura adaptada pelo autor da pesquisa. Para tal, escolhemos uma canção conhecida por todos, ―Parabéns para você‖. Porém, entregamos a canção sem identificar seu nome e em qual compasso musical estava escrita. O objetivo da atividade foi que as participantes identificassem o compasso musical escrito na partitura.

Em relação à ordem das etapas, em nossa metodologia, tínhamos proposto que a canção seria executada no início da oficina, entretanto resolvemos alterar a ordem e

apresentar a canção somente ao final. Optamos por fazer essa alteração no sentido de verificar se as participantes iriam além de descobrir, através de cálculos matemáticos, qual o compasso no qual foi escrito a canção, descobrir também, através da divisão rítmica, que estava escrita nos compassos musicais entregues a elas. A partitura apresentada às participantes foi a figura 17 (partitura da canção Parabéns pra você).

Não foi nossa proposta analisar a possibilidade do ensino e da aprendizagem de *leitura musical*, pois acreditamos que para tal seriam necessários pré-requisitos que não abordamos nas oficinas. Entretanto resolvemos deixar essa lacuna para, talvez, abrir possibilidades para novos estudos envolvendo a relação entre Matemática e Música. Discutiremos em maiores detalhes na análise dos dados.

Ao iniciar a oficina, explicamos como iriam ocorrer as etapas.

A oficina teve duração de 45min e conseguimos, com o suporte da auxiliar, captar em áudio e vídeo os principais momentos. Essas gravações possibilitaram analisar, em momento posterior, as falas das participantes e do autor da pesquisa.

Abordamos primeiramente algumas revisões de multiplicação fracionária, divisão fracionária, adição fracionária e subtração fracionária. Em seguida, aplicamos, para relacionar a leitura rítmica com a divisão rítmica, a atividade de divisão rítmica com as palmas das mãos, onde as mãos são usadas como instrumentos musicais e, através da partitura, emitem sons obedecendo à divisão rítmica, em mesmo andamento, simultaneamente.

Figura 34 - Trechos musicais em compasso quaternário

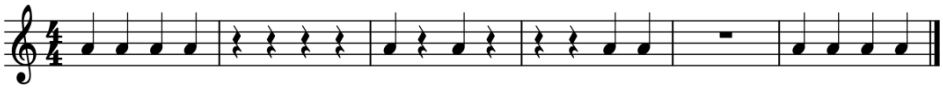


Figura: O autor.[16]

Após esse momento tivemos a manifestação da aluna Kátia de França que questionou:

Fala 24:- *"Agora estou entendendo essa relação de Matemática e Música. Assim fica mais leve de entender.*

Como salientamos em outras oficinas, as participantes não faziam ideia das possibilidades da relação entre Matemática e Música com cunho pedagógico. O pensamento

[16]Trecho musical apresentado na oficina de encerramento para que as participantes executassem utilizando as mãos (batendo as palmas das mãos) como instrumento musical.

analógico de Abdounur (2006) possibilita a análise do que o autor chama de *novo território,* que nessa oficina possibilitou a aproximação da relação entre Música e Matemática. Quando a participante cita que ficou mais fácil de entender, acreditamos que ela se refere ao entendimento dos conteúdos de operações com números racionais, dos quais já não se lembrava. Entender a divisão rítmica musical requer maior aprofundamento dos conceitos abordados nas oficinas, porem quando a aluna ressalta que entendeu a relação entre Matemática e Música, notamos que ela assimilou a aplicabilidade dos conceitos de operações com números racionais, algo que talvez não fizesse sentido a ela antes.

Fala 25: *Autor: "Há inúmeros conceitos de Matemática e de Música que podem ser relacionados uns com os outros. Lembro-me que na primeira oficina você demonstrou dúvidas de como poderíamos trazer essas relações para sala de aula."*

Após essa atividade, anunciamos que a partir desse momento aplicaríamos a próxima atividade, a canção que mostramos no início deste capítulo, cuja resolução foi mencionada acima também. Em meio à explicação, a aluna Clara Nunes se manifesta:

Fala 26:-*"Entregue logo essa atividade, professor...risos [...], eu adoro Matemática. Acho que tem tudo a ver com nossa vida. Posso não ser boa, mas adoro".*

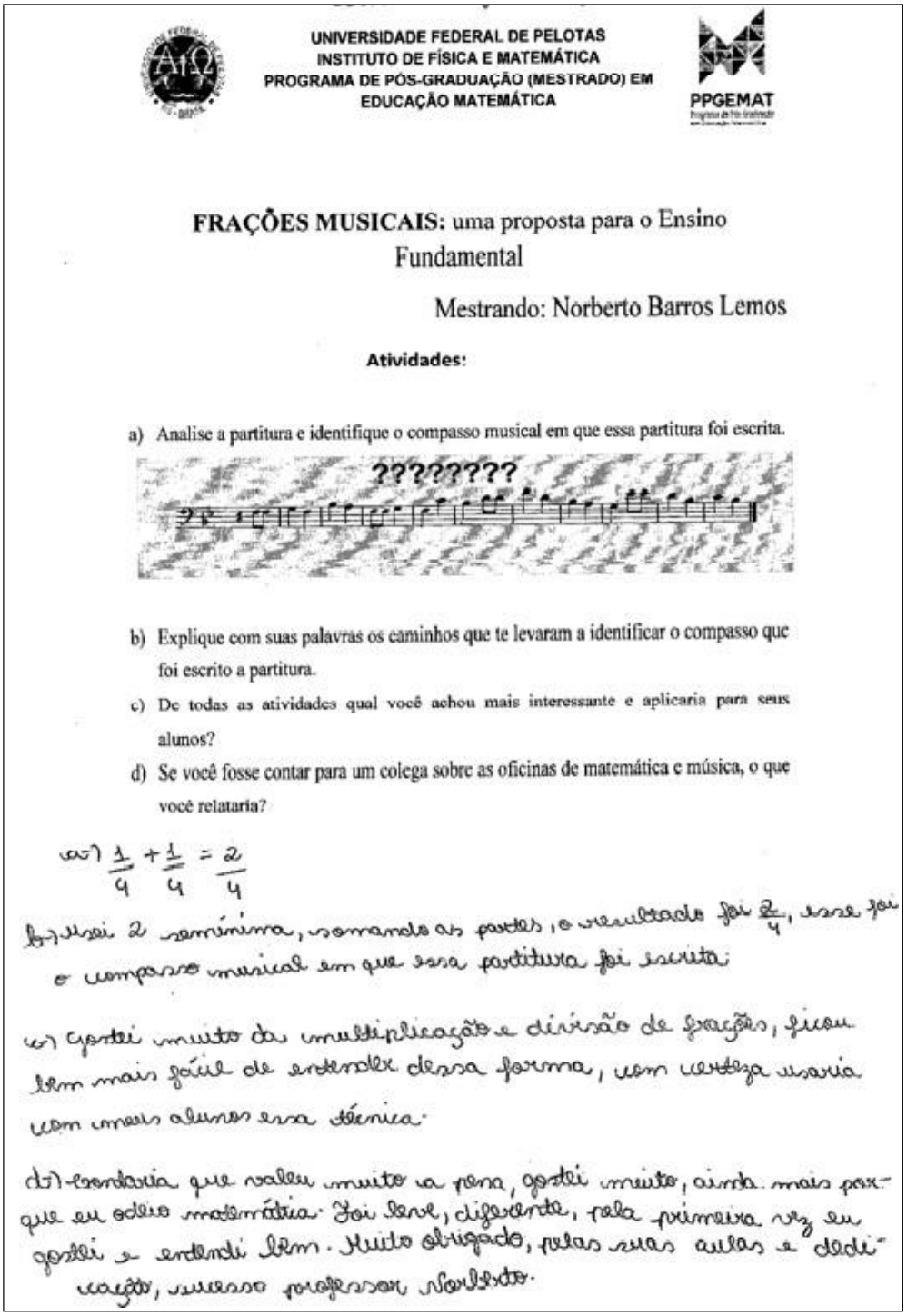
Nesse momento notamos a aceitação da Matemática e novamente seguimos na direção de que agora os conceitos abordados passaram a fazer sentido. Isso fez com que despertasse a curiosidade nas participantes em resolver as atividades propostas. O comentário a seguir fortalece a nossa percepção da aceitação da Matemática, sem o medo que detectamos nas falas das participantes nas primeiras oficinas.

Chiquinha Gonzaga complementa:

Fala 27:- –*A Matemática está sempre presente em nossa vida, seja na hora de pagar uma conta, comprar alguma coisa á vista o parcelado [...], é uma coisa muito importante pra nós."*

A seguir mostraremos as atividades que trabalhamos nessa oficina. Utilizamos uma atividade já resolvida por uma aluna pelo fato de a resposta da atividade –c‖ ter motivado o autor, ainda mais, em seguir os estudos direcionados à relação Música e Matemática.

Figura 35 - Atividade resolvida por Chiquinha Gonzaga



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (MESTRADO) EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGEMAT

FRAÇÕES MUSICAIS: uma proposta para o Ensino Fundamental

Mestrando: Norberto Barros Lemos

Atividades:

a) Analise a partitura e identifique o compasso musical em que essa partitura foi escrita.

b) Explique com suas palavras os caminhos que te levaram a identificar o compasso que foi escrito a partitura.

c) De todas as atividades qual você achou mais interessante e aplicaria para seus alunos?

d) Se você fosse contar para um colega sobre as oficinas de matemática e música, o que você relataria?

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

b) Usei 2 semínima, somando as partes, o resultado foi $\frac{2}{4}$, esse foi o compasso musical em que essa partitura foi escrita;

c) Gostei muito da multiplicação e divisão de frações, ficou bem mais fácil de entender dessa forma, com certeza usaria com meus alunos essa técnica.

d) Contaria que valeu muito a pena, gostei muito, ainda mais porque eu odeio matemática. Foi leve, diferente, pela primeira vez eu gostei e entendi bem. Muito obrigado, pelas suas aulas e dedicação, sucesso professor Norberto.

Figura: O autor [17]

[17] Atividade realizada por uma participante na oficina de encerramento.

Analisamos, a seguir, de forma geral, as respostas das atividades da figura 29.

Começamos pela resposta da atividade –c‖: –[...] ainda mais porque eu odeio Matemática‖. Esse recorte da fala da participante revela o potencial da música utilizada de auxiliar no ensino de outros conceitos. Remetemo-nos ao pensamento analógico de Abdounur quando se refere à relação analógica (oficinas) propiciar ambiente afetivo. Embora a participante tenha assimilado a relação proposta na oficina, ela afirmou que odeia Matemática, dando a entender que houve uma aceitação dos conceitos musicais. Ou seja, ela entendeu a relação proposta, não gosta da Matemática, mas gostou de estudar –Matemática‖ na relação Matemática/Música.

Na atividade –a‖ a aluna utilizou a adição fracionária para descobrir em qual compasso musical estava escrita a canção. Dessa forma, ficou claro que a aluna percebeu o que é um compasso musical, pelo fato de ter usado um compasso qualquer da partitura. Ela entendeu que em qualquer compasso a soma das figuras deveria resultar em $\frac{2}{4}$ a soma das figuras. Apesar de ela não ter indicado qual compasso usou, notamos que resolveu seguir o caminho mais simples para chegar ao resultado. Notou que há compassos com duas semínimas e a para a soma delas não seria necessário o uso de MMC.

Outro destaque é o resultado que ela indicou, $\frac{2}{4}$. Nesse caso a participante compreendeu que se ela simplificasse esse resultado chegaria a um resultado que não seria o compasso musical proposto na partitura, ou se $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}\cdot$, porém $\frac{1}{2}$ não seria o resultado da questão. O pensamento analógico explica tal fato, a questão foi resolvida sem que nenhuma das áreas envolvidas perdesse a identidade, segundo Abdounur (2006). Seguimos na descrição da oficina.

Destacamos que algumas alunas não estavam entendendo o que era para realmente ser feito. Novamente retomamos as explicações, porém nos limitamos a somente esclarecer as possibilidades de respostas às atividades propostas. Salientamos que as dúvidas estavam em torno da atividade –a‖ e –b‖, pois a atividade –c‖ exigiu uma resposta pessoal das participantes.

A partir das explicações, as participantes ficaram em silêncio, concentradas e começaram a resolver as atividades. Percebemos que as alunas Clara Nunes e Chiquinha Gonzaga já haviam resolvido, porém não tinham certeza se estavam certas. Argumentaram que não poderiam ter acertado as atividades porque estavam achando muito fácil.

Ficou claro que o medo de operar com números racionais, até aqui já tinha ido embora. Porém, quando destacamos que as alunas estavam achando as atividades muito

fáceis, e por isso não sabiam se estavam certas, notamos que elas assimilaram os conceitos trabalhados nas oficinas anteriores, contudo ainda permaneciam inseguras. Essa insegurança não era na resolução das atividades, nisso elas foram muito bem, muito seguras. As participantes chegaram aos resultados de forma rápida, isso as deixou desconfiadas de que algo podia estar errado. Com isso, percebe-se que a visão que se tem das aulas de Matemática é que o aprendizado acontece de forma pesada, difícil, truncada.

Destacamos também a falada aluna Ivone Lara:

Fala 28:- *–Acho que o compasso é 2 dividido por 4, pois somei o primeiro compasso e obtive esse resultado. Devo simplificar?* O Autor reponde:
Fala 29- *Deixe como está, por que chegaste ao resultado 2 por 4. Este satisfaz a solução.*

Após o término das atividades pedimos que as participantes continuassem com as atividades, analisando a partitura escrita pelo autor.

Logo, propomos um desafio que consistiu em tentar fazer alguma leitura rítmica e adivinhar qual canção estava escrita na partitura. As participantes aderiram ao desafio, contudo conseguiram apenas identificar a divisão rítmica nas figuras semínimas. Acreditamos que associaram a leitura às palmas que fizemos no início da aula, onde havia divisões iguais às da canção apresentada para a atividade.

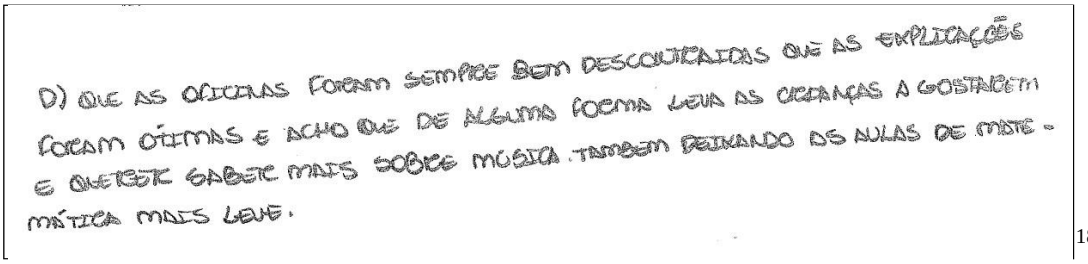
Faltando 5min para o encerramento da oficina, o apresentador finalizou a atividade. Nenhuma das participantes acertou a resposta para a canção escrita, porém discutiram a respeito dos valores das figuras que estavam em cada compasso.

Fala 30:- *Ivone Lara: "[...] eu não sei que Música é, mas sei que se eu juntar duas colcheias eu tenho uma semínima".*
Fala 31:- *Chiquinha Gonzaga: "Eu fiz assim também"*

Vamos agora analisar a fala de uma das participantes:

Se você fosse contar para um colega sobre as oficinas de matemática e música, o que você contaria?

Figura 36 - Resolução de Chiquinha Gonzaga.


D) QUE AS OFICINAS FORAM SEMPRE BEM DESCONTRAÍDAS QUE AS EXPLICAÇÕES FORAM ÓTIMAS E ACHO QUE DE ALGUMA FORMA LEVA AS CRIANÇAS A GOSTAREM E QUERER SABER MAIS SOBRE MÚSICA TAMBÉM DEIXANDO AS AULAS DE MATEMÁTICA MAIS LEVE.

[18]

Fonte: O autor.

Na visão dessa aluna, a Matemática é considerada –pesada‖, já que ela destaca que as crianças gostam de querer saber mais de conceitos musicais, da Música. Notamos a aprovação da aluna quanto à relação da Música com a Matemática quando ela se refere ao fato de a Matemática ficar mais leve quando relacionada à Musica. Isso remete diretamente à nossa pergunta de pesquisa, uma vez que a participante se refere à criança, indicando que ela está agindo como professora nesse momento. Abdounur (2006) destaca o papel importante do professor ao proporcionar oficinas com a relação entre Música e Matemática, que propiciam o fortalecimento e a consolidação de condutos que as ligam a outros significados.

Nesse momento, o autor tocou a canção que estava escrita na partitura (Parabéns para você), com o trombone, e finalizou a oficina agradecendo às participantes. Como respostas e agradecimentos das participantes, escutamos algumas frases que resolvemos destacar, sem identificar as participantes.

Fala 32:- *Isso não vale, professor! Eu ia falar que era essa canção! Vamos utilizar outro período e fazer outro desafio... risos.*
Fala 33:- *Agora eu amo Matemática!*
Fala 34:- *Eu quero aprender esse instrumento... risos.*
Fala 35:- *Vou voltar a praticar meu violão.*
Fala 36: - *Já me sinto um pouco melhor em Matemática.*

Por fim, a professora titular das turmas entrou na sala, agradeceu ao autor pelas atividades feitas nas turmas, nos despedimos e fomos embora.

As falas 31, 32, 33, 34 revelam uma sensação de alívio e descontração entre as participantes. Notamos que elas perceberam umas das formas de aplicação de conceitos de operações com frações e ficaram contentes por terem conseguido relacionar, nas atividades,

[18] Resolução de uma aluna da atividade proposta na oficina.

os conceitos do novo território (divisão rítmica musical) com conceitos matemáticos nos quais elas tinham dificuldades.

Concluímos que a aceitação da Matemática se fez presente na oficina, porém essa aceitação se deu pelo fato de a Matemática ter sido apresentada relacionada à Música. Foi possível notar através das falas e das resoluções das atividades o entusiasmo das participantes ao resolverem as atividades.

Em relação à canção apresentada para a última atividade (atividade –c‖), notamos que, embora nosso foco tenha sido o ensino de operações com frações, a oficina proporcionou o aprendizado de alguns conceitos de divisão rítmica musical (preenchimento de compasso musical, noção de compasso musical e noção de leitura rítmica musical). Notamos que as participantes se sentiram desafiadas com a atividade final, e isso estimulou a concentração e a criatividade na resolução das atividades. Salientamos que nessa oficina tivemos uma atividade onde trabalhamos a divisão rítmica musical, utilizando as palmas das mãos como instrumentos. Isso trouxe um clima de descontração, deixando as participantes à vontade e desinibidas em relação à resolução das atividades.

As respostas das atividades nos levam a entender que as alunas aprovaram a relação trabalhada nas oficinas, de forma a aprovarem seu uso em sala de aula, como suporte ao ensino de operações com frações.

Destacamos algumas proximidades com os trabalhos que apresentamos em nossa revisão bibliográfica:

- Campos (2009) entende que sua pesquisa relacionando Música e Matemática abre caminho para novas pesquisas no mesmo sentido, tendo em vista que comprovou a possibilidade da aplicação pedagógica de ambas as áreas do conhecimento juntas.
- Depizoli(2015) desenvolveu oficinas interdisciplinares com Música e Matemática, donde pode concluir que a Música pode despertar no estudante o interesse maior pela Matemática por meio de conceitos próximos entre essas duas áreas do saber;
- Chaves (2018) menciona que a Matemática auxiliou na evolução da divisão rítmica musical. O trabalho de Chaves investigando as formas de preenchimento do compasso $\frac{4}{4}$ nos auxiliou na elaboração da –Oficina 6‖, onde exploramos a divisão rítmica musical relacionada à divisão fracionária no compasso quaternário.

12. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi verificar a possibilidade de aplicar conceitos de divisão rítmica musical como ferramenta no ensino de frações, no Ensino Fundamental, a partir da manifestação das participantes das oficinas, com atividades que relacionam conceitos matemáticos e musicais. Para tal, elaboramos e promovemos oficinas pedagógicas abordando conceitos de divisão rítmica musical e conceitos de operações com frações.

As oficinas possibilitaram descobrir que a relação entre conceitos matemáticos e conceitos musicais favorece a aprendizagem de conceitos de operações envolvendo números racionais. O trabalho desenvolvido possibilitou ampliar os conceitos matemáticos, de forma a gerar discussões e reflexões sobre outras possibilidades de relacionar a divisão rítmica musical com frações equivalentes. A relação entre Música e Matemática proporcionou afeto, concentração, descontração, engajamento da turma, emoção e motivação em cada participante. Sentimos as participantes empolgadas para realizar as atividades em aula, a cada oficina. Outro fator importante, notado em relação às respostas apresentadas nas atividades, foi a responsabilidade com a prática. Algumas respostas e falas durante as oficinas nos permitem perceber que, apesar da dificuldade com conceitos matemáticos, as participantes se preocuparam em aprender para ensinar. A música instrumental que tocamos nas oficinas, além de propiciar descontração e motivação em aula, inspirou algumas participantes a estudarem algum instrumento musical.

Em relação à divisão rítmica musical, as participantes perceberam a aplicabilidade da Matemática na notação musical, porém a leitura musical foi pouco percebida por algumas participantes. Ressaltamos que nosso foco foi o processo de ensino-aprendizagem de conceitos de Matemática, e os argumentos e conceitos apresentados na oficina não foram suficientes para o ensino de leitura musical. Contudo, percebemos que há possibilidade de duas vias, tanto a Música no auxilio de conceitos matemáticos, quanto a Matemática no ensino de conceitos musicais.

Outro ponto em destaque foi a oficina extra, um contraponto das oficinas com música. Ela não foi previamente planejada e não gerou resultados satisfatórios, comparada às outras oficinas. Com isso, percebe-se a diferença que faz a música trabalhada de forma pedagógica em sala de aula. A oficina extra foi a única em que trabalhamos da forma tradicional, de forma expositiva, com as alunas se comportando de forma passiva.

A oficina extra mostrou muito mais que as outras, porque foi um indicador diferente. Nela percebemos que a aula sem a Música, e desenvolvida de forma expositiva, não

despertou as mesmas emoções que as oficinas com música, e isso vai ao encontro do que o nosso referencial teórico diz sobre a importância da música no ensino.

Voltando a nossa pergunta de pesquisa: Como um grupo de alunas do Curso Normal do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil, situado na Cidade de Pelotas, expressa sua compreensão sobre o uso da divisão rítmica musical no ensino de frações?

Concluímos, através de nossas análises, que é possível trabalhar tais conceitos no ensino de operações com frações. Notamos aprovação dessa proposta didática por parte de todas as alunas. Entre todos os fatores positivos propiciados pela relação entre Música e Matemática, a motivação foi o fator determinante para o sucesso das oficinas. Cabe destacar que essas alunas nunca haviam tido uma experiência como essa.

Contudo, destacamos que relacionar os conceitos de divisão rítmica musical não é muito simples se o professor não tiver um conhecimento profundo das áreas envolvidas. Isso sugere a possibilidade de trabalhar com um profissional de cada área na mesma oficina.

A relação entre Matemática e Música potencializa a abertura de produções (diferentes respostas) e novas relações não pensadas (pensamento algébrico) e nos traz abertura para possíveis trabalhos futuros abordando outros conceitos matemáticos possíveis de relacionar com divisão rítmica musical.

Também destacamos que as pesquisas envolvendo divisão rítmica musical e conceitos de Matemática ainda são aparentemente escassas.

13. REFERÊCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música:** o pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras, 2000.

ABDOUNUR, O. J. **Uma abordagem histórico/didático de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical:** um ensaio preliminar**.** Educação Matemática Pesquisa., São Paulo, v. 14, n. 3, PP. 386-397, 2012.

ASTH, Rafael. Números Racionais. **Toda matéria**2022. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/numeros-racionais. Acesso em: 04 de jul de 2022.

BAHR, N.; CHRISTENSEN, C. A. Inter-domain transfer between mathematical skill and musicianship. **Journal of Structural Learning and Intelligent Systems**, 2000, 14(3), 187-197.

BERTONI, N. E. **Educação e Linguagem Matemática IV:** Frações e Números, Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BLOG SOFTWARE LIVRE NA EDUCAÇÂO. **MUSESCORE.** Disponível em: www.ufrgs.br. Acesso em: 26 out. 2022.

BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5ª edição. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <https://basenacionalcomun.mec.gov.br/>. Acesso em: 02. out. 2020.

CAMPOS, G. P. da S. **Matemática e Música:** práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares. 2009. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2009.

CANTORAS BRASILEIRAS. CONHEÇA 50 DAS INCRÍVEIS MULHERES BRASILEIRAS NA MÚSICA BRASILEIRA EM UMA SÉRIE ESPECIAL RECHEADA DE TALENTOS FEMINOS. **Music Non Stop,** 2021. Disponível em: https://wwwmusicnonstop.uol.com.br. Acesso em: 11 out. 2022.

CASTRO, F. C.; **O Ensino de Frações para Crianças em Situação de Vulnerai idade.** 2019. 111 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Ensino de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas); Pelotas, 2019.

CHAVES, M. P.; A **Matemática na Música:** divisibilidade do compasso; 2018. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Centro de Ciências Naturais e Exatas; Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018.

CRESWELL, J. W. Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens. 3ª edição. Porto Alegre. Penso, 2014. DEPIZOLI, A. D.; **Matemática e Música e o Ensino de Funções Trigonométricas.** 2015. 88 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

DEPIZOLE, C. A. **Matemática e Música e o ensino de funções trigonométricas.** 2015. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica do Paraná. Curitiba, 2015.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUINNESS, *I.* G.; História Mathematica. Artigo. 0038. **Numbers, Magnitudes, Ratios, and Proportions in Euclid's Elements:** How Did He Handle Them? Middlesex University, Enfield, Middlesex EN3 4SF, England, 1996.

LANGE, C. H. **Música e Matemática:** Possibilidades no Ensino Médio. 2019. 162 f.Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática – Programa de pós – Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2019.

LEMOS, N.B. **O Pensamento Matemático da Criança e as Explicações Sobre Divisão Rítmica Musical.** 2018. Monografia (Especialização em Ciências e Tecnologias na Educação), Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense, Pelotas – RS. 20p.

MATTOS, G.; **Dicionário Júnior da língua Portuguesa.** Ed. 4. FTD. São Paulo, 2011.
Minidicionário Gama Kury da Língua Portuguesa. São Paulo: FTD, 2002
Notação Musical. In: WKIPÉDIA: a eciclopédia livre. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Nota%C3%A7%C3%A3o_musical#:~:text=Grande%20parte%20do%20desenvolvimento%20da,acordo%20com%20a%20nota%20desejada). Acesso em: 02 nov de 2022.

O QUE É INTERVALO MUSICAL. **Musicdot,** 2019. Disponível em: www.musicdot.com.br/artigos/o-que-e-compasso-musica. Acesso em: 17 mai. 2022.

PIANO SUITE MUSIC. **The second waltz, op. 99** (Jazz Suite Nº. 2 Waltz Nº. 2), Dmitri Shostakovich. YouTube, 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YDVwdXF-Q0g. Acesso em 10 mar. 2022.

POSSIBILIDADES DE ENSINO DE MATEMÁTICA COM MÚSICA NO ENSINO FUNDAMENTAL. In: Encontro Nacional De Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo - SP. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo - SP: Universidade Cruzeiro do Sul, Campus Anália Franco, 2016. P.1-8.

SANTOS-LUIZ, C. dos; MÓNICO, L.; CAMPELOS, S.; SILVA, C. F. da; **Matemática e Música:** Sistematização de analogias entre matemáticos e musicais. Revista Portuguesa de Educação, vol. 28, núm. 2, 2015, pp. 271-293 Universidade do Minho Braga, Portugal.

SOUZA, M. de N. V. de; **A Evolução da notação musical do ocidente na história do livro até a invenção da imprensa.** Dissertação para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências Documentais; Covilhã, junho de 2012.

UNIDADE DE TEMPO E DE COMPASSO. **Livresaber**. Disponível em: www.livresaber.sead.ufscar.br. Acesso em: 17 maio de 2022.
WISNIK, José Miguel. **O som e o sentido**. Uma história das músicas. 2 ed. São Paulo. Schwarcz LTDA. 2002.

14. APÊNDICE 1

Cronograma enviado para o Instituto Estadual de Educação Assis Brasil.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (MESTRADO) EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGEMAT

FRAÇÕES MUSICAIS: uma proposta para o Ensino Fundamental

- **Mestrando:** Norberto Barros Lemos
- **Auxiliares de oficina:** Amábile Nunes Lemos, Luiza Carolina Fuhrmann da Silva;
- **Orientadora:** Drª Circe Mary Silva da Silva Dynnikov;
- **Projeto de Pesquisa:** Frações Musicais: uma proposta para o Ensino Fundamental;
- **Proposta:** Pesquisa de Mestrado, oficinas didáticas;
- **Linha de Pesquisa:** Linha 03: Processos de Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática;
- **Universidade:** Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT) – Instituto de Física e Matemática – Universidade Federal de Pelotas (UFPel);
- **Local da pesquisa:** Instituto Estadual de Educação Assis Brasil
- **Público alvo:** Curso normal - Aproveitamento de estudos.
- **Carga horária:** Aproximadamente 10 horas de oficinas.

CRONOGRAMA

- **27 de junho de 2022:** Abertura. Apresentação das oficinas. (um período de 45min)
- **04 de julho de 2022:** Primeira oficina (dois períodos de 45min);
- **11 de julho de 2022:** Revisão de conceitos de números naturais, de números inteiros e de números racionais (dois períodos de 45min);
- **01 de agosto de 2022:** continuação da primeira oficina (dois períodos de 45min);
- **08 de agosto de 2022:** Segunda oficina (dois períodos de 45min);
- **15 de agosto de 2022:** Terceira oficina (dois períodos de 45min);

14.1 APÊNDICE 2 –Termo de consentimento de livre esclarecimento (TCLE)‖

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Projeto de Pesquisa: Frações Musicais: uma proposta para o Ensino Fundamental

Instituição realizadora da Pesquisa: Instituto de Física e Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Pesquisador responsável: Norberto Barros Lemos

Objetivos: Verificar a possibilidade de trabalhar conceitos de divisão rítmica musical como ferramenta no ensino de frações no Ensino Fundamental a partir da manifestação das participantes das oficinas com atividades que relacionam conceitos matemáticos e musicais.

Procedimentos a serem utilizados:

A pesquisa será produzida a partir de dados coletados junto aos alunos(as) do curso Normal do Primeiro e Segundo ano do Instituto Estadual de Educação Assis Brasil. Os sujeitos participarão de oficinas pedagógicas onde as mesmas serão gravadas em videoclipes e os(as) alunos(as) realizarão atividades relacionando conceitos de Matemática e conceitos de teoria musical.

Os dados coletados serão utilizados para tabulação e posterior análise. Há o comprometimento do pesquisador em não divulgar os nomes dos sujeitos dessa pesquisa e nem mesmo informações que possam vir a expô-los, garantindo o sigilo e privacidade absoluto de seu anonimato.

Além disso, o sujeito da pesquisa terá os esclarecimentos desejados e a assistência adequada, se necessária, antes e durante a realização da pesquisa.

Desde já agradeço sua colaboração e atenção frente a pesquisa aqui apresentada.

Pelotas, ___de _____ de 2022.

_____

Assinatura do sujeito da pesquisa

_____

Assinatura do Pesquisador