

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Programa de Pós-Graduação em Meteorologia**



Dissertação

**Análise harmônica dos totais de chuvas mensais  
de regiões homogêneas do Estado do Rio  
Grande do Sul**

Daniel Souza Cardoso

PELOTAS, 2010

Daniel Souza Cardoso

**Análise harmônica dos totais de chuvas mensais de regiões  
homogêneas do Estado do Rio Grande do Sul**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Pelotas, sob orientação do Prof. Dr. Gilberto Barbosa Diniz e co-orientação do Prof. Dr. João Baptista da Silva, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Meteorologia, para obtenção do título de Mestre em Meteorologia.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Barbosa Diniz  
Co-Orientador: Prof. Dr. João Baptista da Silva

PELOTAS, 2010

Dados de catalogação na fonte:  
Ubirajara Buddin Cruz – CRB-10/901  
Biblioteca de Ciência & Tecnologia - UFPel

C268a

Cardoso, Daniel Souza

Análise harmônica dos totais de chuvas mensais de regiões homogêneas do Estado do Rio Grande do Sul / Daniel Souza Cardoso ; orientador Gilberto Barbosa Diniz ; co-orientador João Baptista da Silva. – Pelotas, 2010. – 116f. – Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Meteorologia. Faculdade de Meteorologia. Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2010.

1.Meteorologia. 2.Climatologia. 3.Análise harmônica.  
4.Precipitação pluvial. 5.Normalidade. 6.Homogeneidade de varâncias. 7.Estançonalidade. I.Diniz, Gilberto Barbosa.  
II.Silva, João Barbosa da. III.Título

CDD:

551.577

**Banca examinadora:**

Prof. Dr. Gilberto Barbosa Diniz (Orientador)

Prof. Dr. André Becker Nunes

Prof. Dr. Rudi Gaelzer (Convidado Externo)

Prof. Dr. João Baptista da Silva (Co-Orientador)

## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa, Thel, pela compreensão, paciência e motivação.

Aos meus pais, Ilza e Wanderlen, e família pela compreensão de tantas vezes que não me fiz presente.

Aos meus sogros, Jorge e Sonia, pela compreensão e paciência.

Aos amigos, pela amizade e companheirismo.

Ao Prof. Dr. Gilberto Barbosa Diniz, por me conduzir ao longo deste estudo, de forma a estar sempre presente, seja como orientador e/ou como amigo.

Ao Prof. Dr. João Baptista da Silva, pela dedicação e compreensão ao longo deste trabalho, por sua amizade e seus ensinamentos.

Ao Prof. Dr. Francisco Fonseca, pela amizade e ensinamentos, os quais são marcantes em minha formação.

Aos professores e colegas do programa de pós-graduação.

Aos colegas e amigos do CLMD, pela compreensão e apoio.

## RESUMO

CARDOSO, Daniel Souza. **Análise harmônica dos totais de chuvas mensais de regiões homogêneas do Estado do Rio Grande do Sul.** 2010, 116 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Meteorologia. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.

Considerando que o Estado do Rio Grande do Sul (RS), possui uma economia diretamente dependente dos setores pecuário e agrícola, que em diferentes estudos são apontados como dependentes da variabilidade de alguns elementos climatológicos, e que no RS o elemento hídrico é considerado como fundamental. Realizou-se um estudo dos totais mensais de chuva ao longo de 60 anos (1948/2007), coletados de 31 estações meteorológicas (EMs) bem distribuídas, geograficamente, no Estado. Com o interesse de contribuir para a sociedade local, na previsão de possíveis racionamentos, e/ou na elaboração de políticas públicas para o uso dos recursos hídricos, nas áreas urbana e rural.

Com o objetivo de obter um modelo, que possa apresentar uma aproximação do comportamento da precipitação pluvial média de cada uma das seis regiões homogêneas, já definidas na literatura (Marques, 2005), realizou-se uma análise harmônica dos dados previamente ajustados à meses de 30 dias. Antes da análise foram verificadas as propriedades de normalidade, homogeneidade de variâncias e estacionariedade. Os dados submetidos aos testes de normalidade, e de homogeneidade de variâncias, não obtiveram aprovação satisfatória nestes testes e, daí, realizou-se uma transformação de dados, gerando novos conjuntos de dados, que satisfizeram as condições de homogeneidade de variâncias e normalidade. O aumento relativo da tendência ao longo de 60 anos, variou de 2,7 a 13,3% nas seis regiões homogêneas.

Através da análise harmônica obteve-se modelos que representam adequadamente o comportamento da precipitação pluvial média para as seis regiões homogêneas do RS, constituídos por 3 ou 4 ondas senoidais, apresentando uma representatividade de 81 a 95% da variabilidade dos dados. Foi possível constatar que alguns harmônicos destacaram-se por apresentar maior representatividade da variabilidade dos dados observados, sendo que o harmônico semestral destacou-se em 50% dos modelos, e que os harmônicos quadrimestral e anual destacaram-se em 33,33% e 16,66% destes, respectivamente. Os modelos foram testados para previsão, compreendida no intervalo de 2003/2007, evoluindo no tempo de acordo com a tendência das séries temporais de cada região, sendo validados na análise residual pela autocorrelação dos resíduos. Mostrando-se como adequados para previsão de valores futuros.

Palavras – Chave: Climatologia. Precipitação Pluvial. Normalidade. Homogeneidade de Variâncias. Estacionariedade. Análise Harmônica. Previsão.

## ABSTRACT

CARDOSO, Daniel Souza. **Harmonic analysis of the total rainfall monthly of homogeneous regions of the state of Rio Grande do Sul.** 2010, 116 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Meteorologia. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.

Whereas the State of Rio Grande do Sul (RS), have an economy directly dependent on agriculture and livestock sectors, which in different studies are reported as dependent on the variability of certain climatological elements, and the RS element water is regarded as fundamental. We conducted a study of the monthly total rainfall, to long 60 years (1948/2007), collected from 31 meteorological stations (EMs) and distributed geographically in the state. In the interest of contributing to the local society to predict possible shortages, and / or development of public policies for the use of water resources in urban and rural areas.

In order to obtain a model that can provide an approximation of the behavior of the average rainfall for each of the six homogeneous regions, as defined in the literature (Marques, 2005), held has an harmonic analysis of the data previously adjusted to 30-day months. Before the analysis, the properties were checked for normality, homogeneity of variance and stationarity. The data tested for normality and homogeneity of variances, have not passed satisfactory in these tests and, hence, there was a transformation of data, generating new data sets that met the conditions of homogeneity of variance and normality. The relative increase in the trend, to long 60 years, ranged from 2,7 to 13,3% in the six homogeneous regions.

Through harmonic analysis was obtained models that adequately represent the behavior of the average rainfall for the six homogeneous regions of RS, consisting of 3 or 4 sine waves, with one representation from 81 to 95% of the variability of the data. It was possible to find that some harmonics stood out, by have higher representation of the variability of the observed data, and the harmonic half stood out, in 50% of the models, and the harmonics quarterly and annual stood out, in 33,33% and 16,66% of, respectively. The models were tested to forecast, within the interval of 2003/2007, evolving in time according to the trend of time series of each region, being validated in residual analysis, by of residuals autocorrelation . Showing up as appropriate for forecast of future values.

**Key words:** Climatology. Rainfall. Normality. Homogeneity of Variances. Stationarity. Harmonic Analysis. Forecast.

## **LISTA DE FIGURAS**

	Página
Figura (2.2.3 – 01) - Curva normal, característica de uma distribuição normal .....	11
Figura (2.3.3 – 01) – Regiões homogêneas .....	37
Figura (3.1.1 - 01) – Diagrama Climático da estação meteorológica de Caçapava do Sul .....	43
Figura (3.1.1 - 02) – Diagrama Climático da estação meteorológica de P. das Missões. ....	44
Figura (3.1.1 - 03) – Diagrama Climático da estação meteorológica de Santo Ângelo .....	44
Figura ( 4.1 – 01 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do Grupo 01, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	53
Figura ( 4.1 – 02 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 02, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	54
Figura ( 4.1 – 03 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 03, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	55
Figura ( 4.1 – 04 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 04, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	56
Figura ( 4.1 – 05 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 05, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	58
Figura ( 4.1 – 06 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 06, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos. ....	58
Figura ( 4.1 – 07 ) – Comparação das médias mensais dos 6 grupos, sendo que as séries 1, 2, 3, 4, 5 e 6 correspondem as Médias mensais dos Grupos 01, 02, 03, 04, 05 e 06, respectivamente. ....	59
Figura (4.3 – 01) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 01, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	67

Figura (4.3 – 02) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 02, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	68
Figura (4.3 – 03) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 02, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	69
Figura (4.3 – 04) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 03, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	69
Figura (4.3 – 05) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	70
Figura (4.3 – 06) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 05, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	70
Figura (4.3 – 07) – Gráfico de dispersão dos dados do Grupo 06, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	71
Figura (4.3 – 08) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	71
Figura (4.3 – 09) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 05, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	72
Figura (4.3 – 10) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 06, em relação ao número de dados ordenados no tempo.....	72
Figura ( 4.4 – 01) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 01, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.1 – 07). .....	74
Figura ( 4.4 – 02) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 02, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.2 – 06). .....	76
Figura ( 4.4 – 03) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 03, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.3 – 04). .....	77
Figura ( 4.4 – 04) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 04, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.4 – 05). .....	79
Figura ( 4.4 – 05) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 05, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.5 – 04). .....	80

Figura ( 4.4 – 06) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 06, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.5 – 04) .....	81
Figura (4.5 – 01) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 01 .....	85
Figura (4.5 – 02) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 01 .....	85
Figura (4.5 – 03) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 02 .....	86
Figura (4.5 – 04) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 02 .....	87
Figura (4.5 – 05) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 03 .....	87
Figura (4.5 – 06) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 03 .....	88
Figura (4.5 – 07) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 04 .....	88
Figura (4.5 – 08) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 04 .....	89
Figura (4.5 – 09) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 05 .....	89
Figura (4.5 – 10) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 05 .....	90
Figura (4.5 – 11) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 06 .....	90
Figura (4.5 – 12) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 06 .....	91

## LISTA DE TABELAS

	Páginas
Tabela (2.2.3 – 01) – A tabela (Shapiro and Wilk, 1965) abaixo, apresenta os valores dos coeficientes $\{a_{n-i+1}\}$ para um amostral de tamanho n =2(1)50.....	17
Tabela (2.2.3 – 02) – Valores da estatística de Cochran à significância de 1%.....	19
Tabela (2.2.3 – 03) – Valores da estatística de Cochran para a significância de 5%. .....	21
Tabela (3.1 – 01) – Localização das EM(s), fonte e período da coleta de dados....	42
Tabela (3.2.1 – 01) – As EM(s) constituintes de cada grupo.....	47
Tabela ( 4.1 – 01 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 01, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	52
Tabela ( 4.1 – 02 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 02, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	54
Tabela ( 4.1 – 03 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 03, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	55
Tabela ( 4.1 – 04 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 04, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	56
Tabela ( 4.1 – 05 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 05, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	57
Tabela ( 4.1 – 06 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 06, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.....	57
Tabela (4.1.1 – 01) – Os valores das potências necessárias para a transformação dos dados, das equações de regressão linear para os extremos da reta, das variáveis originais associadas aos extremos através das respectivas equações de regressão linear, e dos aumentos relativo e mensal são apresentados para os (as) 6 grupos (regiões homogêneas).....	61
Tabela ( 4.2 – 01 ) – Resultado dos testes para o grupo 01. ....	62
Tabela ( 4.2 – 02 ) – Resultado dos testes para o grupo 02. ....	63
Tabela ( 4.2 – 03 ) – Resultado dos testes para o grupo 03. ....	63
Tabela ( 4.2 – 04 ) – Resultado dos testes para o grupo 04. ....	63
Tabela ( 4.2 – 05 ) – Resultado dos testes para o grupo 05. ....	64
Tabela ( 4.2 – 06 ) – Resultado dos testes para o grupo 06. ....	64

Tabela ( 4.2 – 07 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 01.....	65
Tabela ( 4.2 – 08 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 02.....	65
Tabela ( 4.2 – 09 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 03.....	65
Tabela ( 4.2 – 10 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 04.....	66
Tabela ( 4.2 – 11 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 05.....	66
Tabela ( 4.2 – 12 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 06.....	66
Tabela ( 5 – 01 ) - Freqüência de ocorrência de ondas senoidais (harmônicos periódicos), que apresentaram maior importância para os seis modelos, as ondas grifados em vermelho, são as que se destacaram em cada modelo, as grifadas em verde, não participaram dos modelos.....	82
Tabela (01) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 01.....	102
Tabela (02) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 02.....	103
Tabela (03) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 03.....	105
Tabela (04) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 04.....	106
Tabela (05) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 05.....	108
Tabela (06) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 06.....	109
Tabela (07) – Autocorrelação dos resíduos dos grupos.....	111
Tabela (08) – Previsão dos modelos para 20 anos,.....	112

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

8º Distrito de Meteorologia, Porto Alegre – 8º DISME

Abril = abr.

Agosto = ago.

Análise de Agrupamento – AA

Análise Harmônica – AH

Análise Multivariada – AM

Ciclo trigonométrico – CT

Coeficiente de parecença – CP

Dezembro = dez.

Elemento Climatológico – EC

El Niño Oscilação Sul – ENOS

Estação(s) Meteorológica(s) – EM(s)

Fevereiro = fev.

Fundação Estadual de Pesquisas Agropecuárias – FEPAGRO

Instituto Nacional de Meteorologia – INMET

Janeiro = jan.

Julho = jul.

Junho = jun.

Maio = maio

Março = mar.

Medida de dissimilaridade – Dis

Medida de similaridade – Sim

Método de ligação completa – MLC

Método de ligação simples – MLS

Milímetro – mm

Novembro = Nov.

Outubro = out.

Paraná – PR

Produto interno bruto – PIB

Região homogênea – RH

Rio Grande do Sul – RS

Temperatura na superfície do mar – TSM

Setembro = set.

Temperatura da superfície do mar – TSM

Walter e Lieth (1967) – WL

## LISTA DE SÍMBOLOS

- Aleatoriedade –  $A_N$   
Aumento mensal –  $A_m$   
Aumento relativo –  $A_R$   
Autocorrelação dos resíduos –  $r_k$   
Coeficiente da função ímpar, do n-ésimo harmônico –  $b_n$   
Coeficiente da função par, do harmônico para  $n = 0$  –  $a_0$   
Coeficiente da função par, do n-ésimo harmônico –  $a_n$   
Coeficiente de determinação –  $R_n^2$   
Coeficiente de parecença –  $S_{G_i G_j}$   
Componente i da estimativa de X –  $E(X)_i$   
Desvio padrão -  $\sigma$   
Desvio padrão de  $r_k$  –  $\sigma(r_k)$   
Distância entre os grupos –  $d_{G_i G_j}$   
Distância euclidiana –  $d_{ij}$   
Estatística de Shapiro-Wilk –  $W$   
Estimativa da n-ésima variável –  $Y_n$   
Estimativa da série temporal –  $X_N(t)$   
Estimativa da variável em função do tempo –  $Y_t$   
Estimativa do n-ésimo harmônico –  $Y_t^n$   
Frequência angular do n-ésimo harmônico –  $\omega_n$   
Função de agrupamento –  $W$   
Matriz de n linhas e p colunas –  $X_{n \times p}$   
Matriz do p-ésimo grupo –  $(Grupo)_p$   
Matriz transformada –  $Z_{n \times p}$   
Matriz transposta –  $V^T$   
Média –  $\mu$

- Média aritmética dos dados –  $\bar{Y}$
- Número de passos a frente – h
- p-ésima estação do grupo –  $N_p$
- Precipitação pluvial média do mês i –  $P_i$
- Precipitação pluvial média mensal (média climatológica) –  $P_a$
- Quadrado da amplitude da n-ésimo onda senoidal –  $p_n^2$
- Sazonalidade –  $S_N$
- Tempo – t
- Tendência –  $T_N$
- Teste de Cochran calculado –  $C_{calc.}$
- Valor dos escores dos componentes principais – z
- Valor relativo da precipitação pluvial média mensal –  $\bar{P}_{ri}$
- Variância amostral do i-ésimo conjunto de dados –  $S_i^2$
- Variância populacional –  $\sigma^2$
- Variável padronizada – Y
- Vetor médio –  $\bar{X}_g$

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
2	Revisão bibliográfica.....	3
2.1	O Elemento Climatológico .....	3
2.2	Fundamentação teórica.....	4
2.2.1	Representação matricial .....	5
2.2.2	Análise de Agrupamento (AA) .....	5
2.2.2.1	Classificação geral das técnicas de análise de agrupamento .....	6
2.2.2.2	Função de agrupamento.....	7
2.2.2.3	Métodos de agrupamento .....	7
2.2.3	Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias .....	10
2.2.3.1	Teste $W$ de Shapiro - Wilk para a normalidade .....	14
2.2.3.2	Teste de Cochran para a homogeneidade .....	19
2.2.4	Componentes de uma série Temporal.....	24
2.2.5	Análise Harmônica (AH) .....	26
2.2.5.1	Funções periódicas.....	26
2.2.5.2	Série de Fourier .....	27
2.2.5.3	Funções Periódicas com período arbitrário .....	29
2.2.5.4	Algumas propriedades da série de Fourier .....	30
2.2.6	Representatividade das ondas senoidais .....	31
2.2.7	Verificação dos modelos para previsão .....	32
2.2.7.1	Autocorrelação dos Resíduos.....	32
2.2.8	Estacionariedade .....	33
2.3	Algumas aplicações dos métodos da seção 2.2 .....	34
2.3.1	Relações entre a precipitação pluviométrica e a Economia no Rio Grande do Sul.....	34
2.3.1.1	Efeitos da estiagem na Economia do Rio Grande do Sul: uma abordagem multisectorial.....	34
2.3.1.2	Relação entre rendimento de milho e variáveis hídricas .....	35

2.3.1.3	Distribuição hídrica no período crítico do milho e produção de grãos.	35
2.3.2	Características dos totais de chuvas no estado do RS.....	36
2.3.3	As regiões homogêneas conhecidas no estado do RS .....	37
2.3.4	Análise Harmônica em dados de precipitação pluviométrica.....	39
2.3.4.1	Análise Harmônica aplicada a dados de precipitação pluviométrica...	39
2.3.4.2	ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS CHUVAS ANUAIS EM PELOTAS, RS .	40
2.3.4.3	Aplicação da Análise Harmônica na Caracterização Pluviométrica da Vertente Atlântica Sergipana como Critério de Decisão Agrícola .....	40
2.3.4.4	Análise harmônica do regime de precipitação em duas localidades da baixada cuiabana.....	41
3	Material e Métodos .....	41
3.1	Definição do espaço observacional e período de estudos .....	41
3.1.1	Organização dos dados .....	43
3.1.2	Redução à meses de 30 dias .....	44
3.2	Metodologia.....	45
3.2.1	Análise de Agrupamento (AA) .....	47
3.2.2	Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias .....	48
3.2.3	Análise Harmônica (AH) .....	48
3.2.4	Representatividade das ondas senoidais .....	50
3.2.5	Previsão.....	50
4	Resultados e Discussão .....	51
4.1	Climatologia das Regiões homogêneas .....	51
4.1.1	Tendência Linear dos dados .....	60
4.2	Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias.....	62
4.3	Estacionariedade .....	67
4.3.1	Grupo 01.....	67
4.3.2	Grupo 02.....	68
4.3.3	Grupo 03.....	69
4.3.4	Grupos 04, 05 e 06 .....	70
4.4	Análise Harmônica .....	73

4.4.1	Grupo 01.....	73
4.4.2	Grupo 02.....	75
4.4.3	Grupo 03.....	77
4.4.4	Grupo 04.....	78
4.4.5	Grupo 05.....	79
4.4.6	Grupo 06.....	80
4.5	Previsão .....	83
4.5.1	Verificação dos modelos para previsão .....	84
4.5.1.1	Autocorrelação dos resíduos .....	84
4.5.2	Previsão para o grupo 01 .....	84
4.5.2.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 01 .....	85
4.5.3	Previsão para o grupo 02 .....	86
4.5.3.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 02 .....	87
4.5.4	Previsão para o grupo 03 .....	87
4.5.4.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 03 .....	88
4.5.5	Previsão para o grupo 04 .....	88
4.5.5.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 04 .....	89
4.5.6	Previsão para o grupo 05 .....	89
4.5.6.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 05 .....	90
4.5.7	Previsão para o grupo 06 .....	90
4.5.7.1	Autocorrelação dos resíduos do grupo 06 .....	91
4.5.8.8	Previsão em longo prazo .....	92
5	Conclusão.....	93
	Referencias bibliográficas .....	94
	Apêndices.....	101
	Apêndice A – Tabelas dos valores dos dados e modelos da série de 60 meses ....	102
	Apêndice B – Tabelas das Autocorrelações dos resíduos .....	111
	Apêndice C – Previsão para 20 anos .....	112

## **1 Introdução**

O Estado do Rio Grande do Sul (RS), Brasil, tem a agricultura e a pecuária como bases econômicas pois, segundo Fochezato e Grando (2009), um terço do Produto Interno Bruto (PIB) gaúcho é representado pelo setor agropecuário, os quais ressaltam o impacto da ocorrência de estiagens sobre estes dois setores econômicos, observando a queda do setor agropecuário devido a estiagem de 2007/2008, aponta que a ausência de estiagem em 2008 teria como efeito um crescimento de 2,1 pontos percentuais do PIB. A agricultura, especificamente, é prejudicada, uma vez que o período do ano em que as estiagens apresentam maior freqüência, coincide com a fase de desenvolvimento das culturas de verão, sendo que 60% da produção destas se deve às culturas de soja, fumo, feijão e do milho que, segundo Bergamashi et al. (2004), tende a apresentar sua máxima produtividade para o período de maior disponibilidade de radiação solar, desde que não exista déficit hídrico, permitindo a máxima fotossíntese possível, relatando que quando o florescimento ocorre próximo ao Solstício de verão, a cultura de milho necessita de aproximadamente 7mm de água por dia.

A agricultura no Brasil, apresenta variações de sua produção, em relação a variação de determinados elementos meteorológicos, sendo que no RS o elemento hídrico apresenta efeitos mais significativos, de acordo com Matzenauer et al. 1995, o qual constata que as variáveis hídricas são estimadoras do rendimento de grãos da cultura do milho.

Podemos representar o suporte hídrico do RS em termos de um certo saldo de água doce na região, que deve depender essencialmente de um balanço entre os fluxos e influxos de água marinha em suas bacias, do volume médio de seus rios, do volume médio de água removida pela evaporação e do volume médio de água adicionada pela precipitação, em que é possível constatar que para um saldo negativo de água doce para dada região, haverá consequências a exemplo da flutuação de salinidade do respectivo solo, sendo que a parcela precipitada é

fundamental, pois representa uma quantidade de reposição para o sistema. Portanto, conhecer o comportamento médio da precipitação pluvial ao longo de dadas estações do ano e suas respectivas tendências é de interesse para a economia local.

Em Climatologia, o estudo do comportamento da precipitação pluvial ao longo do tempo em dadas regiões é de fundamental importância (BAPTISTA DA SILVA; CUNHA; GAVIÃO NETO, 2001), seja para contribuir com as previsões orçamentárias da agricultura local, bem como com a utilização dos recursos hídricos de forma sustentável, ao qual apresenta-se ao longo das últimas décadas, necessário em todo o globo, seja pela demanda exigida por um crescimento vegetativo desordenado, bem como pelas flora e fauna.

Assim, entende-se neste trabalho que a média de precipitação para dadas estações do ano no RS proporcionam informações importantes para a sociedade local, sejam estas para a educação na utilização dos recursos hídricos, bem como para políticas preventivas às áreas rural e urbana, seja em termos de racionamentos, se necessário, e/ou do planejamento agrícola e pecuário.

Este trabalho tem como objetivos a análise climatológica e a modelagem dos totais de chuvas mensais, de regiões homogêneas constituídas a partir dos dados de 31 estações meteorológicas, distribuídas ao longo do Estado do RS. Adota-se a técnica de análise harmônica que, segundo Amaral (1968), é o método mais bem sistematizado quando o período fundamental é conhecido.

Verificar-se-á, também, se os modelos propostos são adequados para a previsão de valores futuros.

## **2 Revisão bibliográfica**

O clima é o fator determinante para definir as características de uma dada Região (PITTOCK, 2005), variando de uma Região para outra, a exemplo da paisagem, plantas e animais, sendo estes determinados por um Clima estabelecido num longo intervalo de tempo. Segundo o autor, os elementos climatológicos são frequentemente expressos estatisticamente em termos de suas médias durante um certo intervalo de tempo, em que a variabilidade climática é definida em intervalos de tempo da ordem de anos ou décadas, sendo a mudança climática definida pela mudança no comportamento do clima num intervalo de tempo da ordem de séculos.

A combinação de algumas grandezas, denominadas elementos climatológicos, influenciam as características atmosféricas de uma dada região. De acordo com Diniz, Fonseca e Campelo Jr. (2008), o estado de combinação destes elementos define as condições do tempo, estas condições são denominadas de tempo meteorológico. O tempo meteorológico varia num curto intervalo de tempo, da ordem de um dia, em que, de acordo com o autor, entre os elementos climatológicos destaca-se a chuva, por sua importância nos processos de crescimento e fotossíntese que são fundamentais para a vegetação, sendo assim, um regulador na produção agrícola.

Portanto, neste trabalho, realiza-se um estudo deste elemento climatológico (seção 2.1), por meio de uma Análise Estatística através dos métodos descritos nos itens que seguem a partir da seção 2.2.

### **2.1 O Elemento Climatológico**

O elemento climatológico (EC), estudado neste trabalho é a precipitação pluviométrica, que segundo Varejão (2006), a palavra pluviometria deriva do latim, pluvia, que significa chuva, em que esta define a quantificação das precipitações.

A quantidade de precipitação é determinada em termos da espessura da camada d'água que se forma sobre uma superfície horizontal, plana e impermeável, com 1m<sup>2</sup> de área. A unidade adotada é o milímetro, que corresponde à queda de um

litro de água por metro quadrado da projeção da superfície terrestre, descrevendo por análise dimensional

$$1 \text{ litro/m}^2 = 1 \text{ dcm}^3/100\text{dcm}^2 = 0,1\text{cm} = 1\text{mm}$$

Os instrumentos de coleta, chamados de pluviômetros, apresentam leitura direta para quantificar a precipitação, podendo ainda caracterizá-las por sua duração, durante um certo intervalo de tempo, e/ou por sua intensidade, ou seja, quantidade de água precipitada por unidade de tempo (mm/h).

## 2.2 Fundamentação teórica

Em estudos recentes, Marques (2005) constatou que a precipitação pluvial apresenta uma variabilidade espacial significativa no Estado do RS, ao observar que existe um grande gradiente de precipitação pluvial na direção meridional. Portanto, neste estudo quer-se obter um modelo teórico que descreva o comportamento da precipitação pluvial média mensal, respeitando a variabilidade espacial do EC estudado.

Com isto, o uso de técnicas que permitem agrupar variáveis que apresentam um comportamento similar, para delimitar Regiões espaciais que distinguem-se pela dissimilaridade de suas variáveis constituintes, como realizado por Marques (2005), são importantes ao passo que as influências da variabilidade dos dados de uma ou mais Regiões sobre a(s) outra(s), podem ser desprezadas em nossas observações. Assim, realiza-se um estudo destas técnicas, de forma generalizada, observando que Marques (2005) usou um dos possíveis métodos da técnica que segue.

Segundo Diniz (2002), para obter informações acerca de um grupo de variáveis ou de um conjunto total de dados de uma região, é comum o uso de Análise Multivariada (AM), pois esta técnica possibilita:

- a) Reduzir a dimensão de uma matriz de dados, com perdas desprezíveis de informações.
- b) Investigar o comportamento espacial e temporal das variáveis.
- c) Obter grupos homogêneos das variáveis.

As várias técnicas dentro da AM apresentam métodos que partem de uma matriz de dados  $X_{n \times p}$ , em que:

- a) Para uma matriz de “n” linhas, “n” representa a n-ésima linha.

- b) Para uma matriz de “p” colunas, “p” representa a p-ésima coluna.
- c)  $X_{ij}$  representa as componentes matriciais.

Observação: “i e j pertencem ao conjunto dos inteiros”.

### 2.2.1 Representação matricial

A matriz é organizada da seguinte forma

$$X_{n \times p} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2p} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{np} \end{pmatrix} \quad (2.2.1 - 01)$$

Pode-se observar que a matriz  $X_{n \times p}$  pode ser interpretada como um ordenamento de “p” vetores colunas

$$X_p = (X_1 \quad X_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad X_p) \quad (2.2.1 - 02)$$

E de um ordenamento de “n” vetores linha

$$X_n = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix} \quad (2.2.1 - 03)$$

Tal que:  $X_{n \times p} = X_p \cdot X_n$

### 2.2.2 Análise de Agrupamento (AA)

Um método de AM que permite descrever os padrões de similaridade mútua em um conjunto de unidades, é o da análise de agrupamento (CURI, 1983). Esta técnica não pressupõe a existência de grupos, e sim obtém dois grupos de um conjunto de unidades heterogêneas.

Os grupos se distinguem pelas seguintes características:

- a) Homogeneidade interna.
- b) Heterogeneidade externa.

Considerando que um conjunto de unidades seja representado por um conjunto de classes inicialmente indefinidas e satisfazendo que indivíduos de uma mesma classe sejam similares (entre as variáveis consideradas) entre si, em que essas classes de indivíduos representam os agrupamentos (EVERITT, 1974).

#### **2.2.2.1 Classificação geral das técnicas de análise de agrupamento**

As técnicas de AA podem ser classificadas como segue

- a) Técnicas não hierárquicas

A partir de um número de classes pré – fixadas, determina-se uma partição.

- b) Técnicas hierárquicas

O processo que caracteriza esta técnica, é que a união de dois ou mais grupos numa certa etapa, produz um dos agrupamentos da etapa posterior, caracterizando um processo hierárquico.

A partir de um número de classes não fixadas e progressivo, pode-se produzir uma seqüência de partições. As técnicas hierárquicas podem ser divididas em dois tipos:

- b.1) Aglomerativas

Esta técnica consiste em considerar que um conjunto de dados seja representado por um conjunto de grupos individuais, sendo cada grupo constituído por um único elemento do conjunto de dados, em que os fatores de similaridade permitem uma fusão deste conjunto de grupos resultando num único grupo.

Assim, a partir das fusões sucessivas dos “n” grupos individuais formam-se n-1, n-2,..., n-(n-1) grupos.

- b.2) Divisivas

A partir de um único grupo, por divisões sucessivas são obtidos (n+1) grupos, sendo que “n” pertence ao conjunto dos números inteiros.

### 2.2.2.2 Função de agrupamento

O processo de hierarquização consiste em determinar a medida de similaridade (Sim) e/ou dissimilaridade (Dis) num conjunto de dados, possibilitando assim a formação de grupos constituídos de integrantes que se assemelham ou não em torno de um determinado parâmetro.

Para determinar as medidas de Sim e Dis, obtém-se uma dada função de agrupamento que mede a distância entre dois objetos (pontos, variáveis ou médias destas, associadas aos grupos ou integrantes do conjunto de dados), estabelecendo o quanto são parecidos. Esta função é conhecida também por coeficiente de parecença (CP).

O CP apresenta as seguintes operações

a) Medida de similaridade

Quanto maior o valor do CP, mais parecidos são os objetos.

b) Medida de dissimilaridade

Quanto maior o valor do CP, menos parecidos serão os objetos.

### 2.2.2.3 Métodos de agrupamento

O agrupamento de um conjunto de dados ocorre ao definir-se grupos de pontos (ou variáveis) separadas de uma distância (mútua) pequena, quando comparadas com a distância entre os grupos.

A distância euclidiana é de uso comum em AA , em que satisfaz a distância entre dois pontos ( $X_i, X_j$ ) num espaço N – dimensional, pela equação (eq.)

$$d_{ij} = \|X_i - X_j\| = \left[ \sum_{k=1}^N (X_{i,k} - X_{j,k})^2 \right]^{1/2} \quad (2.2.2.3 - 01)$$

Observação:

Um sistema de muitas variáveis pode ser constituído de grandezas físicas de distintas dimensões, o que pode comprometer a precisão do coeficiente de parecença, assim é de uso comum a padronização ou redução das variáveis.

Redução de variáveis:

Realiza-se a transformação matricial (TM)

$$X_{n \times p} \rightarrow Z_{n \times p}$$

As componentes da nova matriz [Z]

$$Z_{i,k} = \frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{S_k} \quad (2.2.2.3 - 02)$$

$$Z_{j,k} = \frac{X_{jk} - \bar{X}_k}{S_k} \quad (2.2.2.3 - 03)$$

$\bar{X}_k$  e  $S_k$  são as respectivas média e desvio padrão dos valores da k-ésima coluna.

Usando as eq. (s) (2.2.2.3 – 02,03) pode-se escrever a eq. (2.2.2.3 – 01) em termos das componentes da matriz [Z]

$$d_{ij} = \|Z_i - Z_j\| = \left[ \sum_{k=1}^N (Z_{i,k} - Z_{j,k})^2 \right]^{1/2} \quad (2.2.2.3 - 04)$$

Observando que

$$Z_{ik} - Z_{jk} = \frac{X_i - X_j}{S_k} \quad (2.2.2.3 - 05)$$

Substituindo a eq. (2.2.2.3 – 05) em (2.2.2.3 – 04), a distância euclidiana (eq. 2.2.2.3 – 01) fica expressa em função das componentes da matriz original, obtendo a média dos desvios quadráticos dos dados padronizados

$$d_{ij} = \|X_i - X_j\| = \left[ \sum_{k=1}^N \left( \frac{X_i - X_j}{S_k} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.2.2.3 - 06)$$

As metodologias de hierarquização que seguem, são as relacionadas por Wilks (1995), sendo adotadas devido serem de uso comum em AA, e utilizadas de forma majoritária na bibliografia.

a) Método de ligação simples ou vizinho mais próximo (MLS)

Satisfazendo que cada entidade do conjunto de dados seja um grupo (Método Aglomerativo), apresentando fusão de acordo com a distância entre seus vizinhos mais próximos, em que os grupos com menor distância entre si fundem-se mais rápido.

Sejam os grupos  $G_i$  e  $G_j$ , a distância entre eles

$$d_{G_i G_j} = \min . |d_{ij}| \quad (2.2.2.3 - 07)$$

Para o caso de investigar a similaridade entre os parâmetros físicos que descrevem os grupos citados acima, o coeficiente de parecença é dado por

$$S_{G_i G_j} = \max . |S_{ij}| \quad (2.2.2.3 - 08)$$

b) Método da ligação completa ou vizinho mais distante (MLC)<sup>1</sup>

Defini-se a parecença na fusão (Método Aglomerativo) dos membros mais distantes entre os grupos, em que pode-se escrever a distância entre os vizinhos mais distantes por

$$d_{G_i G_j} = \max . |d_{ij}| \quad (2.2.2.3 - 09)$$

Na definição de similaridade

$$S_{G_i G_j} = \min . |S_{ij}| \quad (2.2.2.3 - 10)$$

c) Método da centróide

Neste método, o grupo formado por dois membros de um conjunto de dados num processo de fusão (MLS), é representado pelas coordenadas de seu centro, seja por um ponto (centro geométrico) ou a média (ponderada) dos valores associados aos membros.

c.1) A distância entre os grupos “i” e “j” é dada por

$$d_{G_i G_j} = \| \bar{X}_{G_i} - \bar{X}_{G_j} \| \quad (2.2.2.3 - 11)$$

c.1.1) Sendo os vetores médios

$$\bar{X}_g = \frac{1}{n_g} [X_g]^T \quad (2.2.2.3 - 12)$$

d) Método de Ward

Segundo Everitt (1974), Ward (1963) propôs que em qualquer estágio de uma análise, a perda de informação que resulta do agrupamento de indivíduos pode ser medida pela soma total do quadrado dos desvios de todos os pontos da união de

<sup>1</sup> Observação: as eq.(s) (2.2.2.3 – 07, 08) e (2.2.2.3 – 09, 10) referem-se aos mesmos parâmetros, porém alternam-se entre os máximos e mínimos dos mesmos.

todos os possíveis pares de grupos considerados. E os dois grupos cuja fusão resulte no mínimo incremento da inércia do conjunto, são combinados.

O agrupamento é dado pela equação<sup>2</sup>

$$W = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (2.2.2.3 - 13)$$

Este método é baseado na redução da informação, dada a inclusão de um conjunto de objetos em um grupo. Esta redução de informação é determinada pela soma total do quadrado do erro de cada objeto, em função da média do grupo que este, supostamente, pertence. Esta regra de inclusão envolve todos os pares possíveis, sendo definidos como pertencente a um dado grupo o objeto que contribua o mínimo com o aumento da soma do quadrado do erro (Mourão, 2005).

#### e) Dendrograma

Os métodos hierárquicos aglomerativos representam o resultado final de sua análise, num formato gráfico denominado de dendrograma, composto por linhas ligadas segundo os níveis de similaridade que agrupam pares de espécies ou de variáveis. O gráfico é uma simplificação em duas dimensões de uma relação multidimensional.

Segundo Diniz (2002), existem dois métodos de determinação do número de grupos a ser obtido e dos indivíduos que os constituem: um método objetivo e o outro subjetivo. No primeiro, a evolução da inércia em etapas sucessivas de agrupamentos, pode ser utilizada; observa-se que a inércia em algumas seqüências de agregação aumentam rapidamente indicando a partir daí a existência de um número de grupos a ser obtido. Entretanto, nem sempre essa transição está bem definida, nesse caso algum critério subjetivo deve ser adotado. Sugere-se um corte transversal no dendrograma determinando, através da necessidade e dados agrupados, um número de grupos a ser obtido.

### 2.2.3 Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias

Jenkins (1979), citado por Baptista da Silva, Cunha e Gavião Neto (2001), ressalta que para a análise em séries temporais (técnicas estatísticas) num conjunto

---

<sup>2</sup> W – é a função de agrupamento.

de dados, é importante verificar nestes, a normalidade e a homogeneidade das variâncias.

Amaral (1968), ao realizar um estudo por meio de análise harmônica sobre as precipitações mensais em Morro Velho (Minas Gerais), num intervalo de 1855 à 1951, observa que a falta de normalidade da distribuição resultava em precipitações negativas em Junho e Julho, o que aponta como um absurdo. O autor salienta que as precipitações mensais e, de modo mais geral, as precipitações em períodos curtos, não se distribuem normalmente, exigindo-se uma prévia transformação dos dados, que normalize a distribuição e homogeneidade de variâncias, antes de submetê-los a Análise Harmônica, bem como já observado por Bliss (1958).

A Distribuição Normal, é um dos mais importantes exemplos de distribuição continua de probabilidade, de acordo com Spiegel (1978), por vezes chamada de distribuição de Gauss ou gaussiana, desta derivam todos os procedimentos conhecidos como estatística paramétrica, a qual foi deduzida como uma descrição probabilística dos erros de medida.

A função de densidade para esta distribuição é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.2.3 - 01)$$

sendo  $\mu$  e  $\sigma$ , a média e o desvio padrão, respectivamente. A função de distribuição, para um contínuo é

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} dv \quad (2.2.3 - 02)$$

diz-se, que a variável aleatória “X” é distribuída normalmente com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

A distribuição normal é caracterizada pela curva normal, descrita pela função normal no gráfico abaixo

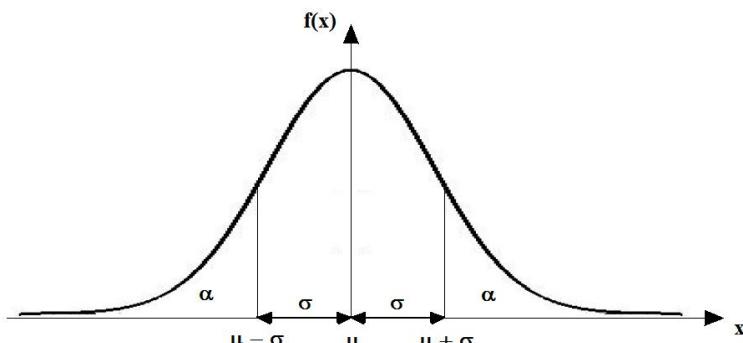


Figura (2.2.3 – 01) – Curva normal, característica de uma distribuição normal.

No Gráfico na figura (2.2.3 – 01), observam-se algumas propriedades da distribuição normal, em que apresenta-se simétrica em relação ao ponto  $x = \mu$ , de forma campanular (sino), com pontos de inflexão  $\mu \pm \sigma$  e sendo assintótica em relação ao eixo das abscissas. Outras propriedade podem ser atribuídas, as 3 medidas de posição, média, mediana e moda coincidem no ponto de máximo da curva ( $x = \mu$ ).

A Região  $\alpha$  (região crítica), é 0,5 do nível de significância  $\alpha^3$  do teste. Representa a probabilidade de erro na rejeição de uma hipótese, ou seja, a probabilidade de erro do tipo 1, dizemos então que a hipótese é rejeitada ao nível de significância de  $2\alpha$ , ou que o escore “X” da estatística amostral é significativo ao nível de  $2\alpha$ .

A partir de uma equação de regressão, obtém-se uma variável normal padrão como

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2.2.3 - 03)$$

satisfazendo que se “Z” é a variável padronizada correspondente a “X”, então a média ou valor esperado de “Z” é zero e sua variância é 1, em que sua função de densidade normal padronizada pode ser escrita a partir da eq. (2.2.3 – 01), por

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (2.2.3 - 04)$$

A função de distribuição é dada por

$$F(z) = P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (2.2.3 - 05)$$

De acordo com Igue et al. (1993), a homogeneidade das variâncias é uma das hipóteses que validam as análises e, asseguram o nível de significância dos testes estatísticos. Segundo o autor, Cochran (1947) concluiu que a heterogeneidade pode afetar certos tratamentos ou parte dos dados a uma extensão imprevisível, e que Neter & Wasserman (1974) observam que comparações simples entre dois fatores, podem ser afetadas pela heterogeneidade de variâncias de tal forma que o intervalo de confiança real e o estimado podem ser bem diferentes.

A falta de normalidade em testes de homogeneidade das variâncias pode ser considerada como um fator que pode distorcer os resultados de testes empregados para verificar a hipótese de igualdade das médias ou das variâncias, de acordo com Conagin et al. (1993), que estudou a influencia de diferentes graus de afastamento

---

<sup>3</sup> Por simplicidade, assume-se  $\alpha'$  por  $\alpha$  ao longo deste trabalho.

da normalidade sobre o comportamento dos testes de Bartlett, Cochran, Hartley, Han e Shukla, concluindo que, em todos os testes, à medida que a assimetria e curtose da distribuição apresentam um crescimento, aumenta a rejeição da hipótese de variâncias iguais, sendo este aumento mais significativo nos testes de Shukla, Bartlett e Cochran.

Com isto, torna-se claro a necessidade de averiguar-se a normalidade e homogeneidade de variâncias dos dados, pois este devem de fato satisfazer tais requisitos para o emprego de diversos métodos estatísticos e, que a ordem de execução destes teste é importante. Adota-se assim, averiguar a normalidade da distribuição, seguindo assim, do teste para a homogeneidade de variâncias.

Adota-se neste trabalho o teste *W* de Shapiro-Wilk para a normalidade, considerando que Torman, Birck e Riboldi (2005), ao observar que uma grande quantidade de métodos estatísticos pré – supõe que os dados provenham de uma Distribuição Normal, permitindo a realização da maioria das técnicas de inferência estatística conhecidas, realiza um estudo a fim de comparar alguns testes que verificam se a distribuição de um conjunto de dados adere à Distribuição Normal. Os testes comparados foram os de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-von Mises e Shapiro-Wilk, tendo suas eficiências comparadas sob diferentes distribuições e diferentes tamanhos de amostra, através de simulação de Monte Carlo.

O autor observou que os 4 testes, mostraram-se equivalentes para dados normais, ocorrendo exceção para o critério de Kolmogorov-Smirnov, que mostrou-se inferior, e para dados não-normais o teste de Shapiro-Wilk mostrou-se sempre superior, concluindo que este teste é aparentemente o melhor teste de aderência à normalidade.

Para realizar os testes de homogeneidade de variâncias, neste trabalho, é adotado o teste de Cochran, pois segundo Siotani (1955) trata-se de um teste desenvolvido para estimar-se  $k$  variâncias ( $S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2$ ) distribuidas independentemente que, de acordo com Legendre (2007), A. J. Underwood (1997) sugere que este teste, pode ser o melhor método para detectar casos em que a variância de um grupo (1, 2, 3, ..., k) de dados é muito maior do que para outro.

### 2.2.3.1 Teste $W$ de Shapiro-Wilk para a normalidade

Shapiro e Wilk (1965), introduziram um novo procedimento estatístico para testar uma amostra completa para normalidade. O teste é obtido dividindo o quadrado de uma adequada combinação linear de um amostral estatístico pela estimativa da variância.

Para um ordenado amostral aleatório  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  de tamanho “n”, denotando uma distribuição normal de média 0 e variância 1, expressa-se a estimativa da amostra “i”

$$E(X)_i = m_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.2.3 - 06)$$

Define-se de vetor dos valores esperados de X, por

$$m' = (m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (2.2.3 - 07)$$

Sendo as componentes da matriz covariância de dimensões  $n \times n$

$$[V] = v_{ij} = C_{ov}(X_i, X_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.2.3 - 08)$$

Os observáveis ordenados aleatoriamente são denotados pelo vetor

$$y' = (y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (2.2.3 - 09)$$

Se  $\{y_i\}$  for uma amostra de distribuição normal, podemos satisfazer que

$$y_i = f(X_i), \quad (2.2.3 - 10)$$

podendo ser descrita pela equação de regressão:

$$y_i = \mu + \sigma X_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.2.3 - 11)$$

sendo as desconhecidas média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

Usando o teorema dos mínimos quadrados, e assumindo uma distribuição simétrica, o autor obtém as estimativas da média e da variância amostral, dadas por

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}; \text{ e } \hat{\sigma} = \frac{m' V^{-1} y}{m' V^{-1} m} \quad (2.2.3 - 12)$$

sendo “m” o vetor das médias.

Apresentando o produto entre variância amostral e o número de graus de liberdade, por

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.2.3 - 13)$$

O teste  $W$  para a normalidade é definido por

$$W = \frac{R^4 \hat{\sigma}^2}{C^2 S^2} = \frac{b^2}{S^2} = \frac{(a' y)^2}{S^2} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n a_i y_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.2.3 - 14)$$

Sendo

$$R^2 = m' V^{-1} m,$$

$$C^2 = m' V^{-1} V^{-1} m,$$

$$a' = (a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{m' V^{-1}}{(m' V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}} \quad (2.2.3 - 15)$$

A constante  $b$  é definida tal que os coeficientes lineares são normalizados, ou seja

$$b = \frac{R^2 \hat{\sigma}}{C} \quad (2.2.3 - 16)$$

O autor observa analiticamente que  $W$  é de origem escalar e invariante, dependendo apenas do tamanho amostral, sendo estatisticamente independente de  $S^2$  e de  $\bar{y}$ , para uma amostra de distribuição normal. Definindo os valores dos extremos por  $[na_i^2 / (n-1)] \leq W \leq 1$ .

Segue que ao definir algumas aproximações associadas ao teste  $W$ , os coeficientes  $\{a_i\}$  são definidos por

$$a_i = \sum_{j=1}^n \frac{m_j v^{ij}}{C}; \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.2.3 - 17)$$

Segundo Shapiro e Wilk (1965), usando os valores de  $m_i$  avaliados em Harter (1961), a aproximação sugerida oferece confiança para uma amostragem de  $n > 20$ , em que o erro associado é menor que 1%. Ressalta também que o teste  $W$  fornece um teste estatístico para avaliar suposições de normalidade para uma amostra completa, satisfazendo uma medida efetiva da normalidade de um amostral, contra um amplo espectro de alternativas não normais.

Para determinar o valor de  $W$ , dada uma completa amostragem aleatória de tamanho “n”,  $X_1, \dots, X_n$ , procede-se como segue:

(i) A ordem de observações para obter uma amostra ordenada é

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

(ii) Verifica-se que

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.2.3 - 18)$$

(iii) (a) Se n é par,  $n = 2k$ , escreve-se

$$b = \sum_{i=1}^k a_{n-i+1} (y_{n-i+1} - y_i) \quad (2.2.3 - 19)$$

Se n é ímpar,  $n = 2k+1$ , o ajuste ocorre em (iii)-(a), desde  $a_{k+1} = 0$  quando  $n = 2k+1$ . Deste modo verifica-se

$$b = a_n (y_n - y_i) + \dots + a_{k+2} (y_{k+2} + y_i) \quad (2.2.3 - 20)$$

onde os valores de  $y_{k+1}$ , da média amostral, não estão presentes em b.

(iv) Aplica-se

$$W = \frac{b^2}{S^2} \quad (2.2.3 - 21)$$

(v) Valores (pontos percentuais) pequenos (menores que o nível de significância) de  $W$  são significativos, indicando não normalização.

A seguir apresenta-se as tabelas de Shapiro-Wilk para determinados tamanhos amostrais

Tabela (2.2.3 – 01) – A tabela (Shapiro and Wilk, 1965)<sup>4</sup> abaixo, apresenta os valores dos coeficientes  $\{a_{n-i+1}\}$  para um amostral de tamanho n = 2(1)50.

Table 5. Coefficients $\{a_{n-i+1}\}$ for the W test for normality, for n = 2(1)50.										
$i \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739	
2	—	0.0000	-1.677	-2.413	-2.806	-3.031	-3.164	-3.244	-3.291	
3	—	—	—	0.0000	0.0875	-1.401	-1.743	-1.976	-2.141	
4	—	—	—	—	—	-0.0000	-0.0561	-0.0947	-0.1224	
5	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.0399	
$i \backslash n$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886	0.4808	0.4734
2	-3.315	-3.325	-3.325	-3.318	-3.306	-3.290	-3.273	-3.253	-3.232	-3.211
3	-2.260	-2.347	-2.412	-2.460	-2.495	-2.521	-2.540	-2.553	-2.561	-2.565
4	-1.429	-1.586	-1.707	-1.802	-1.878	-1.939	-1.988	-2.027	-2.059	-2.085
5	-0.695	-0.922	-1.099	-1.240	-1.353	-1.447	-1.524	-1.587	-1.641	-1.686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7	—	—	0.0000	-0.0240	-0.0433	-0.0593	-0.0725	-0.0837	-0.0932	-0.1013
8	—	—	—	—	-0.0000	-0.0196	-0.0359	-0.0496	-0.0612	-0.0711
9	—	—	—	—	—	—	-0.0000	-0.0163	-0.0303	-0.0422
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.0140
$i \backslash n$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254
2	-3.185	-3.156	-3.126	-3.098	-3.069	-3.043	-3.018	-2.992	-2.968	-2.944
3	-2.578	-2.571	-2.563	-2.554	-2.543	-2.533	-2.522	-2.510	-2.499	-2.487
4	-2.119	-2.131	-2.139	-2.145	-2.148	-2.151	-2.152	-2.151	-2.150	-2.148
5	-1.736	-1.764	-1.787	-1.807	-1.822	-1.836	-1.848	-1.857	-1.864	-1.870
6	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630
7	-1.092	-1.150	-1.201	-1.245	-1.283	-1.316	-1.346	-1.372	-1.395	-1.415
8	-0.804	-0.878	-0.941	-0.997	-1.046	-1.089	-1.128	-1.162	-1.192	-1.219
9	-0.530	-0.618	-0.696	-0.764	-0.823	-0.876	-0.923	-0.965	-1.002	-1.036
10	-0.263	-0.368	-0.459	-0.539	-0.610	-0.672	-0.728	-0.778	-0.822	-0.862
11	0.0000	0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697
12	—	—	0.0000	-0.0107	-0.0200	-0.0284	-0.0358	-0.0424	-0.0483	-0.0537
13	—	—	—	—	-0.0000	-0.0094	-0.0178	-0.0253	-0.0320	-0.0381
14	—	—	—	—	—	—	-0.0000	-0.0084	-0.0159	-0.0227
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.0076

<sup>4</sup> A tabela 2.2.3 – 01 apresenta a tabela obtida por Shapiro-Wilk (1965):  
Tabela 5. coeficientes  $\{a_{n-i+1}\}$  do teste W para a normalidade, para n = 2(1)50

Tabela (2.2.3 – 01) - Continuação

		Table 5. Coefficients $\{a_{n-i+1}\}$ for the W test for normality, for $n = 2(1)50$ (cont.)									
$i \backslash n$		31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	1	0.4220	0.4188	0.4156	0.4127	0.4096	0.4068	0.4040	0.4015	0.3989	0.3964
2	2	-2921	-2898	-2876	-2854	-2834	-2813	-2794	-2774	-2755	-2737
3	3	-2475	-2463	-2451	-2439	-2427	-2415	-2403	-2391	-2380	-2368
4	4	-2145	-2141	-2137	-2132	-2127	-2121	-2116	-2110	-2104	-2098
5	5	-1874	-1878	-1880	-1882	-1883	-1883	-1883	-1881	-1880	-1878
6	6	0.1641	0.1651	0.1660	0.1667	0.1673	0.1678	0.1683	0.1686	0.1689	0.1691
7	7	-1433	-1449	-1463	-1475	-1487	-1496	-1505	-1513	-1520	-1526
8	8	-1243	-1265	-1284	-1301	-1317	-1331	-1344	-1356	-1366	-1376
9	9	-1066	-1093	-1118	-1140	-1160	-1179	-1196	-1211	-1225	-1237
10	10	-0899	-0931	-0961	-0988	-1013	-1036	-1056	-1075	-1092	-1108
11	11	0.0739	0.0777	0.0812	0.0844	0.0873	0.0900	0.0924	0.0947	0.0967	0.0986
12	12	-0585	-0629	-0669	-0706	-0739	-0770	-0798	-0824	-0848	-0870
13	13	-0435	-0485	-0530	-0572	-0610	-0645	-0677	-0706	-0733	-0759
14	14	-0289	-0344	-0395	-0441	-0484	-0523	-0559	-0592	-0622	-0651
15	15	-0144	-0206	-0262	-0314	-0361	-0404	-0444	-0481	-0515	-0546
16	16	0.0000	0.0068	0.0131	0.0187	0.0239	0.0287	0.0331	0.0372	0.0409	0.0444
17	17	—	—	-0000	-0062	-0119	-0172	-0220	-0264	-0305	-0343
18	18	—	—	—	—	-0000	-0057	-0110	-0158	-0203	-0244
19	19	—	—	—	—	—	—	-0000	-0053	-0101	-0146
20	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0049
$i \backslash n$		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	1	0.3940	0.3917	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3789	0.3770	0.3751
2	2	-2719	-2701	-2684	-2667	-2651	-2635	-2620	-2604	-2589	-2574
3	3	-2357	-2345	-2334	-2323	-2313	-2302	-2291	-2281	-2271	-2260
4	4	-2091	-2085	-2078	-2072	-2065	-2058	-2052	-2045	-2038	-2032
5	5	-1876	-1874	-1871	-1868	-1865	-1862	-1859	-1855	-1851	-1847
6	6	0.1693	0.1694	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	0.1692	0.1691
7	7	-1531	-1535	-1539	-1542	-1545	-1548	-1550	-1551	-1553	-1554
8	8	-1384	-1392	-1398	-1405	-1410	-1415	-1420	-1423	-1427	-1430
9	9	-1249	-1259	-1269	-1278	-1286	-1293	-1300	-1306	-1312	-1317
10	10	-1123	-1136	-1149	-1160	-1170	-1180	-1189	-1197	-1205	-1212
11	11	0.1004	0.1020	0.1035	0.1049	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
12	12	-0891	-0909	-0927	-0943	-0959	-0972	-0986	-0998	-1010	-1020
13	13	-0782	-0804	-0824	-0842	-0860	-0876	-0892	-0906	-0919	-0932
14	14	-0677	-0701	-0724	-0745	-0765	-0783	-0801	-0817	-0832	-0846
15	15	-0575	-0602	-0628	-0651	-0673	-0694	-0713	-0731	-0748	-0764
16	16	0.0476	0.0506	0.0534	0.0560	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
17	17	-0379	-0411	-0442	-0471	-0497	-0522	-0546	-0568	-0588	-0608
18	18	-0283	-0318	-0352	-0383	-0412	-0439	-0465	-0489	-0511	-0532
19	19	-0188	-0227	-0263	-0296	-0328	-0357	-0385	-0411	-0436	-0459
20	20	-0094	-0136	-0175	-0211	-0245	-0277	-0307	-0335	-0361	-0386
21	21	0.0000	0.0045	0.0087	0.0126	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
22	22	—	—	-0000	-0042	-0081	-0118	-0153	-0185	-0215	-0244
23	23	—	—	—	—	-0000	-0039	-0076	-0111	-0143	-0174
24	24	—	—	—	—	—	—	-0000	-0037	-0071	-0104
25	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0035

O teste W apresenta bons recursos estatísticos, o qual pode ser usado para testar uma composição de hipóteses, os quais são de simples verificação, uma vez que a tabela de coeficientes lineares é avaliada e que o teste é completamente sensível contra uma ampla escala de alternativas, mesmo para pequenas amostras ( $n < 20$ ).

### 2.2.3.2 Teste de Cochran para a homogeneidade

Baseando-se na distribuição F desenvolvida por Sir Ronald Aylmer Fischer (1890 – 1962), Cochran (1941) desenvolve um teste de hipóteses para uma população de dados  $\geq 3$ , comparando a maior variância de uma população com a soma de todas as variâncias dessa população.

O valor da estatística ( $C$ ) do teste de Cochran é calculado dado por

$$C_{calc.} = \frac{\text{Maior } S_i^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (2.2.3 - 22)$$

A tabela<sup>5</sup> abaixo apresenta os valores da estatística  $C_{tab}$ , tabelados em dada probabilidade, para  $N$  conjuntos de dados de  $v$  graus de liberdade.

Tabela (2.2.3 – 02) – Valores da estatística de Cochran à significância de 1%.

k	Level of significance $\alpha = 0.01$						
	1	2	3	4	5	6	7
2	0.9999	0.9950	0.9794	0.9586	0.9373	0.9172	0.8988
3	0.9933	0.9423	0.8831	0.8335	0.7933	0.7606	0.7335
4	0.9676	0.8643	0.7814	0.7212	0.6761	0.6410	0.6129
5	0.9279	0.7885	0.6957	0.6329	0.5875	0.5531	0.5259
6	0.8828	0.7218	0.6258	0.5635	0.5195	0.4866	0.4608
7	0.8376	0.6644	0.5685	0.5080	0.4659	0.4347	0.4105
8	0.7945	0.6152	0.5209	0.4627	0.4226	0.3932	0.3704
9	0.7544	0.5727	0.4810	0.4251	0.3870	0.3592	0.3378
10	0.7175	0.5358	0.4469	0.3934	0.3572	0.3308	0.3106
12	0.6528	0.4751	0.3919	0.3428	0.3099	0.2861	0.2680
15	0.5747	0.4069	0.3317	0.2882	0.2593	0.2386	0.2228
20	0.4799	0.3297	0.2654	0.2288	0.2048	0.1877	0.1748
24	0.4247	0.2871	0.2295	0.1970	0.1759	0.1608	0.1495
30	0.3632	0.2412	0.1913	0.1635	0.1454	0.1327	0.1232
40	0.2940	0.1915	0.1508	0.1281	0.1135	0.1033	0.0957
60	0.2151	0.1371	0.1069	0.0902	0.0796	0.0722	0.0668
120	0.1225	0.0759	0.0585	0.0489	0.0429	0.0387	0.0357
$\infty$	0	0	0	0	0	0	0

<sup>5</sup> A tabela 2.2.3 – 02, apresenta a tabela de Cochran (1941) para os valores de sua estatística, a tradução: Nível de significância  $\alpha = 0.01$

Tabela (2.2.3 – 02) - Continuação

k	Level of significance $\alpha = 0.01$						
	8	9	10	16	36	144	$\infty$
2	0.8823	0.8674	0.8539	0.7949	0.7067	0.6062	0.5000
3	0.7107	0.6912	0.6743	0.6059	0.5153	0.4230	0.3333
4	0.5897	0.5702	0.5536	0.4884	0.4057	0.3251	0.2500
5	0.5037	0.4854	0.4697	0.4094	0.3351	0.2644	0.2000
6	0.4401	0.4229	0.4084	0.3529	0.2858	0.2229	0.1667
7	0.3911	0.3751	0.3616	0.3105	0.2494	0.1929	0.1429
8	0.3522	0.3373	0.3248	0.2779	0.2214	0.1700	0.1250
9	0.3207	0.3067	0.2950	0.2514	0.1992	0.1521	0.1111
10	0.2945	0.2813	0.2704	0.2297	0.1811	0.1376	0.1000
12	0.2535	0.2419	0.2320	0.1961	0.1535	0.1157	0.0833
15	0.2104	0.2002	0.1918	0.1612	0.1251	0.0934	0.0667
20	0.1646	0.1567	0.1501	0.1248	0.0960	0.0709	0.0500
24	0.1406	0.1338	0.1283	0.1060	0.0810	0.0595	0.0417
30	0.1157	0.1100	0.1054	0.0867	0.0658	0.0480	0.0333
40	0.0898	0.0853	0.0816	0.0668	0.0503	0.0363	0.0250
60	0.0625	0.0594	0.0567	0.0461	0.0344	0.0245	0.0167
120	0.0334	0.0316	0.0302	0.0242	0.0178	0.0125	0.0083
$\infty$	0	0	0	0	0	0	0

Observação:

“Será satisfeito o teste de Cochran, a um dado amostral, usando a equação (2.2.3 – 32) para calcular o valor de  $C$ , quando cada um dos  $N$  conjuntos de dados constituintes da amostra tiverem  $n$  elementos com  $v$  graus de liberdade, desde que número de graus de liberdade ( $v$ ) seja o mesmo para todos os conjuntos”.

A tabela de valores de uso freqüente na comunidade científica é a para uma probabilidade de significância 5% [tabela (2.2.3 - 03)]. A exemplo de Baptista et al., 2002, que testa a estatística  $C$  para este nível de significância conforme DIXON & Massey JR., 1969.

Tabela<sup>6</sup> (2.2.3 – 03) – Valores da estatística de Cochran para a significância de 5%.

Level of significance $\alpha = 0.05$							
k	$V_x$						
	1	2	3	4	5	6	7
2	0.9985	0.9750	0.9392	0.9057	0.8772	0.8534	0.8332
3	0.9669	0.8709	0.7977	0.7457	0.7071	0.6771	0.6530
4	0.9065	0.7679	0.6841	0.6287	0.5895	0.5598	0.5385
5	0.8412	0.6838	0.5981	0.5441	0.5065	0.4783	0.4564
6	0.7808	0.6161	0.5321	0.4803	0.4447	0.4184	0.3980
7	0.7271	0.5612	0.4800	0.4307	0.3974	0.3726	0.3535
8	0.6798	0.5157	0.4377	0.3910	0.3595	0.3362	0.3185
9	0.6385	0.4775	0.4027	0.3584	0.3286	0.3067	0.2901
10	0.6020	0.4450	0.3733	0.3311	0.3029	0.2823	0.2666
12	0.5410	0.3924	0.3284	0.2880	0.2624	0.2439	0.2299
15	0.4709	0.3346	0.2758	0.2419	0.2195	0.2034	0.1911
20	0.3894	0.2705	0.2205	0.1921	0.1735	0.1602	0.1501
24	0.3434	0.2354	0.1907	0.1656	0.1493	0.1374	0.1286
30	0.2929	0.1980	0.1593	0.1377	0.1237	0.1137	0.1061
40	0.2370	0.1576	0.1259	0.1082	0.0968	0.0887	0.0827
60	0.1737	0.1131	0.0895	0.0765	0.0682	0.0623	0.0583
120	0.0998	0.0632	0.0495	0.0419	0.0371	0.0337	0.0312
$\infty$	0	0	0	0	0	0	0
k	8	9	10	16	36	144	$\infty$
2	0.8159	0.8010	0.7880	0.7341	0.6602	0.5813	0.5000
3	0.6333	0.6167	0.6025	0.5466	0.4748	0.4031	0.3333
4	0.5175	0.5017	0.4884	0.4366	0.3720	0.3093	0.2500
5	0.4387	0.4241	0.4118	0.3645	0.3066	0.2513	0.2000
6	0.3817	0.3682	0.3568	0.3135	0.2612	0.2119	0.1667
7	0.3384	0.3259	0.3154	0.2756	0.2278	0.1833	0.1429
8	0.3043	0.2926	0.2829	0.2462	0.2022	0.1616	0.1250
9	0.2768	0.2659	0.2568	0.2226	0.1820	0.1446	0.1111
10	0.2541	0.2439	0.2353	0.2032	0.1655	0.1308	0.1000
12	0.2187	0.2098	0.2020	0.1737	0.1403	0.1100	0.0833
15	0.1815	0.1736	0.1671	0.1429	0.1144	0.0889	0.0667
20	0.1422	0.1357	0.1303	0.1108	0.0879	0.0675	0.0500
24	0.1216	0.1160	0.1113	0.0942	0.0743	0.0567	0.0417
30	0.1002	0.0958	0.0921	0.0771	0.0604	0.0457	0.0333
40	0.0780	0.0745	0.0713	0.0595	0.0462	0.0347	0.0250
60	0.0552	0.0520	0.0497	0.0411	0.0316	0.0234	0.0167
120	0.0292	0.0279	0.0266	0.0218	0.0165	0.0120	0.0083
$\infty$	0	0	0	0	0	0	0

<sup>6</sup> A tabela 2.2.3 – 02, apresenta a tabela de Cochran (1941) para os valores de sua estatística, a tradução: Nível de significância  $\alpha = 0.05$

O teste de Cochran consiste em averiguar as hipóteses que seguem.

a) Para o caso de homogeneidade de variâncias, deve-se ter que

$$C_{calc.} < C_{tab.}$$

b) Para o caso de variâncias não homogêneas, deve-se ter que

$$C_{calc.} > C_{tab.} .$$

Para o caso de não se verificar uma distribuição normal e variâncias homogêneas, é necessário uma transformação dos dados originais, de acordo com Amaral (1968).

Segundo Baptista da Silva e Amaral ( 1987 ), dispondo-se de um conjunto de amostras, de cada uma das quais se possa calcular a média,  $\bar{X}$ , e o desvio padrão,  $S_x$ , representa-se os pares de valores  $(\bar{X}, S_x)$  em um sistema cartesiano ortogonal. Se os pontos assim obtidos se dispuserem, aproximadamente, ao longo de uma reta paralela ao eixo das abscissas, pode-se admitir a independência do desvio padrão em relação a média. Se tal não for o caso, a relação de dependência entre o desvio padrão e a média poderá traduzir-se numa expressão analítica

$$S_x = f(\bar{X}) \quad (2.2.3 - 23)$$

Trata-se de determinar uma função

$$z = z(\bar{X}) \quad (2.2.3 - 24)$$

tem-se aproximadamente,

$$\Delta z = z'(\bar{X})\Delta\bar{X} \quad (2.2.3 - 25)$$

Elevando ao quadrado e determinado os valores esperados de ambos os membros da eq. (2.2.3 – 25), obtêm-se

$$E\{(\Delta z)^2\} = \{z'(\bar{X})\}^2 E\{(\Delta\bar{X})^2\} \quad (2.2.3 - 26)$$

ou seja

$$\sigma_z^2 = \{z'(\bar{X})\}^2 \sigma_x^2 \quad (2.2.3 - 27)$$

podendo

$$\sigma_z = z'(\bar{X})\sigma_x \quad (2.2.3 - 28)$$

Determina-se a eq. ( 2.2.3 – 24), de modo que  $\sigma_z$  seja constante, isto é

$$\sigma_z = z'(\bar{X})\sigma_x = K \text{ (constante)} \quad (2.2.3 - 29)$$

Deve-se ter, portanto

$$z'(\bar{X}) = \frac{K}{\sigma_x} \quad (2.2.3 - 30)$$

Podendo expressar uma integral indefinida

$$z(\bar{X}) = \int \frac{K}{\sigma_x} d\bar{X} \quad (2.2.3 - 31)$$

Admitida que a relação entre o desvio padrão e a média é da forma

$$\sigma_x = B\bar{X}^a \quad (2.2.3 - 32)$$

deduz-se que

$$\log \sigma_x = \log B + a \log \bar{X} \quad (2.2.3 - 33)$$

Comparando a eq. (2.2.3 – 43), com a equação de regressão

$$y = ax + b \quad (2.2.3 - 34)$$

podemos definir

$$y = \log \sigma_x, \quad b = \log B, \quad x = \log \bar{X} \quad (2.2.3 - 35)$$

sendo a e b, determinados por regressão linear.

Substituindo a eq. (2.2.3 – 42) na (2.2.3 – 41), teremos

$$z(\bar{X}) = \int \frac{K}{B\bar{X}^a} d\bar{X} = \left( \frac{K}{B} \right) \left( \frac{\bar{X}^{1-a}}{1-a} \right) + c \quad (2.2.3 - 36)$$

e fazendo:

$$c = 0, \quad k = \frac{K}{B(1-a)} \quad (2.2.3 - 37)$$

Obtém-se a transformação dada por

$$z = k\bar{X}^{1-a} \quad (2.2.3 - 38)$$

Tendo que, k é escolhido de modo a tornar os valores transformados da mesma grandeza dos valores originais, geralmente, sendo conveniente a potência de 10.

Observando que na eq. (2.2.3 – 38), z é uma função da média, sendo esta a estimativa de X, podemos descrever z como uma função de X, e da mesma forma apresentar-se uma transformação de acordo com a eq. citada, para os valores de X.

## 2.2.4 Componentes de uma série Temporal

Uma série temporal pode ser escrita pela combinação de três componentes

$$X_N(t) = T_N + S_N + A_N; \quad N = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.2.4 - 01)$$

Sendo as componentes  $T_N$ ,  $S_N$  e  $A_N$ , a tendência, a sazonalidade e a aleatoriedade, respectivamente.

### a) Tendência<sup>7</sup>

Um conjunto de dados possui tendência quando apresentam variações (crescimento ou decrescimento) ao longo do tempo. Segundo Mezzono (2007), a série com tendência contrapõe-se à série estacionária. Uma série é estacionária quando se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, ou seja, quando as medidas estatísticas não são afetadas pela mudança do intervalo de tempo em que são calculadas. Portanto, as características de  $X(t + \Delta t)$  são as mesmas de  $X(t)$  para todo  $\Delta t$ .

Segundo Morettin e Toloi (1981), a identificação da tendência numa série se faz importante por dois motivos:

1º) Para eliminá-la, pois muitos procedimentos de análise estatística de séries temporais pressupõe a estacionariedade dos dados para sua aplicação.

2º) Para a escolha adequada do modelo de previsão a ser adotado. Existem modelos apropriados para séries que apresentam tendência.

A estimativa e a eliminação da tendência podem ser feitas com a aplicação de várias metodologias, sendo as adotadas nesta pesquisa:

a.1) A transformação mais simples consiste em se efetuarem diferenças sucessivas entre os elementos da série original até obter-se uma série estacionária. Geralmente uma ou duas diferenças são suficientes para atingir o objetivo (MEZZONO, 2007). A primeira diferença da série  $X(t)$  é definida como

$$\Delta X(t) = X(t) - X(t - 1) \quad (2.2.4 - 02)$$

b.1) A segunda técnica, não paramétrica, consiste em suavizar (filtrar) os valores da série ao redor de um ponto, para estimar a tendência naquele ponto.

---

<sup>7</sup> O leitor deve observar que, mesmo que se deva eliminar a tendência para o emprego de determinados métodos estatísticos, a exemplo da Análise Harmônica (seção 2.2.5) a qual pressupõe que os dados sejam estacionários, têm-se que a tendência apresenta sua importância Física, ao passo que descreve a evolução dos valores da variável climatológica ao longo do tempo. Portanto, o modelo matemático pretendido neste trabalho, contém um termo que representa a tendência dos dados de acordo com a eq. (2.2.4 – 01).

Utiliza-se um filtro linear ( $f$ ), de tal forma que a série  $X_N$  é transformada em uma série  $X_N^*$ , dada por

$$X_N^* = f(X_N); \quad N = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.2.4 - 03)$$

A transformação por  $f$ , ocorre na eq. (2.2.4 – 01), possibilitando observar a série correspondente,  $X_N^*$ , livre de sua componente sazonal, em que assim

$$X_N^* = T_N^* + A_N^* = f(T_N) + f(A_N) \quad (2.2.4 - 04)$$

O objetivo é utilizar um filtro  $f$  tal que  $T_N^* \equiv T_N$  e  $A_N^* \equiv 0$ , de modo que, após suavizar-se as observações  $X_N$ , tenha-se  $f(X_N) \equiv T_N$ . O filtro habitualmente utilizado é denominado “filtro de médias móveis”, dado por

$$X_N^* = \sum_{k=-n}^n b_k X_{N+k}; \quad N = n+1, \dots, t-n \quad (2.2.4 - 05)$$

Estão-se utilizando, com este procedimento,  $2n+1$  observações ao redor do instante  $t$  (instante de tempo), para estimar a tendência neste instante. Entretanto, nesta operação, serão perdidas “ $n$ ” observações no inicio e “ $n$ ” no fim da série.

O caso mais comum é fazendo para todo o  $k$

$$b_k = \frac{1}{2n+1} \quad (2.2.4 - 06)$$

Substituindo a eq. (2.2.4 – 06) em (2.2.4 – 05), tem-se

$$X_N^* = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^n X_{N+k} \quad (2.2.4 - 07)$$

Estimada a tendência  $\hat{T}_N$ , de uma série  $X_N$ , por qualquer método, obtém-se uma série ajustada para a tendência, ou livre de tendência, dada por

$$X_N^* = X_N - \hat{T}_N \quad (2.2.4 - 08)$$

### b) Sazonalidade

A componente sazonal aparece quando há dados coletados intra-anuais, registrados, por exemplo, diariamente, semanalmente ou mensalmente, onde estão embutidas as variações decorrentes das estações do ano.

Quando uma série apresenta um único dado por ano, a componente sazonal da série temporal é desprezada.

c) Aleatoriedade

A componente aleatória ou residual é o que sobra quando são eliminadas a tendência e a sazonalidade. Geralmente corresponde a um “ruído branco”, ou seja, um conjunto de valores com média zero e variância constante.

O modelo proposto conforme a eq. (2.2.4 – 01) é um modelo aditivo e somente pode ser assim considerado quando a sazonalidade é independente da tendência. Quando isso não ocorre, há outros modelos mais adequados para o caso, como o modelo multiplicativo.

## 2.2.5 Análise Harmônica (AH)<sup>8</sup>

Em ciências naturais e em suas aplicações, freqüentemente ocorrem problemas envolvendo funções periódicas. Uma forma de abordá-las, de suma importância, é representando-as em termos das funções periódicas simples como seno e cosseno. Esta representação se dá através da expansão da função periódica em uma série infinita de funções seno e cosseno, que é chamada de série de Fourier em homenagem ao físico e matemático francês Jean Baptiste Fourier (1768 – 1830).

### 2.2.5.1 Funções periódicas

Assume-se uma função  $f(x)$  de periódica (com  $T$ , um número positivo, chamado de período da função) quando ela é definida para todo  $x \in R$  e tal que,

$$f(x + T) = f(x) \quad (2.2.5.1 - 01)$$

As funções periódicas mais familiares são as funções seno e cosseno, pois

$$\begin{aligned} \sin(x + 2\pi) &= \sin x \\ \cos(x + 2\pi) &= \cos x \\ \sin(2x + \pi) &= \sin 2x \\ \cos(2x + \pi) &= \cos 2x \\ \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) &= \sin 3x \\ \cos\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) &= \cos 3x \\ \vdots \end{aligned} \quad (2.2.5.1 - 02)$$

---

<sup>8</sup> Observa-se o conteúdo exposto na seção 2.2.5 e suas subseções, com maiores detalhes em Butkov (1968).

### 2.2.5.2 Série de Fourier

Seja  $f(x)$  uma função periódica de período  $2\pi$ , que possa ser representada pela série trigonométrica (BUTKOV, 1968):

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots \\ &+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots \end{aligned} \quad (2.2.5.2 - 01a)$$

Na forma compacta, para uma distribuição discreta

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (2.2.5.2 - 01b)$$

Para definir os coeficientes da série, opera-se como segue

a) Integra-se ambos os membros da eq. (2.2.5.2 – 01b) no intervalo  $(-\pi, \pi)$ :

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right] dx \quad (2.2.5.2 - 02)$$

Sendo o valor médio da função  $f(x)$ , dado por

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (2.2.5.2 - 03)$$

Obtém-se o harmônico fundamental

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (2.2.5.2 - 04)$$

b) Seja o conjunto de funções  $\{y_n(x)\}$  de intervalo  $(a,b)$ , dizemos que estas funções são ortogonais entre si, ou, que elas constituem um conjunto ortogonal de funções em relação a função peso  $r(x)$ , se

$$(y_n, ry_m) = \int_a^b r(x) y_n^*(x) y_m(x) dx = 0, \quad \text{se } m \neq n \quad (2.2.5.2 - 05)$$

O conjunto  $\{y_n(x)\}$  é dito normalizado, em relação a função peso, se

$$(y_n, ry_m) = \int_a^b r(x) y_n^*(x) y_m(x) dx = 1 \quad (2.2.5.2 - 06)$$

A condição de ortonormalização do conjunto  $\{y_n(x)\}$ , que satisfaz que todas as funções do conjunto sejam ortogonais entre si e normalizadas, é dada por

$$\int_a^b r(x) y_n^*(x) y_m(x) dx = \delta_{nm}; \quad \delta_{nm} = \begin{cases} 0, & \text{se } n \neq m \\ 1, & \text{se } n = m \end{cases} \quad (2.2.5.2 - 07)$$

Usando a eq.(2.2.5.2 – 06), explora-se o fato de que as funções ( $\sin nx$  e  $\cos mx$ ) são ortogonais entre si nos intervalos assumidos a seguir

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \cos mx dx = \int_0^{2\pi} \sin nx \cos mx dx = 0 \quad (2.2.5.2 - 08)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \sin mx dx = \int_0^{2\pi} \sin nx \sin mx dx = \begin{cases} \pi \delta_{nm}, & n \neq m \\ 0, & n = m \end{cases} \quad (2.2.5.2 - 09)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos mx dx = \int_0^{2\pi} \cos nx \cos mx dx = \begin{cases} \pi \delta_{nm}, & n \neq m \\ 0, & n = m \end{cases} \quad (2.2.5.2 - 10)$$

Portanto, multiplicando a eq. (2.2.5.2 – 02) por  $\cos mx$  e integrando no intervalo  $(-\pi, \pi)$ , ou seja

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos mx dx &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos mx dx + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \cos mx dx \right], \quad m \geq 1 \end{aligned} \quad (2.2.5.2 - 11)$$

Usando a equação (2.2.5.3 – 08) e (2.2.5.2 – 10), para ( $n = m$ ), obtém-se o coeficiente

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad (2.2.5.2 - 12)$$

c) Multiplicando a equação (2.2.5.2 – 02) por  $(\sin mx)$  e integrando no intervalo  $(-\pi, \pi)$ , tem-se

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin mx dx &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx dx + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \sin mx dx \right], \quad m \geq 1 \end{aligned} \quad (2.2.5.2 - 13)$$

Usando as eq.(s) (2.1.5.2 – 08) e (2.1.5.2 – 09), para  $n = m$ , obtém-se o coeficiente

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad (2.2.5.2 - 14)$$

### 2.2.5.3 Funções Periódicas com período arbitrário

Em muitas situações as funções periódicas que ocorrem nas ciências naturais apresentam um período  $T$  diferente de  $2\pi$ . Neste caso fazemos uma mudança de escala introduzindo uma nova variável de forma que a função  $f(x)$  de período  $T = 2L$  possa ser escrita como  $f(\xi)$  de período  $2\pi$ , ou seja, fazendo

$$\xi = \frac{2\pi}{T} x = \frac{\pi}{L} x, \quad (2.2.5.3 - 01)$$

então para  $x = \pm L$  a variável  $\xi$  assume os valores  $\pm \pi$ , isso implica que  $f(\xi)$  tem um período  $2\pi$  e, portanto, satisfaz a representação pela série de Fourier

$$f(x) = f\left(\frac{L}{\pi}\xi\right) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\xi + b_n \sin n\xi), \quad (2.2.5.3 - 02)$$

os coeficientes são determinados a partir das eq.(s) (2.2.5.2 – 04,12 e 14), ou seja

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{L}{\pi}\xi\right) d\xi \\ a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{L}{\pi}\xi\right) \cos n\xi d\xi \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{L}{\pi}\xi\right) \sin n\xi d\xi \end{cases} \quad (2.2.5.3 - 03)$$

Diferenciando a eq. (2.2.5.5 – 01), obtém-se

$$d\xi = \frac{\pi}{L} dx \quad (2.2.5.3 - 04)$$

Usando as eq.(s) (2.2.5.3 – 01 e 04) nas eq.(s) (2.2.5.3 – 02 e 3), pode-se fazer a troca de variáveis de  $\xi$  para  $x$ , o que resulta que

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right), \quad (2.2.5.3 - 05)$$

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx \\ a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \end{cases} \quad (2.2.5.3 - 06)$$

#### 2.2.5.4 Algumas propriedades da série de Fourier

Para o caso de  $L = \pi$ , as eq.(s) (2.2.5.3 – 05 e 06) reduzem-se às eq.(s) (2.2.5.2 – 01,04,12 e 14), respectivamente.

Nota-se que se  $f(x)$  for par, tem-se

$$\begin{cases} a_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx \\ a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ b_n = 0 \\ f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \end{cases} \quad (2.2.5.4 - 01)$$

Por outro lado, se  $f(x)$  for ímpar, obtém-se

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = 0 \\ b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \end{cases} \quad (2.2.5.4 - 02)$$

## 2.2.6 Representatividade das ondas senoidais

Amaral (1968), apresentou um estudo aplicando o método de análise harmônica nas médias ou totais de elementos climáticos, na base de pêntadas (períodos de cinco dias), sendo que dois exemplos são estudados, em que para as precipitações mensais em Pelotas – RS , de período 1900/1951, nas quais, embora os dados originais não se distribuam normalmente e com a variância não sendo independente da média, os contrastes necessários à análise harmônica apresentam variâncias homogêneas, dispensando prévia transformação de dados. Para as precipitações mensais em Morro Velho, Minas Gerais, período de 1855/1951, a transformação é estudada e realizada, e os dados são analisados.

O teste de completicidade realizado indicou que 91,2% da variação das precipitações médias mensais de Pelotas, são representados por conta de três ondas: semestral, quadrimestral e anual. No município de Morro velho, o teste indicou que 99,3% da variação das precipitações médias mensais pode ser descrita pela onda anual, típico de um clima tropical continental (chuvas convectivas no verão, seca hibernal).

As contribuições originais (que seguem) apresentadas por Amaral (1968), são práticas importantes nos casos em que as componentes harmônicas são em número considerável, pois é possível determinar apenas aquelas componentes cujas amplitudes são relevantes.

Segundo o autor, a representatividade de cada onda senoidal,  $R_n$ , isto é, a parte da variação entre os dados explicada pela harmônica de ordem k, é dada por

$$R_n^2 = \frac{p_n^2}{2\sigma^2} \quad (2.2.6 - 01)$$

Sendo o coeficiente  $R_n^2$  adimensional,  $p_n$  é a amplitude da n-ésima onda e,  $\sigma^2$  é a variância populacional dos dados. O quadrado da amplitude é dado por

$$p_n^2 = a_n^2 + b_n^2 \quad (2.2.6 - 02)$$

em que  $a_n$  e  $b_n$  são obtidos de acordo com as eq.(s) (2.2.5.3 – 05 e 06).

“Notar-se-á que  $R_n$  varia entre zero e 1, não podendo ser negativo”.  
(Amaral, 1968)

## 2.2.7 Verificação dos modelos para previsão

Na seção (2.2.6), observou-se o método adotado neste trabalho para selecionar as ondas de maior representatividade da variabilidade dos dados, para cada região homogênea, que possibilita a construção do modelo desejado para obter-se uma aproximação do comportamento mensal da precipitação pluvial das diferentes regiões. Com isto, deve-se verificar a validade do modelo pela análise de resíduos, de acordo com Mezzono (2007) que, se os modelos são verdadeiros, os desvios devem ser normais e independentes, ou seja, constituir-se num ruído branco. Se os modelos são adequados, os desvios estimados devem estar próximos dos reais e aproximadamente não correlacionados.

Com esta finalidade, o modelo foi submetido a análise das “autocorrelações dos resíduos”.

### 2.2.7.1 Autocorrelação dos Resíduos

Estimado o modelo, a verificação do seu ajuste com os dados de previsão pode ser feita pela análise das autocorrelações dos resíduos. Para uma série temporal com “n” elementos, a autocorrelação com atraso “k” é definida por

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.2.7 - 01)$$

onde  $\bar{y}$  é a média da serie de tempo (ou período) “t”.

Se os  $r_k$  indicarem as autocorrelações dos resíduos  $\hat{e}_N$ , então deve-se ter  $r_k = 0$ .

Considerando que  $r_k$  tem aproximadamente distribuição normal, com média zero e variância  $1/n$ , sendo “n” o tamanho da amostra, pode-se considerar que o modelo é adequado quando  $r_k$  está dentro intervalo  $\pm 2/\sqrt{n}$ , aceitando-se, no máximo, 5%<sup>9</sup> dos seus valores fora deste intervalo.

---

<sup>9</sup> O percentual de referencia está de acordo com nível de significância adotado neste trabalho.

A existência de ruído branco também pode ser determinada a partir da comparação de  $r_k$  com  $\pm 2\sigma(r_k)$ , sendo o desvio padrão de  $r_k$ ,  $\sigma(r_k)$ , dado por

$$\sigma(r_k) \approx \left[ \frac{1}{n} \left( 1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right) \right]^{1/2}, \quad k > q \quad (2.2.7 - 02)$$

onde “q” é o maior “lag”, além do qual as funções de autocorrelação tendem a zero.

(maiores detalhes em Box, Jenkis e Reinsel, 1994)

Assumindo que a serie seja um processo “ruído branco”, isto é, que todas as autocorrelações são iguais a zero, o erro padrão de  $r_k$  fica determinado como

$$\sigma(r_k) \approx \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{n-k}{n+2} \right) \right]^{1/2} \quad (2.2.7 - 03)$$

Da mesma forma, aceita-se como ruído branco quando, no máximo, 5% das autocorrelações ficam fora do intervalo  $\pm 2\sigma(r_k)$ .

## 2.2.8 Estacionariedade

Segundo João (2009), freqüentemente supõe-se que uma série temporal seja estacionária, ou seja, desenvolve-se no tempo aleatoriamente em torno de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável (série sem tendência). A autora complementa que, de acordo com Morettin e Toloi (2004), na práxis, as séries temporais apresentam-se, de forma majoritária, não-estacionárias.

Considerando que, de acordo com a autora, a maioria dos procedimentos de análise estatística de séries temporais supõe que estas sejam estacionárias, adota-se neste trabalho uma transformação de dados, para aqueles que não satisfazem uma série estacionária. O procedimento utilizado para se estimar a tendência e para eliminá-la da série original, foi ajustar a curva dos valores observados da série, estimando a tendência e subtraindo da série original, obtendo-se assim uma estimativa da série livre de tendência, ou seja, estacionária.

## **2.3 Algumas aplicações dos métodos da seção 2.2**

Na seção (2.2), foram apresentados diferentes tratamentos e análises para os dados, de acordo com os autores citados. Nesta seção, vamos apresentar alguns trabalhos em que os autores utilizam-se dos métodos da seção (2.2), tal que suas formas de execução e análises servirão de referência para a metodologia adotada para a execução e análises propostas neste trabalho.

### **2.3.1 Relações entre a precipitação pluviométrica e a Economia no Rio Grande do Sul**

#### **2.3.1.1 Efeitos da estiagem na Economia do Rio Grande do Sul: uma abordagem multissetorial.**

Segundo Fochetato e Grando (2009), a ocorrência de estiagens no RS, apresenta impactos negativos em dados setores econômicos do estado, observando que na agricultura, as lavouras de verão são castigadas, a exemplo das culturas de soja, fumo, milho e feijão, que representam aproximadamente 60% do total do valor da produção das lavouras temporárias do RS, em que a fase de desenvolvimento dessas culturas coincide com o período do ano em que as estiagens são mais freqüentes, ou seja, de novembro a março, apresentando assim, uma grande variabilidade na produção agregada do setor.

Ressalta ainda que o setor agropecuário é o principal gerador de renda de grande parte dos pequenos e médios Municípios do Estado, em que considerando seus segmentos diretos e indiretos, têm-se um conjunto de atividades que representam 1/3 do PIB Estadual, sendo esta também fortemente prejudicada pela ocorrência de estiagens, como aponta em seu trabalho.

Com isto, o autor faz uma análise dos impactos diretos e indiretos da queda na produção agropecuária, provocada pela estiagem de 2007/2008, sobre a economia do RS. A análise foi realizada de forma sistêmica, levando em conta o agronegócio como um todo e os demais setores econômicos através de um modelo multissetorial, construído da matriz de insumo – produto do RS.

Os resultados indicaram que, caso não tivesse havido a estiagem em 2008, o produto interno Bruto gaúcho poderia ter crescido 2,1 pontos percentuais a mais que a taxa observada (3,8%), alcançando um patamar de 5,9%.

### **2.3.1.2 Relação entre rendimento de milho e variáveis hídricas**

O trabalho realizado por Matzenauer et al. (1995), ressalta que as safras agrícolas em todo o Brasil apresentam flutuações de acordo com a variação de algum elementos meteorológicos, ressaltando que, destes, no Estado do Rio Grande do Sul o fator hídrico afeta a produção das lavouras com maior freqüência e intensidade. Com isto, o autor realiza um estudo sobre a resposta da cultura do milho ao fator hídrico, buscando relacionar o rendimento de grãos da cultura do milho com as variáveis hídricas, em diferentes locais do RS e épocas de semeadura.

Utilizou dados de rendimento de grãos, do intervalo 1975/76 - 1989/90, obtidas de quatro estações de pesquisas localizadas em Taquari, São Borja, Santo Augusto e Veranópolis. Concluindo que as variáveis hídricas são estimadores do rendimento de grãos da cultura do milho, principalmente o consumo relativo de água e a deficiência hídrica, e que o período que compreende a floração e o início de enchimento dos grãos, é o mais crítico em relação ao déficit hídrico.

### **2.3.1.3 Distribuição hídrica no período crítico do milho e produção de grãos**

Em acordo com Bergamaschi, et al. (2004), o milho tende a expressar sua elevada produtividade quando a máxima área foliar coincidir com a maior disponibilidade de radiação solar, desde que não haja déficit hídrico, permitindo a máxima fotossíntese possível. Sendo observado que a uma maior insolação, devemos associar uma maior evapotranspiração, acentuando o déficit hídrico. Segundo o autor, Bergamaschi et al. (2001) constata que no RS, a cultura de milho necessita em torno de 7mm por dia de água durante o florescimento, quando este ocorre próximo ao Solstício de verão, que é o período de máxima radiação solar.

Em seu trabalho, é estabelecida a relação entre o suprimento de água durante o período crítico do milho e a produção de grãos, especificamente, nos anos de ocorrência de La Niña e El Niño, 1998/1999 e 2002/2003 respectivamente.

Conduzindo seus experimentos através de irrigação, em Eldorado do Sul, o autor apresenta que no intervalo 1998/1999, durante uma estiagem longa, 46,8 mm de chuva no período crítico do milho, garantiram um rendimento próximo de 8.000kg/ha sem irrigação, e no intervalo 2002/2003, uma curta estiagem no período crítico do milho, reduziu a produtividade para menos de 2.000kg/ha, com o mesmo tratamento. Concluindo que em anos de El Niño, mesmo que a distribuição de chuvas seja favorável, há riscos na produção esperada de milho, em que ressalta a necessidade de planejamento adequado de práticas de manejo para adequar as populações de plantas as reais condições pedoclimáticas.

### **2.3.2 Características dos totais de chuvas no estado do RS**

Com a necessidade da reposição de uma certa quantidade de dados como observa-se na seção (3.1.1), conhecer os totais de chuvas estimados para determinadas EMs do estado, tornou-se fundamental. Portanto, observa-se que segundo Buriol et al. (2007), Walter e Lieth (1967), WL, adotaram o diagrama climático de Gaussen (1954), para caracterizar diferentes tipos de clima em distintas localidades ao longo do Globo terrestre, utilizando-se das médias dos totais mensais de chuvas e da temperatura do ar média mensal, publicando mais de oito mil diagramas climáticos em seu Atlas, em que o RS é caracterizado por um clima úmido temperado correspondendo aos solos podzólicos amarelo e/ou vermelhos e à vegetação natural de florestas. Com isto, o autor, realiza um estudo para determinar a relação entre as disponibilidades climáticas e a vegetação natural do Estado do RS, por meio do meio do método de WL, aplicado aos dados de 41 estações meteorológicas deste Estado, sendo as temperaturas médias mensais do ar e as médias dos totais de chuva, as variáveis climáticas estudadas, num intervalo de tempo de 1931 à 1960.

Os diagramas ecológicos de WL, para cada estação meteorológica, foram obtidos traçando um gráfico Cartesiano, em que o eixo das abscissas descrevem os meses, e os eixos das ordenadas representam os totais mensais de precipitação pluviométrica e a temperatura média mensal ( $^{\circ}\text{C}$ ), a exemplo dos ilustrados nas figuras (3.1.1 – 01,02 e 03).

Os autores constataram que o RS apresenta em torno de 50% de sua vegetação natural, do tipo campestre, diferentemente do climograma de WL, que

enquadra o Estado no Zonobioma V, caracterizado de um clima úmido e temperado quente com vegetação de florestas, concluindo que modelo fitoclimático de WL é inadequado para representar a distribuição geográfica da vegetação natural do RS, pois além de ser formada por florestas, também apresenta grandes áreas de vegetação do tipo campestre.

### 2.3.3 As regiões homogêneas conhecidas no estado do RS

Marques (2005), ciente que a economia do Rio Grande do Sul – Brasil, é fortemente centrada na agricultura e diretamente relacionada com alguns elementos climatológicos, realiza um estudo para identificar correlações entre a precipitação pluvial mensal média regional no Rio Grande do Sul (RS) e a temperatura na superfície do mar (TSM), de dadas regiões, dos oceanos Atlântico e Pacífico. Observou que as freqüências de ocorrência de anomalia de precipitação pluvial mediante o evento de ENOs, apresentando valores acima de 80%, tanto para o predomínio de anomalias negativas durante a fase fria (La Niña) dos eventos de ENOs, quanto para anomalias positivas durante a fase quente (El Niño) dos eventos de ENOs. Neste trabalho, ele realizou um estudo de dados coletados desde 1950 à 2003, por 40 estações, uniformemente distribuídas ao longo do Rio Grande do Sul, onde, utilizando-se dos métodos de Análise multivariada, agrupou a variabilidade espacial e temporal, classificando-as em seis regiões homogêneas, como ilustrado:

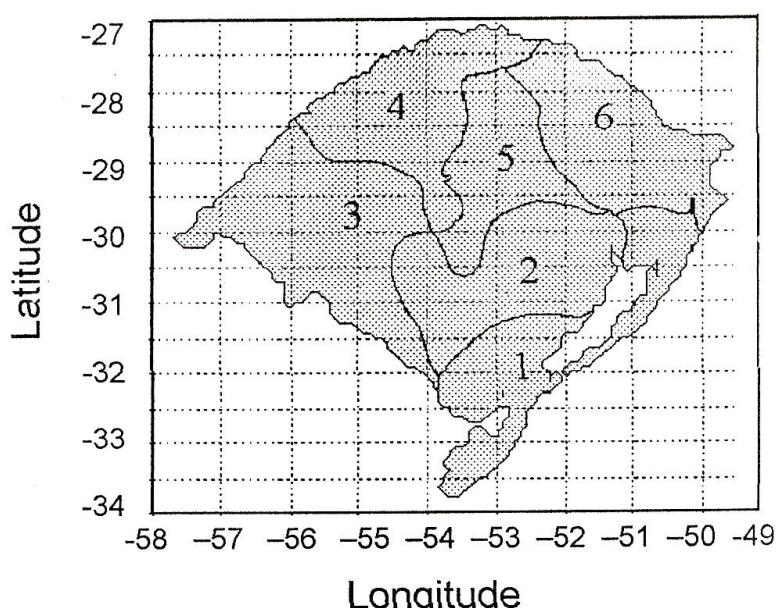


Figura (2.3.3 – 01) – Regiões homogêneas

O autor constatou que a precipitação pluvial é uma variável bastante complexa para classificar por regiões homogêneas, pois sua análise da variabilidade espacial no Estado apresentou um grande gradiente de precipitação ao longo do eixo Sul-Norte, em que estes extremos influenciaram na separação de Regiões homogêneas. Para atenuar estes efeitos, os valores de precipitação pluvial média mensal foram transformados em valores relativos médios (%) de precipitação pluvial mensal, dados por

$$\bar{P}_{ri} = \frac{\bar{P}_i}{\bar{P}_a} \times 100 \quad (2.3.3 - 01)$$

sendo  $\bar{P}_i$  o valor relativo (%) da precipitação pluvial média mensal do mês “i”,  $\bar{P}_i$  a precipitação pluvial média do mês “i” e,  $\bar{P}_a$  a precipitação pluvial média mensal (média climatológica).

Segundo o autor, a transformação produz um efeito semelhante à padronização de cada série em cada estação meteorológica, e que a semelhança entre os valores relativos médios de precipitação pluvial de duas ou mais estações ao longo do ano significa que estas apresentam comportamentos temporais também semelhantes.

Para obter as Regiões que apresentam comportamentos temporais semelhantes, ele aplica a técnica dos componentes principais nos valores relativos da precipitação pluvial média mensal das 40 EMs, em que para ressaltar as possíveis diferenças temporais da precipitação pluvial sobre o RS, a precipitação pluvial média mensal foi padronizada por

$$Y_{n,p} = \frac{X_{n,p} - \mu_{Xp}}{\sqrt{Var_{Xp}}} \quad (2.3.3 - 02)$$

onde  $p = 1, 2, 3, \dots, 12$  (número de meses) e  $n = 1, 2, 3, \dots, 40$  (número de EMs), sendo  $Y$  a variável padronizada,  $X$  a variável original bruta,  $\mu_X$  a média das variáveis originais e,  $Var_X$  a variância das variáveis originais.

A equação 2.3.3 – 02, pode ser representada por matriz de “p” linhas e “n” colunas. Segundo o autor, os escores dos componentes principais são

$$z = V^T Y \quad (2.3.3 - 03)$$

sendo  $V^T$  a matriz transposta.

De acordo com Marques (2005), a transformação de eq.(2.3.3 – 03) preserva a variabilidade dos dados originais, em que as Regiões homogêneas (figura 2.3.3 – 01) de comportamento temporal semelhante de precipitação pluvial mensal foram definidas pelo cálculo dos três primeiros escores dos componentes principais ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ), que representam três novas variáveis, que não são correlacionáveis entre si, para cada estação meteorológica.

As Regiões homogêneas foram obtidas através do produto dos escores dos três primeiros componentes, identificando o valor zero como delimitador de classes, pois de acordo com o autor, pela combinação dos escores pode-se identificar as regiões com predomínio de certos padrões de escores, e consequentemente de comportamentos da precipitação ao longo do ano.

### **2.3.4 Análise Harmônica em dados de precipitação pluviométrica**

#### **2.3.4.1 Análise Harmônica aplicada a dados de precipitação pluviométrica**

Viola dos Santos et al. (2005), observando que a precipitação pluviométrica apresenta-se como um fator decisivo para a produção agrícola no Brasil e no mundo, realizaram um estudo sobre as precipitações pluviométricas mensais de Londrina, PR, com dados do período de 1958 a 2003, utilizando-se das análises harmônica e de regressão linear, em que estima os componentes harmônicos e sintetiza os mais significativos. Realizando uma análise de variância, mediante os testes de homogeneidade de Bartlett, aditividade de Tukey e normalidade de Fisher, obtiveram que os dados atendem a introdução do modelo de análise harmônica, pela transformação de Fourier. Para a homogeneização das variâncias, usou-se a transformação  $Y = X^{0,585466}$ , apresentando melhora na normalidade.

Pelo teste de Fisher, determinou que as ondas anual e quadrimestral foram significativas ao nível de 5% de probabilidade, sendo o modelo final representado pela equação

$$\hat{Y}_t = 751,2112 + 262,9261 \operatorname{sen}(30t + 96,0820)^\circ + 69,2120 \operatorname{sen}(90t + 53,1134)^\circ$$

Os autores concluíram que, a equação acima explicou 96,6% da variação das precipitações pluviais mensais, e que a onda anual explicou 90,7% da variação total entre os 12 meses de cada ano. Assim, afirmando que o método de Análise

harmônica aplicado aos dados de precipitação pluviométrica, obteve resultados coerentes comprovando os estudos teóricos com a prática.

#### **2.3.4.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS CHUVAS ANUAIS EM PELOTAS, RS**

Baptista da Silva e Basgalupp (2004), considerando a precipitação pluviométrica como um elemento climatológico de grande importância na produção agrícola, sendo que sua variabilidade no espaço e no tempo estão associadas às incertezas na colheita, produção e produtividade, principalmente em regiões de clima semi-árido. Ainda, que o estudo dos ciclos anuais de precipitação pluviométrica, bem como dos mecanismos e causas, são fundamentais na previsão de secas, realiza um estudo a partir de uma série de observações, de 1900 à 2003, através da análise espectral para modelar as chuvas anuais em Pelotas, seguido da verificação de seu modelo quanto a confiabilidade na previsão de novos ciclos de chuvas.

Os dados foram submetidos aos testes de Cochran e Shapiro-Wilk, os quais indicaram a homogeneidade das variâncias para  $\alpha = 0,05$  e, mostrando-se não significativo para  $p = 0,37$ , satisfazendo uma distribuição normal, sem a necessidade de transformações dos dados.

#### **2.3.4.3 Aplicação da Análise Harmônica na Caracterização Pluviométrica da Vertente Atlântica Sergipana como Critério de Decisão Agrícola**

Segundo Santos et al. (2007), Amaral e Baptista (1977) destacam ser importante estudar o comportamento das séries, de variáveis climáticas, a fim de destacar as periodicidades existentes, pois estas são fundamentais para o desenvolvimento de inúmeras atividades agrícolas. Ainda, afirmaram que a alta produtividade e que a estabilidade do rendimento de diferentes cultivares, sejam em áreas tropicais ou subtropicais, apresentam dependência de exigências hídricas. Portanto, os autores realizam um trabalho sobre a sazonalidade pluviométrica na zona hidrográfica da vertente atlântica sergipana, para determinar critérios de decisão agrícola.

Os dados estudados são os totais mensais de precipitação de postos pluviométricos, num intervalo de tempo de 1980 à 2005, sendo a região de estudo compreendida entre a divisa Sergipe/Bahia até a divisa Sergipe/ Alagoas.

Os resultados obtidos por análise harmônica apontam os fenômenos anuais como os mais importantes, em os efeitos analisados no intervalo de 2000 à 2005 apresentaram alterações no comportamento da sazonalidade das precipitações pluviais. Porém estes, não comprometem as atividades agrícolas da região.

#### **2.3.4.4 Análise harmônica do regime de precipitação em duas localidades da baixada cuiabana**

Observando que no Brasil a expansão da zona agrícola às regiões Norte e Centro-Oeste, nas décadas de 1970 e 1980, ocasionaram um processo de desmatamento sem precedentes, segundo Diniz, Fonseca e Campelo Jr. (2008), apresentando como resposta as alterações climáticas no ciclo de chuvas, que é correlacionável com o fluxo de calor e a evapotranspiração, os quais são afetados não só pelos desmatamento e queimadas já citados, tendo por consequência o aumento na concentração de gases que intensifica o efeito estufa.

Considerando a chuva como um elemento regulador para a agricultura, este grupo de pesquisadores realizam um trabalho voltado ao estudo e modelagem das precipitações, para contribuir na previsão da flutuação das precipitações, colaborando na elaboração de políticas públicas, para as áreas urbana e rural. Os estudos foram realizados para duas localidades da baixada cuiabana, Cuiabá e Santo Antônio do Leverger. Segundo os autores, Nimer (1979) caracteriza as chuvas nesta região como tipicamente tropicais, ou seja, apresenta máximas no verão e mínimas no inverno, e que Maitelli (1994) define em seu trabalho, quatro a cinco meses secos e duas estações caracterizadas por uma seca, Outono – inverno e uma chuvosa, primavera – verão.

A análise dos dados de 1912 a 2006 e de 1987 a 2006, para Cuiabá e Santo Antônio do Leverger, respectivamente, foi realizada por meio das séries de Fourier. As duas Séries históricas comprovaram um regime pluviométrico periódico, demonstrando que não há variação significativa entre as duas localidades, e que a pluviosidade anual acumulada aumentou ao longo da série, a partir de 1970.

Os resultados apresentam uma alteração no ciclo hidrológico, com o aumento dos picos de precipitação máxima, levando os autores a concluírem que a região está sendo afetada pelas mudanças climáticas.

### 3 Material e Métodos

#### 3.1 Definição do espaço observacional e período de estudos

O Estado do Rio Grande do Sul (RS) – Brasil, possui uma extensão territorial de aproximadamente 282.184 km<sup>2</sup> e, pode ser localizado espacialmente entre as latitudes de 27°05' e 33°45' Sul e longitudes de 49°43' e 57°39' Oeste.

Para obter a precipitação média mensal no RS nos últimos 60 anos, foram selecionadas 31 estações meteorológicas (EM) bem distribuídas geograficamente por todo o Estado, sendo que suas localizações espaciais, período de observação e fontes de dados estão dispostas na tabela abaixo

Tabela (3.1 – 01) – Localização das EM(s), fonte e período da coleta de dados.

Estação	Latitude	Longitude	Altitude	Período	Fonte
1-Alegrete	29°41'	55°31'	124	1948 – 2007	8º DISME
2-Bagé	31°21'	54°06'	215	1948 – 2007	8º DISME
3-Bento Gonçalves	29°15'	51°31'	619	1948 – 2007	8º DISME
4-Bom Jesus	28°40'	50°26'	1047	1948 – 2007	8º DISME
5-Caçapava do Sul	30°30'	53°29'	450	1948 – 2007	8º DISME
6-Cachoeira do Sul	30°02'	52°53'	72	1948 – 2007	8º DISME
7-Caxias do Sul	29°10'	51°12'	785	1948 – 2007	8º DISME
8-Cruz Alta	28°38'	53°36'	472	1948 – 2007	8º DISME
9-Encruzilhada do Sul	30°32'	52°31'	427	1948 – 2007	8º DISME
10-Ijuí	28°23'	53°54'	448	1948 – 2007	FEPAGRO
11-Iraí	27°11'	53°14'	222	1948 – 2007	8º DISME
12-Júlio de Castilhos	29°13'	53°40'	516	1948 – 2007	FEPAGRO
13-Lagoa Vermelha	28°25'	51°35'	836	1948 – 2007	8º DISME
14-Palmeira das Missões	27°53'	53°26'	634	1948 – 2007	8º DISME
15-Passo Fundo	28°15'	52°24'	676	1948 – 2007	8º DISME
16-Pelotas	31°52'	52°21'	13	1948 – 2007	8º DISME
17-Porto Alegre	30°01'	51°13'	46	1948 – 2007	8º DISME
18-Rio Grande	32°01'	52°05'	5	1948 – 2007	8º DISME
19-Santa Maria	29°42'	53°42'	95	1948 – 2007	8º DISME
20-Santa Rosa	27°51'	54°25'	360	1948 – 2007	8º DISME
21-Santa Vitória do Palmar	33°31'	53°21'	6	1948 – 2007	8º DISME
22-Santana do Livramento	30°53'	55°32'	210	1948 – 2007	8º DISME
23-Santo Ângelo	28°18'	54°15'	289	1948 – 2007	8º DISME
24-São Borja	28°39'	56°00'	96	1948 – 2007	FEPAGRO
25-São Gabriel	30°20'	54°19'	124	1948 – 2007	8º DISME
26-São Luiz Gonzaga	28°23'	54°58'	254	1948 – 2007	8º DISME
27-Taquari	29°48'	51°49'	76	1948 – 2007	8º DISME
28-Torres	29°20'	49°43'	43	1948 – 2007	8º DISME
29-Uruguaiana	29°45'	57°05'	74	1948 – 2007	8º DISME
30-Vacaria	28°33'	50°42'	960	1948 – 2007	8º DISME
31-Veranópolis	28°56'	51°33'	705	1948 – 2007	FEPAGRO

Descrição das fontes de dados:

Os dados coletados pelas estações citadas acima foram disponibilizados pelo Instituto Nacional de Meteorologia – INMET, obtidos através de:

a) 8º DISME

8º Distrito de Meteorologia – Porto Alegre

b) FEPAGRO

Fundação Estadual de Pesquisas Agropecuárias.

### 3.1.1 Organização dos dados

Os dados coletados pelas EM(s) no período de 1948 à 2007, apresentam a precipitação pluvial dos totais mensais das 31 estações e constituem uma série histórica, que na sua totalidade tem 22320 dados, sendo 720 de cada EM. O conjunto de dados apresenta falhas de 27 dados, comprometendo aproximadamente 0,1209% do conjunto de dados. Adota-se, neste estudo, realizar uma reposição destes dados, mediante as estimativas para os totais de chuvas previstas para algumas estações do RS, de acordo com Buriol et al, 2007, que podem ser realizadas através de seus diagramas, dos quais apresenta-se abaixo os selecionados por interesse deste trabalho, devido a falha nos dados destas EM(s):

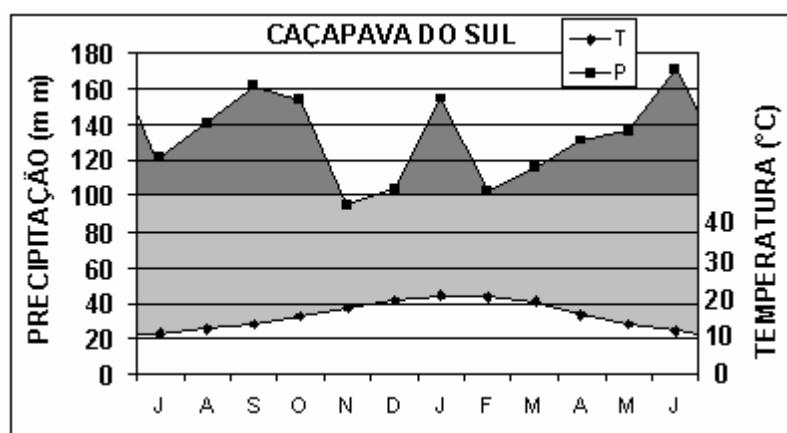


Figura (3.1.1 - 01) – Diagrama Climático da estação meteorológica de Caçapava do Sul

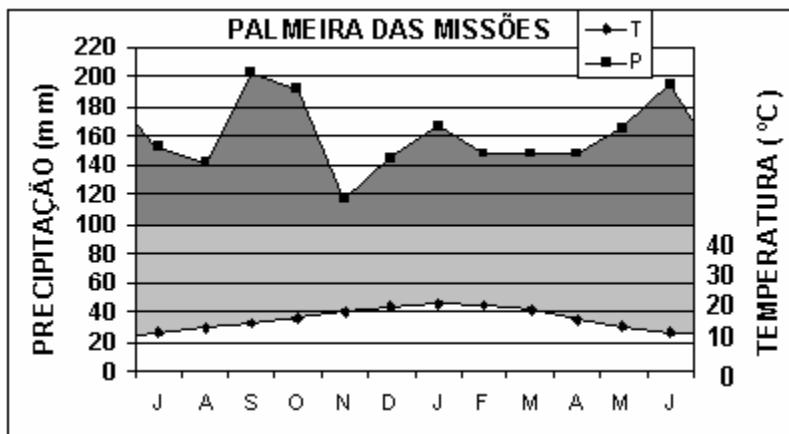


Figura (3.1.1 - 02) – Diagrama Climático da estação meteorológica de P. das Missões.

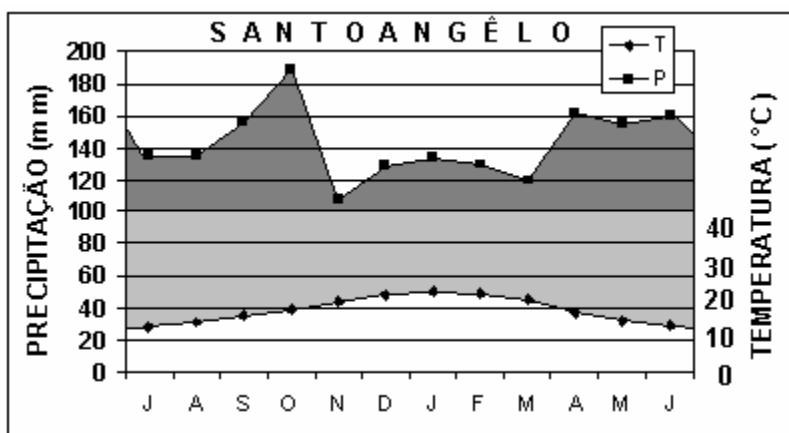


Figura (3.1.1 - 03) – Diagrama Climático da estação meteorológica de Santo Ângelo

A linha superior representa o comportamento dos totais de chuva ao longo das estações do ano, a linha inferior representa o comportamento da temperatura ao longo destas estações.

Após reposição de dados, estes são reduzidos ou expandidos a meses de 30 dias (seção 3.1.2), seguido da constituição de grupos (seção 3.2.1), os quais, individualmente, são constituídos por 720 dados, das médias mensais do total de estações que o constituem.

### 3.1.2 Redução à meses de 30 dias

Neste trabalho adota-se utilizar um método estatístico (AH), o qual requer um período conhecido, compreendido no intervalo de 60 anos deste estudo. Na procura de um modelo matemático que descreva o comportamento da precipitação pluvial média mensal, adota-se uma periodicidade mensal e, considerando que o modelo

matemático é constituído de funções seno e cosseno (seção 2.2.5), as quais o argumento da função é dado em graus, adequa-se aqui, o ciclo anual ao ciclo trigonométrico.

Os totais de chuvas mensais, são constituídos da soma dos totais de chuva diário coletados na EMs (seção 3.1), onde é importante perceber que os dias não se distribuem igualmente em todos os meses do ano.

Fazer-se aqui, que cada mês represente  $30^\circ$  no ciclo trigonométrico (CT), para representar um ano em  $360^\circ$ , com 360 dias, sendo que cada dia corresponda a  $1^\circ$  no CT. Caso contrário, os dias representariam diferentes medidas em graus, para diferentes meses de  $30^\circ$  no CT, devido que estes diferem alternadamente de 1 dia, e tendo 30 dias como referencia, apresentariam uma diferença de 2 dias nos meses de fevereiro, diferença esta que diminui para 1 dia em anos bissextos. Com isto, reduze-se ou expande-se os meses os meses para 30 dias.

Para, reduzir os meses de 31 à 30 dias, opera-se nos totais mensais com a razão 30/31. Considerando que é fundamental trabalhar com uma homogeneidade de meses de 30 dias, deve-se realizar uma expansão à meses de 30 dias para os meses de fevereiro, logo operando-se em sua média mensal com a razão 30/28. Observando que, segundo Tarsia (1995), o calendário Gregoriano serve de padrão internacional para uso civil, opta-se neste trabalho adequar os dados a este calendário, considerando que em anos bissextos temos um mês de 29 dias para Fevereiro, realiza-se sobre estes uma expansão a 30 dias, operando com a razão 30/29, em que os anos de 366 dias neste intervalo de 60 anos são: 1948, 1952, 1956, 1960, 1964, 1968, 1972, 1976, 1980, 1984, 1988, 1992, 1996, 2000, 2004 e 2008.

### **3.2 Metodologia**

A metodologia a ser adotada para uma análise climatológica é fundamental e determinante para estabelecer os limites inferiores e superiores dos resultados, seja em termos da precisão na descrição do sistema climatológico. Nesta pesquisa a metodologia se traduz em que: a partir da análise teórica proposta na seção (2.2) para descrever o sistema climatológico, e utilizando-se da experiência obtida por diferentes pesquisadores na seção (2.3), determina-se um processo eficiente em sua execução, proporcionando assim excelentes aproximações nas descrições do

sistema climatológico de interesse. Contudo, a ordem adotada de sua execução é de fato um elemento metodológico fundamental, pois trata-se de um processo em que o controle de seu desenvolvimento é importante na obtenção de uma análise satisfatória, para efeito de customizar os dispêndios associados, seja em termos de informações e/ou erros.

Portanto, a partir da definição do espaço e período de observação citados na seção (3.1), e da organização dos dados (seção 3.1.1), seguida da seção (3.1.2), obtêm-se as médias (aritmética) mensais dos totais de precipitação pluviométrica para cada um dos seis grupos (seção 3.2.1) no período de 60 anos, procede-se uma análise dos dados de forma ordenada (recomendado na literatura) conforme a seção (3.2.2) em que satisfeitas as condições, seja por meio de transformação de dados conforme eq. (2.2.3 – 38), submete-se os grupos a análise harmônica (seção 3.2.3), obtendo os harmônicos de maior representatividade, conforme seção (3.2.4).

Os modelos são testados quanto a suas capacidades de previsão (seção 3.2.5), tendo suas validades verificadas de acordo com os testes da seção (2.2.7).

### 3.2.1 Análise de Agrupamento (AA)

Considerando que o trabalho apresentado na seção (2.3.3), apresenta uma representatividade, através de seis regiões homogêneas, coerente do ponto de vista morfológico e climatológico do RS, adota-se estas regiões para representar os grupos constituídos pelas EMs de estudo neste trabalho, em que apresenta-se os seguintes grupos na tabela abaixo:

Tabela (3.2.1 – 01) – As EM(s) constituintes de cada grupo<sup>10</sup>.

Estações	Grupo (01)	Grupo (02)	Grupo (03)	Grupo (04)	Grupo (05)	Grupo (06)
Alegrete			X			
Bagé			X			
Bento Gonçalves						X
Bom Jesus						X
Caçapava do Sul		X			X	
Cachoeira do Sul						
Caxias do Sul				X		X
Cruz Alta				X		
Encruzilhada do Sul		X				
Ijuí				X		
Iraí				X		
Julio de Castilho					X	
Lagoa Vermelha						X
Palmeira da Missões					X	
Passo Fundo					X	
Pelotas	X					
Porto Alegre		X				
Rio Grande	X					
Santa Maria				X		
Santa Rosa				X		
Santa V. do Palmar	X					
Santana do L.			X			
Santo Ângelo				X		
São Borja			X			
São Gabriel		X				
São Luiz Gonzaga		X				
Taquari		X				
Torres			X			X
Uruguaiana						X
Vacaria						X
Veranópolis						X

<sup>10</sup> Cada grupo é constituído por um determinado número de EMs, sendo cada uma destas representadas pelas cidades as quais pertencem (geograficamente), mesmo sendo estas, distantes entre si.

A tabela (3.2.1 – 01), possibilita identificar as EMs (representada por suas localidades) pertencentes a cada grupo, através da cor correspondente ao grupo, sendo que número de marcação de cada coluna é igual ao número de EMs do grupo correspondente.

### 3.2.2 Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias

Os testes de normalidade e a homogeneidade das variâncias (seção 2.2.3), são aplicados aos dados para verificação destas propriedades, isto, na ordem que segue.

a) Os grupos definidos na seção (3.2.1), tem suas médias mensais (seção 4.1) submetidas ao teste de Shapiro e Wilk (1965), de acordo com a seção (2.2.3.1), para a normalidade, testando a estatística (2.2.3 – 21) para  $n > 20$  (dimensão da amostra), considerando as eq. (2.2.3 – 18 e 19) e que o coeficiente  $a_{n-i+1}$  é obtido na tabela (2.2.3 – 01).

b) Os grupos definidos na seção (3.2.1), após serem submetidos à seção (3.2.2 – a), têm suas variâncias mensais submetidas ao teste de Cochran para a homogeneidade de variâncias , testando a estatística, eq. (2.2.3 – 22), para o nível de significância de 5% conforme Baptista et al., 2002.

Se os testes (a) e (b) não verificarem uma distribuição normal de variâncias homogêneas, os dados originais são submetidos a uma transformação, eq. (2.2.3 – 38), para a verificação destas propriedades.

### 3.2.3 Análise Harmônica (AH)

As médias mensais representam um conjunto de dados ordenados no tempo, caracterizando uma série temporal (seção 2.2.4) em que segundo Morettin e Toloi (1981), uma descrição harmônica pode ser satisfeita utilizando-se das séries temporais de Fourier.

Considerando as “n” regiões homogêneas (RHs) conhecidas na seção (2.3.3), e agrupando as EMs de acordo com a tabela (3.2.1 – 01), constituindo grupos em que o conjunto de dados é representado pela matriz (4.1 – 02). Após satisfazer uma distribuição normal destes dados com variâncias homogêneas, de acordo com a seção (3.2.2), obteremos um modelo matemático (série temporal) que possibilite uma aproximação do comportamento das médias mensais das RHs ao longo do tempo, realizando nestas uma análise segundo a transformada de Fourier (2.2.5.3 – 05) dada pela autofunção que segue:

$$Y_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) + e_n \quad (3.2.3 - 01)$$

Sendo

$Y_n$ : Valor estimado da variável temporal.

$n = 1, 2, 3, \dots, N$ : O número de harmônicos.

$\omega_n = 2\pi/T$ : A freqüência angular do N-ésimo harmônico sendo esse inversamente proporcional ao período ( $0 \leq T \leq 12$ ) de oscilação associado.

$t = 0, 1, \dots, 11$ : Assumindo os meses do ano.

$a_0$ : A média aritmética da média mensal dos dados observados.

$a_n, b_n$ : São os coeficientes da série a serem obtidos, caracterizando as amplitudes associadas ao N-ésimo harmônico.

$e_n$ : Resíduos (seção 2.2.7)

As equações 2.2.5.3 – 06 são apresentadas para uma distribuição discreta, conforme Baptista e Basgalupp (2004), ou seja

$$\frac{a_0}{2} = \frac{\sum_{n=1}^N Y_n}{N} = \bar{Y} \quad (3.2.3 - 02)$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{Y}) \cos(\omega_n t) \quad (3.2.3 - 03)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{Y}) \sin(\omega_n t) \quad (3.2.3 - 04)$$

Para estimar os parâmetros dos modelos de análise harmônica utilizou-se o periodograma, conforme o procedimento de Spectral Analysis do software STATISTICA. O periodograma ou espectro amostral é um dos estimadores do espectro do processo estocástico estacionário. O espectro de um processo estocástico é definido como a transformada de Fourier da sua função de autocovariância.

O periodograma pode ser também ser expresso, em função dos coeficientes das funções seno e cosseno, pela transformada discreta de Fourier, ou seja:

$$I_n = \frac{N}{2} (a_n^2 + b_n^2) \quad (3.2.3 - 05)$$

O periodograma, segundo Box, Jenkins e Reinsel (1994), fornece a forma como as variâncias da série, constituídas por uma combinação de senos e cossenos, estão distribuídas entre as varias frequências harmônicas distintas (MEZZOMO, 2007).

### 3.2.4 Representatividade das ondas senoidais

A representatividade, do modelo, do comportamento da variabilidade dos dados de cada região homogênea, pode ser escrito utilizando-se da eq. (2.2.6. – 01):

$$R_n^2 = \frac{N}{2} \frac{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)}{\sum_j (X_i - \bar{X})^2} \quad (3.2.4 - 01)$$

o qual indicará o número de ondas a serem utilizados no modelo, selecionam-doas pela magnitude de suas amplitudes (Baptista et al., 2004).

Devido que a precipitação pluvial média mensal apresenta uma variabilidade ao longo do eixo Norte-Sul no RS (seção 2.3.3), adota-se uma representatividade mínima de 80% da variabilidade dos dados, sendo que percentuais superiores a este são de interesse, mas que não seja as custas de um acréscimo de harmônicos (ondas senoidais). Adota-se neste estudo o uso do princípio de parcimônia que, de acordo com Dutra (1988), considera-se o modelo mais adequado aquele que apresenta melhor ajuste (representatividade) e, menor número de parâmetros (harmônicos).

### 3.2.5 Previsão

Os modelos estacionários obtidos conforme a seção (3.2.3) deverão apresentar todos os termos de uma série temporal (seção 2.2.4) para previsão, ou seja, devem evoluir no tempo de acordo com tendência da série original. A validade dos modelos para previsão será realizada de acordo com a análise de resíduos propostas na seção (2.2.7).

## 4 Resultados e Discussão

Após a organização dos dados e redução/expansão a 30 dias (seções 3.1.1 e 3.1.2), e considerando o agrupamento (seção 3.2.1), busca-se as características Climáticas nas Regiões de estudo (seção 4.1), seguido dos testes de Shapiro – Wilk e Cochran (seção 2.2.3), realiza-se a Análise Harmônica (seção 3.2.3) para a obtenção dos modelos, sendo suas representatividades definidas em termos das amplitudes mais relevantes (seção 3.2.4). Os modelos são verificados para previsão (seção 3.2.5), como segue a partir da seção (4.2).

### 4.1 Climatologia das Regiões homogêneas

Na seção (2.3.3), observamos de acordo com Marques (2005), a existência de 6 regiões homogêneas, obtidas através de métodos de AA, torna-se importante conhecer a climatologia característica destas regiões, principalmente o comportamento da precipitação pluviométrica ao longo dos meses.

A partir da análise sobre os dados dos totais de chuvas mensais coletados por 31 EMs distribuídas no Estado do RS, observa-se que cada EM apresenta um conjunto de 720 dados, dispostos numa matriz de 12 (meses) linhas por 60 (anos) colunas, ou seja

$$(EM)_k = \begin{pmatrix} X_{1,1_k} & \cdots & X_{1,60_k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{12,1_k} & \cdots & X_{12,60_k} \end{pmatrix} \quad (4.1 - 01)$$

sendo  $k = 1, 2, 3, \dots, 31$ , representa o número de EMs.

Na constituição dos grupos (agrupamento), obtém-se uma matriz de mesmas dimensões 12 por 60, em que cada elemento desta nova matriz representa o valor da média dos dados das  $n$ -ésima linha e  $m$ -ésima coluna das representações matriciais das EMs que constituem o dado grupo, respectivamente as linhas e colunas do elemento da nova matriz, dados por

$$(y_{ij})_p = \frac{1}{N_p} \sum_{k'=1}^{N_p} (X_{ij})_{k'}; i = 1, 2, \dots, 12 \text{ e } j = 1, 2, \dots, 60 \quad (4.1 - 02a)$$

Sendo  $k'$  o número de estações constituintes do  $p$ -ésimo grupo, e  $(N_p)$  é a  $p$ -ésima estação do grupo  $p$ .

Obtém-se, assim, a matriz:

$$(Grupo)_p = \begin{pmatrix} y_{1,1,p} & \cdots & y_{1,60,p} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{12,1,p} & \cdots & X_{12,60,p} \end{pmatrix} \quad (4.1 - 02b)$$

A matriz referida, de 720 dados, representa uma dada região homogênea apresentando 12 linhas associadas aos meses do ano, e 60 colunas ordenadas ao número de anos de estudo. Para obter-se a média mensal ao longo de 60 anos, toma-se a média aritmética dos 60 valores da determinada linha, associada ao mês de interesse.

Neste estudo, vamos apresentar o comportamento da precipitação pluviométrica ao longo do tempo, por sua média mensal, caracterizando o elemento climatológico. A seguir exibe-se a climatologia característica das 6 regiões homogêneas, definida pelo elemento climatológico de estudo.

### a) Grupo 01 – Litoral

Caracteriza-se o regime de chuvas desta Região em termos da precipitação pluvial média mensal e observa-se seus máximos e mínimos mensais no intervalo de 60 anos.

Tabela ( 4.1 – 01 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 01, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	260,2	106,2	10,7
Fevereiro	429,6	130,2	12,2
Março	335,7	106,7	25,5
Abril	322,9	91,8	12,9
Maio	331,6	89,5	15,3
Junho	215,5	105,8	14,6
julho	403,6	129,5	8,3
Agosto	195,4	107,8	12,6
Setembro	236,0	127,4	30,5
Outubro	207,8	94,9	14,8
Novembro	288,6	87,8	18,1
Dezembro	263,2	77,0	12,9

Pode-se observar que, de modo geral, os meses que apresentam os máximos mais destacados, são os meses de ocorrência dos mínimos mais acentuados, permitindo concluir que a variabilidade dos dados é maior nestes meses. Nota-se ainda, que a média se aproxima dos menores valores de precipitação, conforme o gráfico abaixo

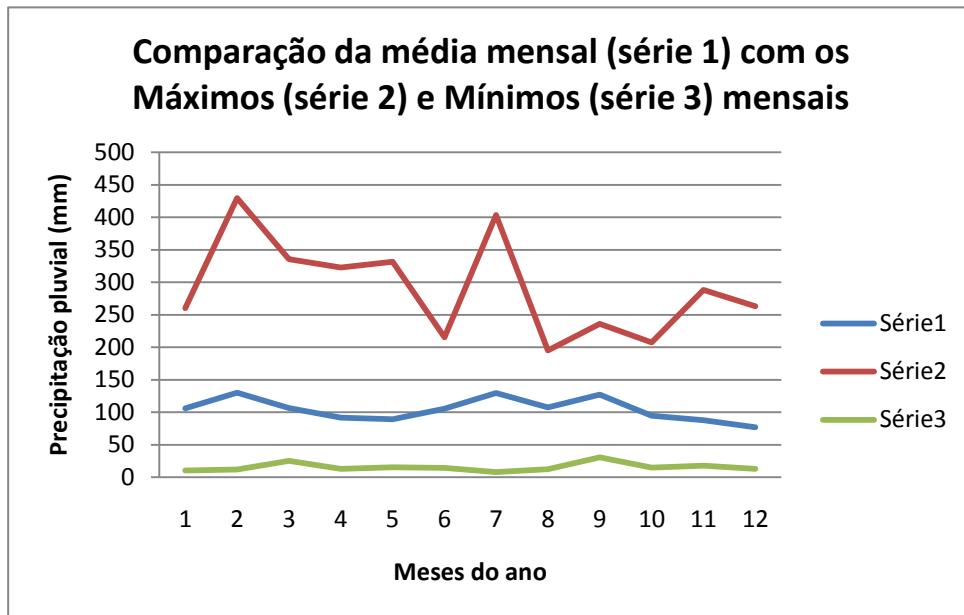


Figura ( 4.1 – 01 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do Grupo 01, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

A figura (4.1 – 01), permite identificar que os valores máximos de precipitação pluviométrica para esta região, no intervalo de 60 anos, apresentaram-se de Fevereiro à Maio e em torno de Julho, sendo mais pronunciados nos meses de Janeiro à Fevereiro e em Julho, onde os mínimos valores são observados.

### b) Grupo 02 – Serra do Sudeste

O grupo 02 apresenta sua média mensal, e os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos:

Tabela ( 4.1 – 02 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 02, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	239,4	114,7	26,3
Fevereiro	274,6	124,6	31,2
Março	203,7	108,7	24,2
Abril	242,3	110,1	8,2
Maio	369,4	104,0	8,3
Junho	397,8	144,6	22,6
julho	281,0	137,2	31,4
Agosto	294,6	121,1	17,6
Setembro	275,1	149,1	27,9
Outubro	360,1	138,4	37,5
Novembro	293,0	101,7	10,4
Dezembro	212,1	99,1	12,6

Nesta região, os máximos (Mínimos) mensais ocorreram de Maio à Junho (Maio à Junho) e, posteriormente, no mês de Outubro (Novembro a Dezembro), pode-se observar que, diferentemente do grupo 01, de forma geral, os meses que apresentaram os máximos mais destacados, não coincidem com os que apresentaram os mínimos mais acentuados.

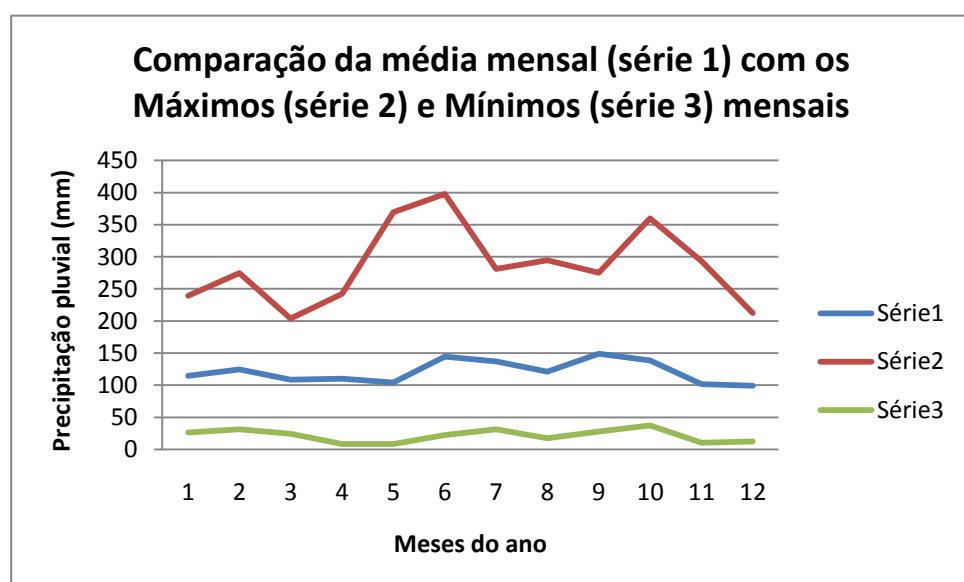


Figura ( 4.1 – 02 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 02, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

### c) Grupo 03 – Região Oeste do Estado

As médias mensais de precipitação pluvial e os máximos e mínimos mensais são apresentados abaixo

Tabela ( 4.1 – 03 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 03, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	262,7	120,1	16,7
Fevereiro	363,6	138,8	17,5
Março	283	139,3	38,6
Abril	464,5	155,8	35,5
Maio	319,3	120,3	11,8
Junho	260,4	115,7	10,8
julho	258,9	100,7	25,4
Agosto	191,5	88,5	14,6
Setembro	259,2	132,9	58,1
Outubro	339,8	153,5	76,6
Novembro	330,9	114,2	21,2
Dezembro	294,6	112,0	31,3

Nesta região, os máximos mensais se destacam no intervalo de Outubro à Dezembro e nos meses de Fevereiro e Maio, tendo sua maior expressividade em Abril. Os menores valores mensais nos 60 anos, encontram-se em torno de Maio à Junho, conforme observa-se abaixo

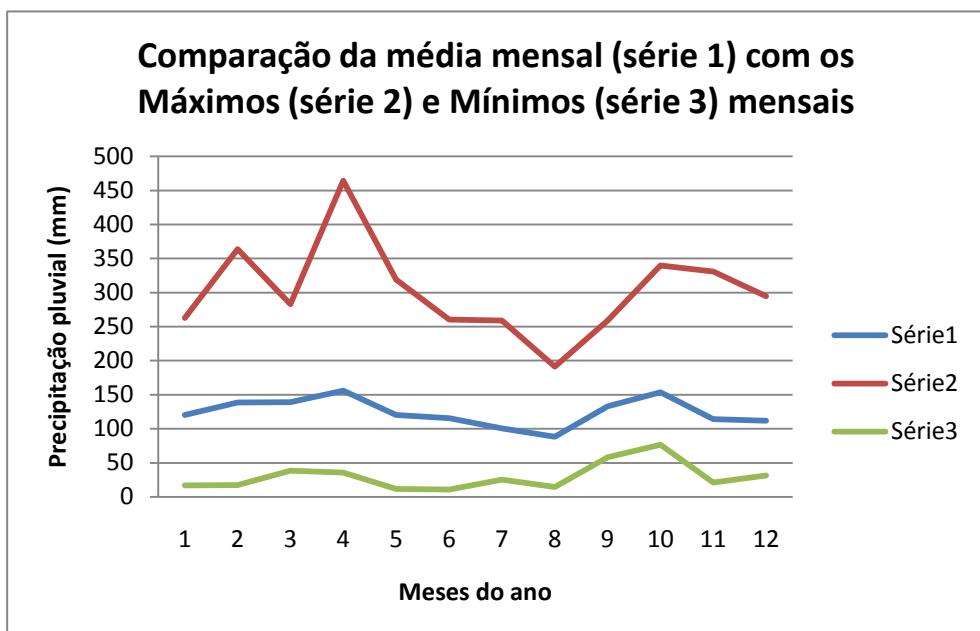


Figura ( 4.1 – 03 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 03, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

#### d) Grupo 04 – Planalto médio

Neste grupo, a média mensal e os máximos e mínimos mensais, apresentam seus comportamentos ao longo do tempo, de acordo com a tabela (4.1 – 04) e figura (4.1 – 04).

Tabela ( 4.1 – 04 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 04, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	296,5	144,3	23,9
Fevereiro	364,1	149,7	34,3
Março	236,2	129,5	38,0
Abril	327,8	152,3	25,0
Maio	384,9	132,9	13,5
Junho	482,7	147,8	23,8
julho	347,9	129,9	23,2
Agosto	290,3	125,5	29,8
Setembro	322,3	169,6	68,1
Outubro	516	185,7	55,7
Novembro	365,9	136,4	24,2
Dezembro	313,6	138,6	34,0

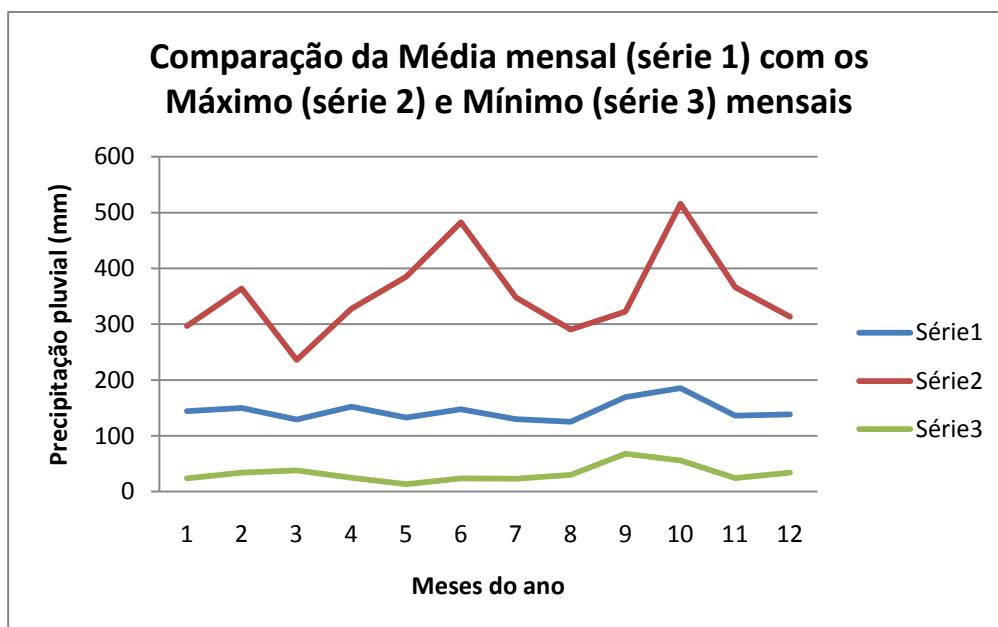


Figura ( 4.1 – 04 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 04, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Observa-se que os valores máximos, superiores a 350mm, apresentam ocorrências no mês de Fevereiro, no intervalo de Abril à Julho é em Outubro. Os

máximos mensais mais expressivos se verificaram nos meses de Junho e Outubro, sendo que os valores mínimos neste período, são encontrados em torno de Maio.

### e) Grupo 05,06 – Serra do Nordeste

O comportamento da média mensal, e dos máximos e mínimos mensais, ao longo do tempo são investigados para os grupos 05 e 06, através das tabelas e gráficos apresentados a seguir:

Tabela ( 4.1 – 05 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 05, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	258,2	140,0	44,5
Fevereiro	296,5	140,1	27,9
Março	253,9	129,9	35,5
Abril	290,7	132,2	25,6
Maio	302,6	129,2	9,5
Junho	364,5	154,1	24,5
julho	336	139,4	26,0
Agosto	369,3	135,1	19,4
Setembro	326,5	179,4	64,6
Outubro	421,3	175,0	57,2
Novembro	300,3	126,5	20,4
Dezembro	306,7	134,3	54,2

Tabela ( 4.1 – 06 ) – Comportamento médio da precipitação pluvial média para o grupo 06, apresentando seus máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

Meses	Máximo mensal	Média mensal	Mínimo mensal
Janeiro	297,8	141,4	38,1
Fevereiro	299,1	149,7	54,9
Março	225,2	122,0	48,4
Abril	221,8	118,4	19,4
Maio	233,1	106,9	11,0
Junho	304,8	129,9	35,9
julho	407,8	136,0	20,9
Agosto	310,9	137,9	22,3
Setembro	387,8	168,8	51,3
Outubro	327,4	155,0	49,0
Novembro	254,4	118,2	25,9
Dezembro	289,7	133,4	15,2

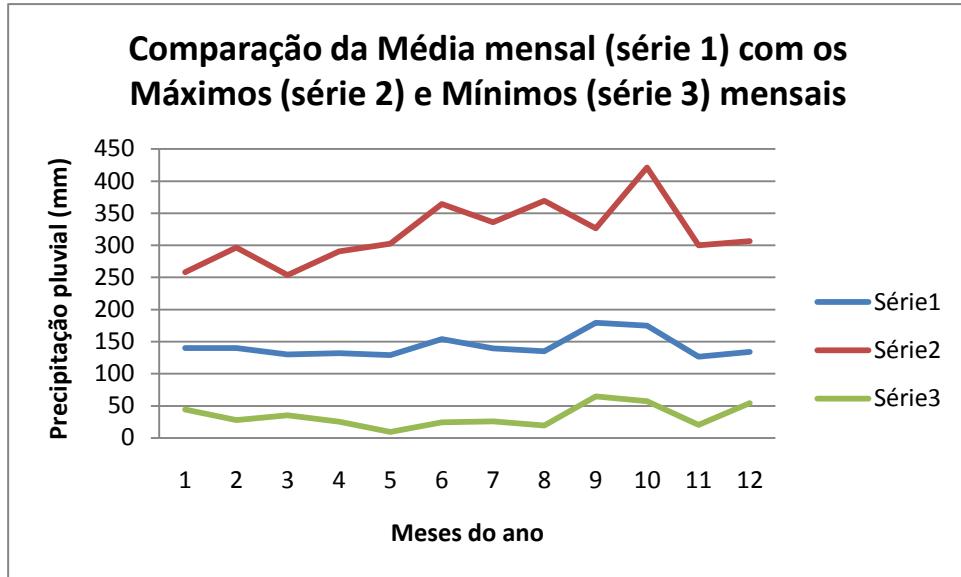


Figura ( 4.1 – 05 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 05, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

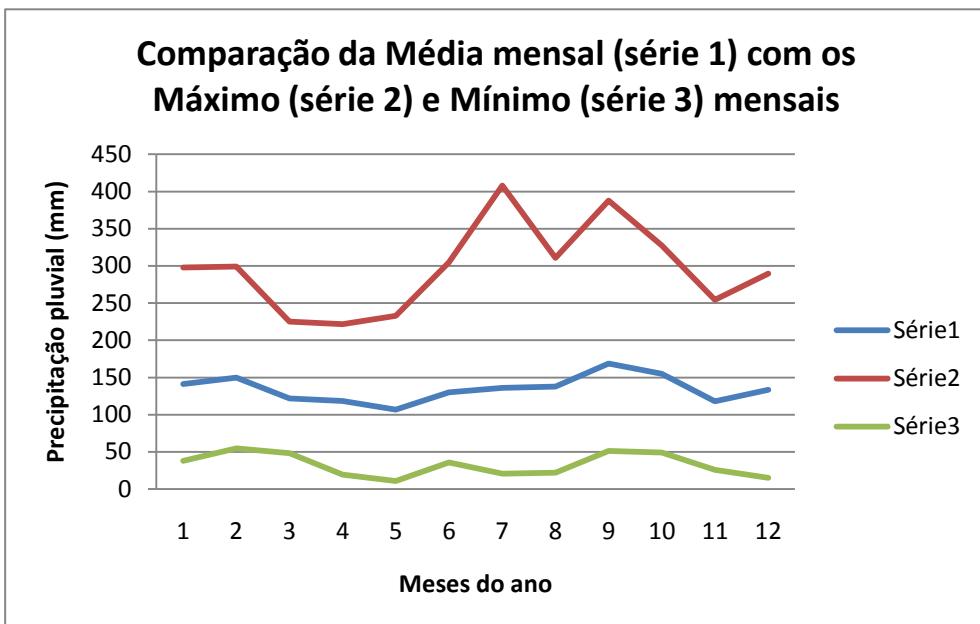


Figura ( 4.1 – 06 ) – Comparação do comportamento da precipitação pluvial média mensal, do grupo 06, com os máximos e mínimos no intervalo de 60 anos.

É possível observar na figura (4.1 – 05), que o Máximo mensal no período de 60 anos é mais expressivo no mês de Outubro, e que os mínimos mensais estão centrados em Maio. O grupo 06 (figura 4.1 – 06), tem seus Máximos no intervalo de Julho à Setembro, apresentando seus Mínimos em torno de Maio e Dezembro.

Neste trabalho, adotou-se estudar o comportamento da precipitação pluvial média mensal para o Estado do RS, por regiões, devido ao fato que a precipitação pluvial apresenta uma variabilidade espacial, conforme procura-se aqui explicitar em

termos da diferença entre as Médias mensais das seis regiões homogêneas, no gráfico que segue:

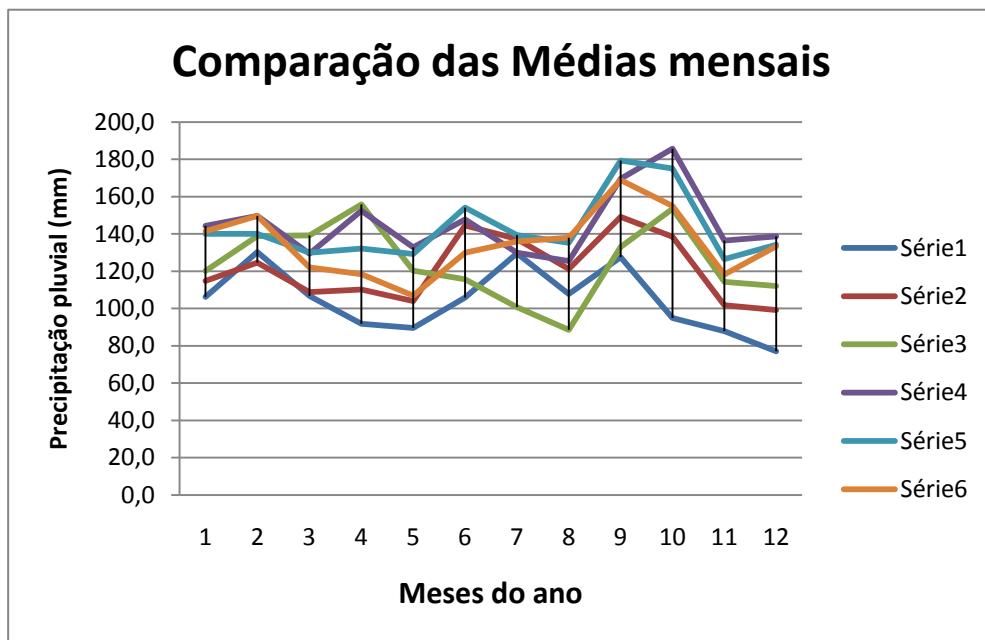


Figura ( 4.1 – 07 ) – Comparação das médias mensais dos 6 grupos, sendo que as séries 1, 2, 3, 4, 5 e 6 correspondem as Médias mensais dos Grupos 01, 02, 03, 04, 05 e 06, respectivamente.

A diferença entre as médias mensais dos grupos 04 e 01, é de aproximadamente 38mm no mês de Janeiro, no mês de Fevereiro a diferença maior foi entre os grupos 06 e 02, sendo de aproximadamente 25mm. Nos demais meses do ano não ocorreram diferenças menores do que esta última (25mm), apresentando diferenças mais significativas nos meses de Abril, de aproximadamente 64mm, de Outubro com aproximadamente 90mm e de 61mm em Dezembro.

#### 4.1.1 Tendência Linear dos dados

Para conhecer a tendência linear dos dados de precipitação pluvial mensal das regiões homogêneas de estudo, estabelece-se neste trabalho o uso de regressão linear dos dados sobre o número de meses.

Segundo Brená, Silva e Schneider (1978), para realizar-se uma análise de regressão é fundamental que se verifique algumas condições, como a homogeneidade de variâncias, a normalidade e a independência dos dados. Portanto, analisa-se a tendência de cada região homogênea, por meio de regressão linear dos dados, após satisfeitas as condições citadas acima, conforme exposto na seção (4.2), se expressam estes dados<sup>11</sup> pela equação (2.2.3 – 40), ou seja

$$y_i = AZ_i^{1-a} \quad (4.1.1 - 01)$$

Tomando o logaritmo em ambos os lados da igualdade, tem-se

$$\log y_i = \log A + (1 - a) \log Z_i \quad (4.1.1 - 02)$$

sendo  $A = 10$ .

De acordo com o estudo da estacionariedade dos dados de precipitação pluvial mensal, apresentada na seção 4.3 obteve-se, para cada grupo, equações de regressão linear correspondentes àquelas tendências lineares calculadas, dadas por

$$y_i = a' + b'X_i \quad (4.1.1 - 03)$$

sendo  $a'$  o coeficiente linear, considerando  $X_i = 1, 2, 3, \dots, 720$ , e  $b'$  o coeficiente angular da equação de regressão.

Substituindo a eq. (4.1.1 – 03) na eq. (4.1.1 – 02), pode-se retornar a variável original<sup>12</sup>, dada em unidades de milímetro, através de

$$Z_i = 10^{B(i)} \quad (4.1.1 - 04)$$

Sendo

$$B(i) = \frac{\log y_i - \log A}{1-a} \quad (4.1.1 - 05)$$

A análise apresentada a seguir, para as 6 regiões homogêneas, é realizada através do aumento relativo expresso abaixo

$$A_R = \frac{y_{720} - y_1}{y_1} \quad (4.1.1 - 06)$$

<sup>11</sup> A partir desta seção vamos nos referir aos dados transformados em algumas figuras, muitas vezes sem expressar suas unidades, devido as dificuldades de edição, considerar as unidades de  $mm^{1-a}$ .

<sup>12</sup> A variável original considerada, refere-se a média mensal de precipitação, que constituem um conjunto de 720 dados, os quais tem os totais de chuvas ajustados para meses de 30 dias.

Com a equação (4.1.1 – 06), obtém-se o aumento percentual respectivo a cada região (grupo) de estudo, considerando inclusive os grupos que não apresentaram uma tendência significativa, como expõem-se na seção (4.3). Os resultados para as regressões (eq. 4.1.1 – 03), as potências (eq. 4.1.1 – 05) e os valores dos extremos da reta de regressão (eq. 4.1.1 – 04), são apresentados para cada grupo na tabela abaixo

Tabela (4.1.1 – 01)<sup>13</sup> – Os valores das potências necessárias para a transformação dos dados, das equações de regressão linear para os extremos da reta, das variáveis originais associadas aos extremos através das respectivas equações de regressão linear, e dos aumentos relativo e mensal, são apresentados para os (as) 6 grupos (regiões homogêneas).

<b>Grupos</b>	<b>1-a</b>	<b>Y (i = 1)</b>	<b>Y (i=720)</b>	<b>Z(1)</b>	<b>Z(720)</b>	<b>AR x 100</b>	<b>Am(mm)</b>
*1	0,2162	26,3643	27,0833	88,5821	100,3217	2,7%	0,0163
2	0,4198	67,9809	77,0403	96,1210	129,4908	13,3%	0,0463
*3	0,2794	36,7472	38,0414	105,4370	119,3424	3,5%	0,0193
4	0,2241	29,3285	30,407	121,6703	142,9453	3,7%	0,0295
5	0,5639	153,8002	166,167	127,3229	146,03947	8%	0,0299
6	0,26704	35,5041	37,014	114,9898	134,3980	4,3%	0,0269

\* Nesses grupos, a tendência linear foi não significativa a 5%.

A partir das variáveis originais, é possível expressar o aumento mensal de precipitação pluvial média mensal, considerando o aumento dado por

$$A_m = \frac{Z_{720} - Z_1}{720}, \quad (4.1.1 - 07)$$

Pode-se notar, na oitava coluna da tabela (4.1.1 – 01), que o aumento mensal, para cada grupo, não se apresenta relevante.

A tabela (4.1.1 – 01), apresenta valores percentuais do aumento relativo, para cada grupo, não expressivos, de modo geral. Sendo que o aumento relativo apresentado ao longo de 60 anos para o grupo 01 é de aproximadamente 2,7%, e que os grupos 03, 04 e 06 apresentaram os percentuais de 3,5%, 3,7% e 4,3% respectivamente, sendo que seus aumentos relativos diferem no máximo de 0,8% e apresentaram no mínimo 0,8% de aumento relativo a mais do que para o grupo 01. Os grupos 02 e 05 tem os aumentos relativos mais relevantes, sendo que o grupo 02 se destacou com o percentual de 13,3%, e o grupo 05 ficou com 8%.

---

<sup>13</sup> A Tabela 4.1.1 – 01, apresenta as unidades de  $y_i$  e  $Z_i$ , em  $mm^{1-a}$  e mm respectivamente.

## 4.2 Testes de Normalidade e Homogeneidade das Variâncias

Observando o tamanho da amostra, através da tabela (2.2.3 – 02), para a significância de  $\alpha = 0,05$ ,  $k = 12$  e com  $n = 59$  graus de liberdade, obtém-se o valor do teste Cochran (seção 2.2.3.2) tabelado de

$$C_{0,05;12;59} = 0,134 \quad (4.2 - 01)$$

Considerando que para satisfazer a homogeneidade de variâncias é necessário que o valor de “C” calculado venha ser menor do que o tabelado, ou seja

$$C_{calc.} < C_{tab.} \quad (4.2 - 02)$$

Para o teste de Shapiro-Wilk<sup>14</sup> (seção 2.2.3.1), usou-se sua tabela estendida (não mostrado), que depende essencialmente do tamanho da amostra [  $N = 60$  (anos)], em que obteve-se o valor tabelado de seu teste

$$W_{0,05;60} = 0,963 \quad (4.2 - 03)$$

Observando que para satisfazer uma distribuição normal, o teste da seção (2.2.3.1) deve apresentar um valor calculado maior que o tabelado, ou seja

$$W_{cal.} > W_{tab.} \quad (4.2 - 04)$$

Os grupos conforme a tabela (3.2.1 – 01), foram condicionados aos requisitos expressos nas seções (2.2.3.1) e (2.2.3.2), para que possam ser submetidos aos respectivos testes, os resultados são expressos nas tabelas que seguem:

Tabela ( 4.2 – 01 ) – Resultado dos testes para o grupo 01.

Meses	Média	Variância	Teste <i>W</i>	Teste - Cochran <sup>15</sup>
1	101,2	2809,5651	0,974916358	0,163989221*
2	131,9	6285,4142	0,886302442*	
3	112,0	3571,7315	0,925939315*	
4	99,4	3335,6082	0,908873256*	
5	97,1	2862,6831	0,882262157*	
6	112,1	2759,2661	0,984854407	
7	122,0	5141,571	0,841233654*	
8	108,9	2316,3929	0,970918584	
9	126,3	2530,2167	0,970312176	
10	95,5	1969,084	0,975371034	
11	87,2	2460,9844	0,896682743*	
12	83,2	2285,6986	0,858838252*	

\* Significativos a 5%.

<sup>14</sup> Teste unilateral à esquerda.

<sup>15</sup> Na tabela (4.2 – 01), e nas demais tabelas desta seção, observar que o teste de Cochran (seção 2.2.3.2), não faz correspondência com algum mês, pois é definido através das variâncias mensais de cada grupo, de acordo com a eq. (2.2.3 – 22).

Tabela ( 4.2 – 02 ) – Resultado dos testes para o grupo 02.

Meses	Média	Variâncias	Teste W	Teste - Cochran
1	114,7	2572,48072	0,959122952*	0,118870462
2	124,6	3638,00765	0,950474437*	
3	108,7	1996,58757	0,980517856	
4	110,1	3524,3507	0,961486282*	
5	104,0	3723,80108	0,895347141*	
6	144,6	4951,77445	0,923344498*	
7	137,2	4122,85676	0,963970699	
8	121,1	3934,8553	0,957748507*	
9	149,1	3055,2207	0,978869642	
10	138,4	4557,51273	0,920949056*	
11	101,7	3594,35635	0,958747571*	
12	99,1	1985,09177	0,971746237*	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 03 ) – Resultado dos testes para o grupo 03.

Meses	Média	Variâncias	Teste W	Teste - Cochran
1	120,1	3752,2588	0,967853649	0,179090825*
2	138,8	6032,62019	0,950696925*	
3	139,3	4379,42199	0,955179026*	
4	155,8	8569,68796	0,885120965*	
5	120,3	4632,53159	0,946435499*	
6	115,7	2858,19453	0,979032591	
7	100,7	3350,23377	0,892847889*	
8	88,5	2050,63671	0,962926684	
9	132,9	2418,74421	0,955710342*	
10	153,5	3019,60956	0,899436022*	
11	114,2	3916,17679	0,941647972*	
12	112,0	2870,95583	0,925499341*	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 04 ) – Resultado dos testes para o grupo 04.

Meses	Média	Variâncias	Teste W	Teste - Cochran
1	144,3	4604,68416	0,973485277	0,128895644
2	149,7	5154,6686	0,953097402*	
3	129,5	2257,59909	0,976184032	
4	152,3	6037,98167	0,971431809	
5	132,9	5578,87303	0,950425399*	
6	147,8	5082,86393	0,866282989*	
7	129,9	3365,85418	0,914400088*	
8	125,5	3937,55211	0,962702724	
9	169,6	4078,07244	0,966805662	
10	185,7	7370,20344	0,914308767*	
11	136,4	5945,80257	0,935504206*	
12	138,6	3765,46098	0,964050849	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 05 ) – Resultado dos testes para o grupo 05.

Meses	Média	Variâncias	Teste W	Teste - Cochran
1	140,0	2944,96273	0,983836683	0,116087744
2	140,1	3633,59937	0,96300983	
3	129,9	2202,11104	0,991401758	
4	132,2	3942,07833	0,964188839	
5	129,2	3897,59691	0,981096972	
6	154,1	5082,69396	0,940717842*	
7	139,4	4120,56466	0,946731578*	
8	135,1	4946,4216	0,958875068*	
9	179,4	3784,23472	0,938163767*	
10	175,0	5541,87839	0,90156098*	
11	126,5	4289,83927	0,96363641	
12	134,3	3352,72253	0,894923171*	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 06 ) – Resultado dos testes para o grupo 06.

Meses	Média	Variâncias	Teste W	Teste - Cochran
1	141,4	3166,76751	0,976771168	0,139952237*
2	149,7	2892,09821	0,979959929	
3	122,0	1559,70253	0,985032812	
4	118,4	2544,42117	0,981424215	
5	106,9	3329,65151	0,942912615*	
6	129,9	3595,19301	0,95591069*	
7	136,0	4313,86855	0,917221898*	
8	137,9	4663,18848	0,983023353	
9	168,8	5776,15708	0,927223539*	
10	155,0	3787,22442	0,957513084*	
11	118,2	2756,90546	0,976228263	
2	133,4	2887,1676	0,922217558*	

\* Significativos a 5%.

As tabelas acima (4.2 – 01,...,06), demonstram que alguns grupos não satisfazem a condição de homogeneidade de variâncias, e os que satisfazem por sua vez não apresentaram uma distribuição normal, em que podemos afirmar, generalizando, que os seis grupos não foram aprovados nos testes de Normalidade e Homogeneidade de Variâncias. Com isto, os grupos foram submetidos à transformação<sup>16</sup> de dados conforme a eq. (2.2.3 – 38).

Os dados transformados apresentaram uma distribuição normal, com variâncias homogêneas, como seguem ilustrados a partir da tabela (4.2 – 07).

<sup>16</sup> A transformação é realizada segundo a eq. (2.2.3 -38), usando  $A = 10$ , e os valores do expoente (1-a), é apresentado para cada grupo na tabela (4.1.1 – 01).

Tabela ( 4.2 – 07 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 01.

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	26,3	13,2	0,947981975*	0,109936021
2	27,9	13,9	0,970687964	
3	27,1	10,2	0,991336398	
4	26,3	11,4	0,987874096	
5	26,2	10,3	0,974762227	
6	27,1	11,0	0,944611035*	
7	27,5	12,4	0,952732014*	
8	27,0	8,7	0,951702776*	
9	28,1	6,9	0,965466166	
10	26,2	8,8	0,968132017	
11	25,6	10,3	0,983656328	
12	25,4	9,3	0,979619119	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 08 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 02.

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	71,5	186,6	0,989930926	0,101340948
2	73,7	238,3	0,982383619	
3	70,0	169,6	0,979999124	
4	69,2	293,8	0,985261717	
5	67,4	296,3	0,980091612	
6	78,4	266,7	0,981949173	
7	76,8	253,9	0,980352643	
8	72,4	276,5	0,993024116	
9	80,3	175,5	0,976404768	
10	77,1	249,6	0,979553665	
11	66,3	337,5	0,984835088	
12	67,1	179,3	0,990942855	

Tabela ( 4.2 – 09 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 03.

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	37,0	34,2	0,983714644	0,11486461
2	38,4	41,9	0,992297136	
3	38,8	29,4	0,983958036	
4	39,7	40,4	0,978169481	
5	36,8	41,5	0,979872592	
6	36,8	28,9	0,968873197	
7	35,2	30,7	0,974798968	
8	34,0	28,3	0,983182174	
9	38,7	16,0	0,988253082	
10	40,4	14,5	0,967892487	
11	36,4	35,3	0,986418814	
12	36,6	23,7	0,991101397	

Tabela ( 4.2 – 10 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 04.

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	29,8	12,7	0,965003682	0,1214502
2	30,1	11,5	0,991303611	
3	29,4	6,6	0,978801399	
4	30,1	14,9	0,980491324	
5	29,0	16,6	0,982396184	
6	30,1	10,6	0,960195932*	
7	29,2	9,2	0,961493563*	
8	28,9	12,0	0,988896873	
9	31,2	7,2	0,99006023	
10	31,7	10,5	0,989805876	
11	29,2	15,2	0,98972726	
12	29,7	9,4	0,99139938	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 11 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 05

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	159,1	1319,7	0,987340095	0,114788985
2	158,7	1541,5	0,987145703	
3	152,9	1075,6	0,988202464	
4	152,7	1775,5	0,99124286	
5	150,3	1921,3	0,9940103	
6	166,9	1963,6	0,979094286	
7	157,8	1714,4	0,987291242	
8	153,4	2297,9	0,981806043	
9	184,1	1254,2	0,967338892	
10	180,4	1766,7	0,957607548*	
11	148,0	2051,4	0,991837506	
12	155,3	1336,6	0,936917532*	

\* Significativos a 5%.

Tabela ( 4.2 – 12 ) – Resultado dos testes para os dados transformados do grupo 06.

Meses	Médias	Variância	Teste W	Teste - Cochran
1	36,9	17,9	0,975520177	0,123482488
2	37,6	14,5	0,982081161	
3	35,7	10,7	0,974512639	
4	35,1	20,2	0,963684346	
5	33,8	28,0	0,971907522	
6	35,9	21,2	0,987157103	
7	36,3	23,4	0,979676757	
8	36,2	29,8	0,977087989	
9	38,6	21,1	0,98852782	
10	37,9	16,9	0,987296522	
11	35,0	21,1	0,97302551	
12	36,3	16,6	0,935697802*	

\* Significativos a 5%.

A tabela acima (4.2 – 12), demonstra que o grupo 06 apresenta que um mês não satisfez a condição de uma distribuição normal, sendo os grupos 01, 04 e 05 também não satisfizeram esta condição em 4, 2 e 2 meses, respectivamente. Contudo, considerando que o número de meses que não satisfizeram o teste de Shapiro-Wilk (condição 4.2 - 04), não é expressivo frente ao número de meses que satisfazem uma distribuição normal para estes quatro grupos, aceita-se que, após realizada a transformação de dados, os grupos de uma forma geral, satisfazem os testes de Cochran e Shapiro-Wilk, em que suas novas médias e variâncias são expressas nas tabelas (4.2 – 07, ..., 12).

### 4.3 Estacionariedade

Os dados resultantes da transformação (seção 4.2), são testados quanto à suas tendências lineares, na busca de estacionariedade (dados sem tendência) e estão ilustrados a seguir:

#### 4.3.1 Grupo 01

A dispersão dos dados em relação aos meses, apresenta uma tendência linear, não significativa, pois a significância “p” é maior que 5% como ilustra-se:

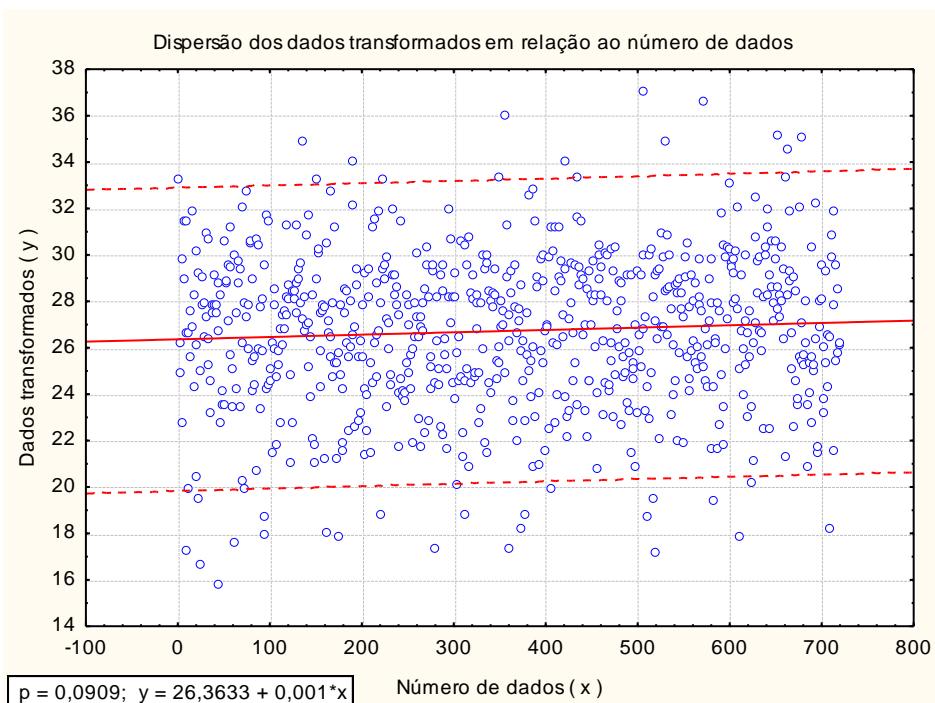


Figura (4.3 – 01) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 01, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

Na seção (4.1.1), observa-se o aumento relativo através do crescimento dos valores dos dados ao longo de 60 anos, apresentados nas figuras ( 4.3 – 01, 02, 04, 05, 06 e 07), por intermédio das eq.(s) de regressão expostas em cada uma destas figuras.

As figuras (4.3 – 03, 08, 09 e 10) apresentam a dispersão dos dados resultantes de uma segunda transformação (seções 4.3.2 e 4.3.4), em relação ao número de meses (número de dados)<sup>17</sup>. A segunda transformação dos dados fez-se necessário, devido que os grupos, conforme observa-se nas seções citadas, apresentaram tendências lineares significativas, sendo que a estacionariedade dos dados é um requisito para a AH. Com isto, na seção (4.3) analisa-se a tendência dos dados com o interesse de obter as condições necessárias para AH, sendo seu significado climatológico é observado na seção (4.1.1).

### 4.3.2 Grupo 02

O comportamento dos dados, em relação ao número de meses (figura 4.3 – 02), apresenta uma tendência linear significativa, já que a significância “p” é menor que 5%.

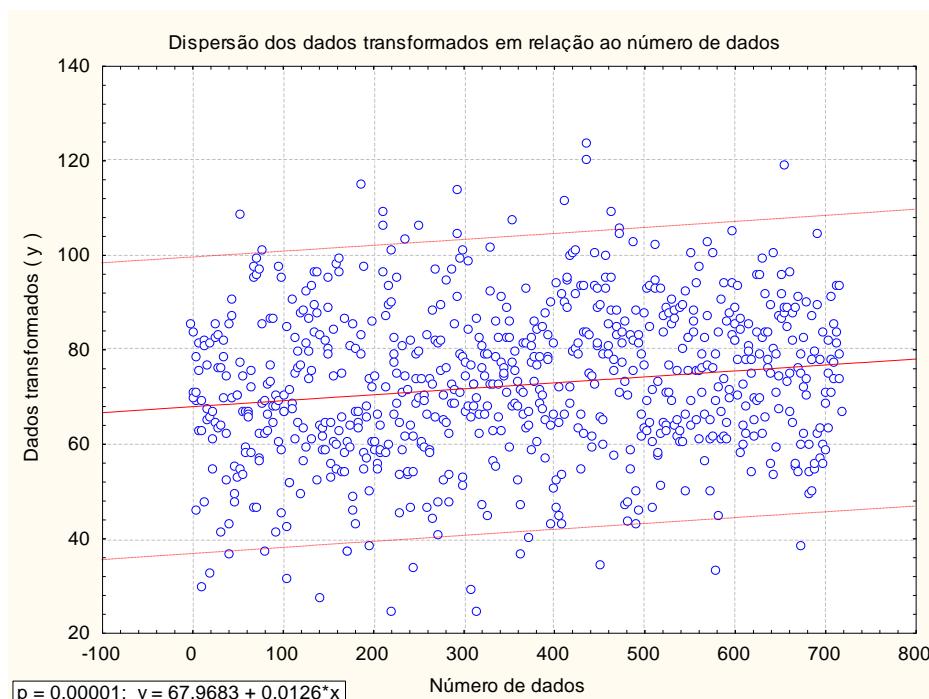


Figura (4.3 – 02) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 02, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

<sup>17</sup> O leitor pode perceber que, os gráficos de dispersão apresentado nas figuras da seção (4.3), caracteriza o número de dados (720) nas abscissas, o que corresponde ao número de meses (720).

Para eliminar a tendência, submete-se estes dados a uma transformação segundo a seção (2.2.8). Obtem-se um conjunto de dados sem tendência:

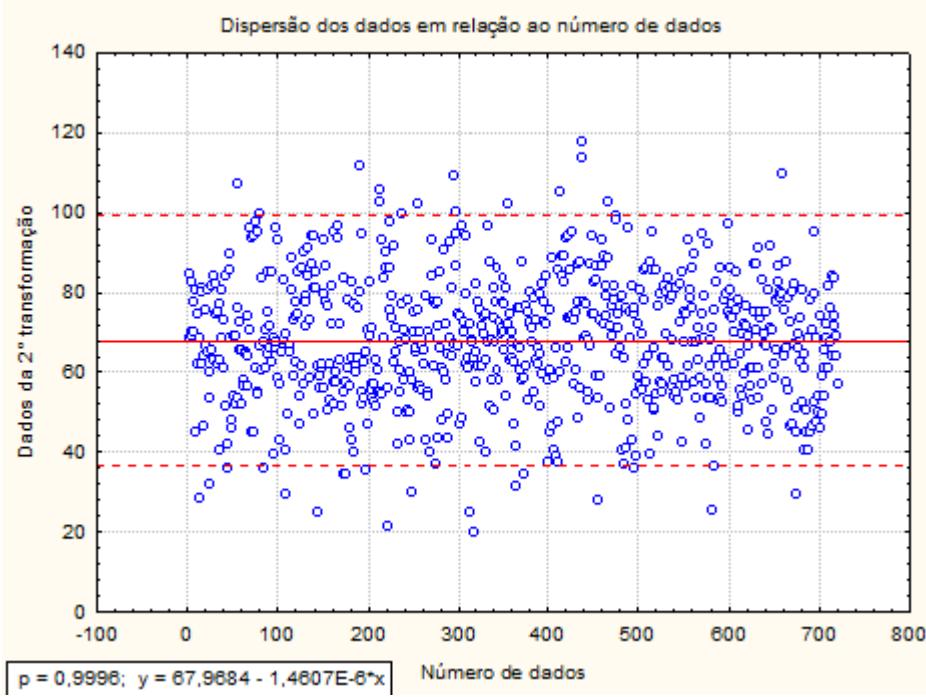


Figura (4.3 – 03) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 02, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

#### 4.3.3 Grupo 03

O grupo 03 apresenta uma tendência não significativa, já que o nível de significância “p” é maior que 5%.

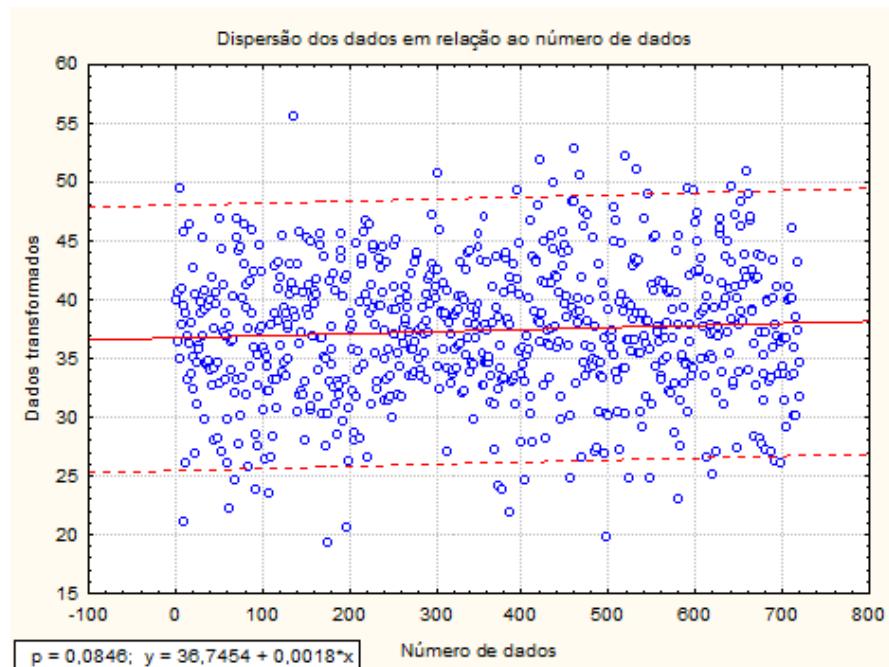


Figura (4.3 – 04) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 03, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

#### 4.3.4 Grupos 04, 05 e 06

Os grupos 04, 05 e 06 apresentaram tendências significativas, já que os valores de “p” são menores que o nível de significância de 5%, como observa-se

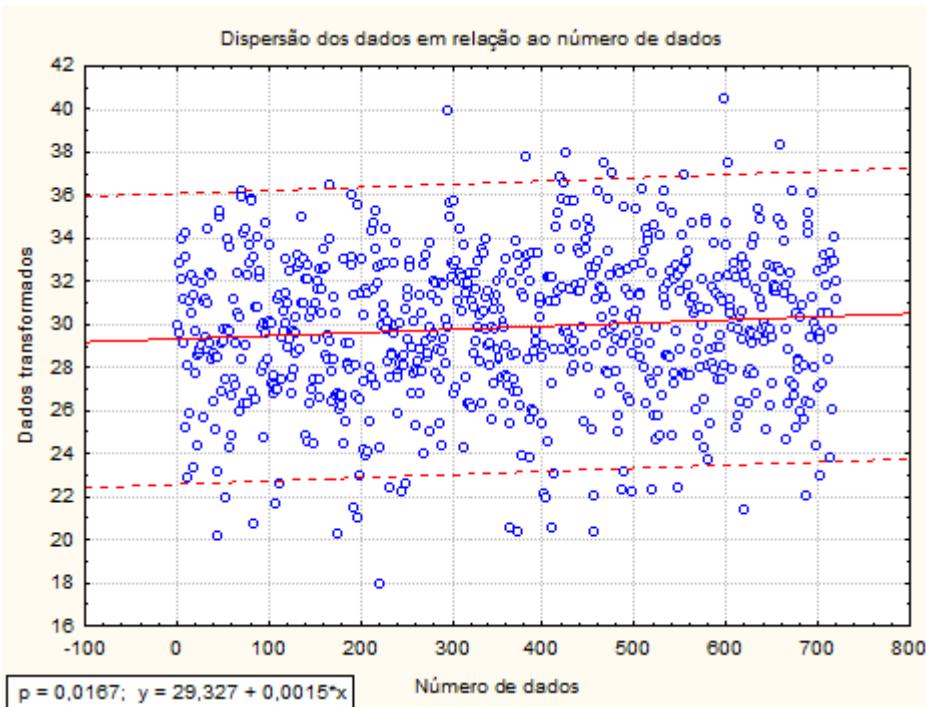


Figura (4.3 – 05) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

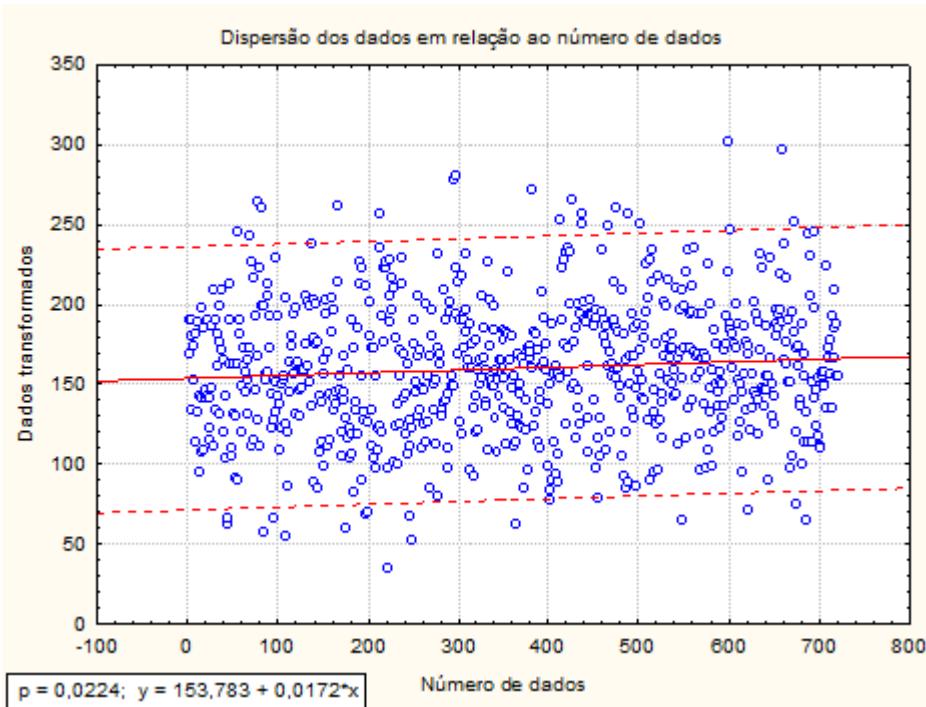


Figura (4.3 – 06) – Gráfico de dispersão dos dados do grupo 05, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

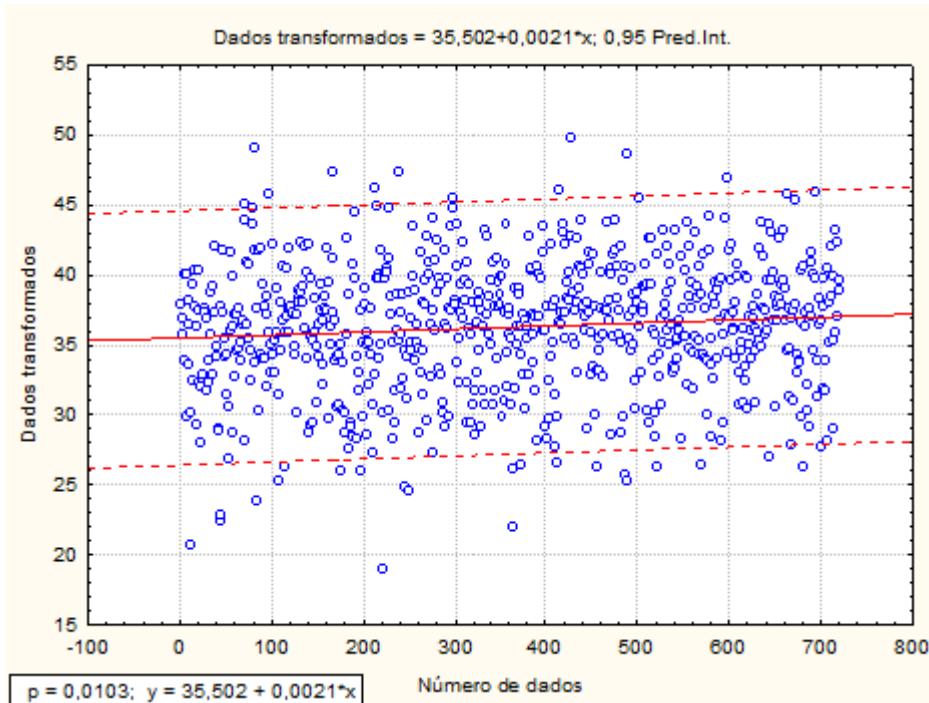


Figura (4.3 – 07) – Gráfico de dispersão dos dados do Grupo 06, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

Os dados dos grupos 04, 05 e 06 são submetidos a transformação segundo a seção (2.2.8), apresentando como resposta, conjunto de dados de tendência não significativa, como representados nos gráficos<sup>18</sup> que seguem:

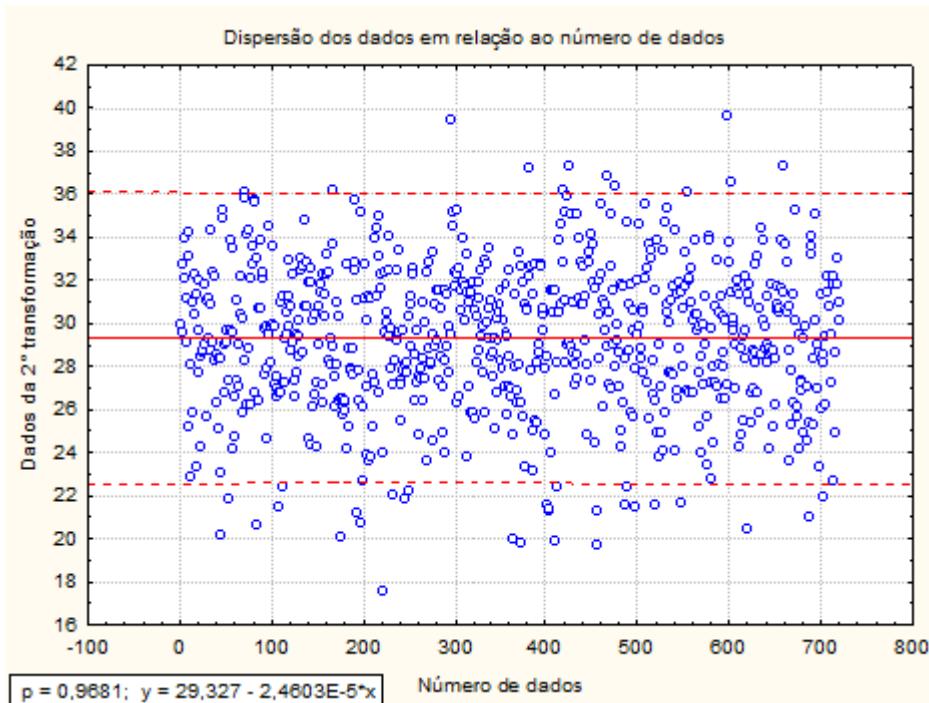


Figura (4.3 – 08) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

<sup>18</sup> Os Gráficos de dispersão apresentados na seção (4.3), ilustram círculos azuis que representam os dados por pontos localizados num sistema de coordenadas retangulares, tem seus valores observados na ordenada e seu número correspondente na abscissa, é ordenado no tempo.

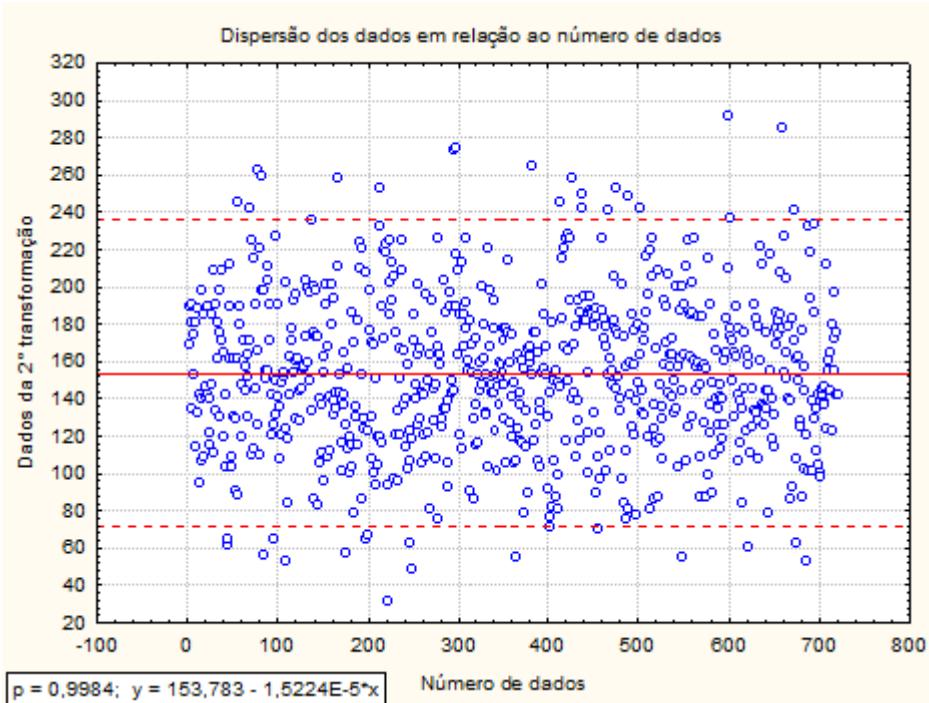


Figura (4.3 – 09) – Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 05, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

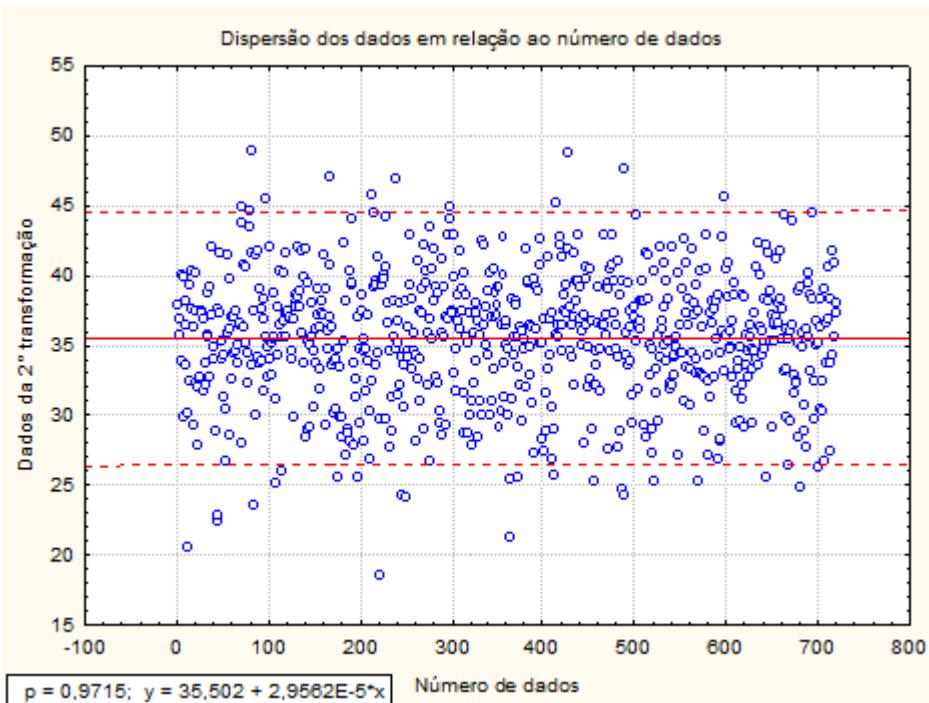


Figura (4.3 – 10) – Gráfico<sup>19</sup> de dispersão dos dados transformados do grupo 06, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

<sup>19</sup> Os Gráficos na seção (4.3), tem uma reta continua que corresponde a reta de regressão apresentada no extremo esquerdo inferior de cada ilustração. As retas pontilhadas limitam a faixa de confiança do teste, pode-se ler que **p** x 100 representa o percentual de dados que estão fora do intervalo (faixa) de confiança.

## 4.4 Análise Harmônica

Os dados que satisfazem os testes da seção (4.2), e a estacionariedade na seção (4.3), foram submetidos à análise harmônica. Inicialmente, usou-se o periodograma dos 660 dados (12 meses por 55 anos) para estabelecer os modelos de análise harmônica das chuvas mensais. Em virtude da dificuldade de apresentação gráfica dos dados, processou-se também a análise harmônica das médias das chuvas mensais, para o mesmo período, pelo periodograma. Os modelos são idênticos nos dois casos, como deveria de ser, com leves discrepâncias na 4<sup>a</sup> casa decimal dos coeficientes do cosseno e do seno.

Esses modelos são identificados como “para um ano médio” pelas condições da análise. As ondas senoidais (harmônicos) foram selecionadas, para os modelos, pela magnitude de suas amplitudes.

### 4.4.1 Grupo 01

O grupo 01 apresenta os seguintes harmônicos selecionados:

$$Y_t^{sementral} = (0,3739) \cos(1,04719t) + (0,8706) \operatorname{sen}(1,04719t) \quad (4.4.1 - 01)$$

$$Y_t^{quadrimestral} = (0,0807) \cos(1,5708t) + (0,4101) \operatorname{sen}(1,5708t) \quad (4.4.1 - 02)$$

$$Y_t^{anual} = -(0,3887) \cos(0,52360t) + (0,0998) \operatorname{sen}(0,52360t) \quad (4.4.1 - 03)$$

Pois estes harmônicos representam 87% da variabilidade dos dados, de acordo com o coeficiente expresso pela eq. (2.2.6 – 01), ou seja

$$R_n^2 = \frac{p_n^2}{2\sigma^2} \quad (4.4.1 - 04)$$

sendo

$p_n$  – a amplitude do harmônico, que representa a raiz da soma dos quadrados dos coeficientes das funções seno e cosseno da eq. (3.2.3 – 01).

$\sigma^2$  – a variância populacional.

Os resultados obtidos:

$$R_{semestral}^2 = 0,64; R_{quadrimestral}^2 = 0,12; R_{anual}^2 = 0,11 \quad (4.4.1 - 05)$$

tal que

$$\sum R_n^2 = 0,87 \quad (4.4.1 - 06)$$

Portanto, a função que representa o comportamento (aproximação da média mensal) dos dados do grupo 01 é dada por

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{semestral} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{anual} \quad (4.4.1 - 07)$$

Onde a média é dada conforme a eq.( 3.2.3 – 02):

$$\bar{Y} = 26,742 \quad (4.4.1 - 08)$$

O comportamento da equação (4.4.1 – 07), em função dos meses do ano, é apresentada na ilustração a seguir:

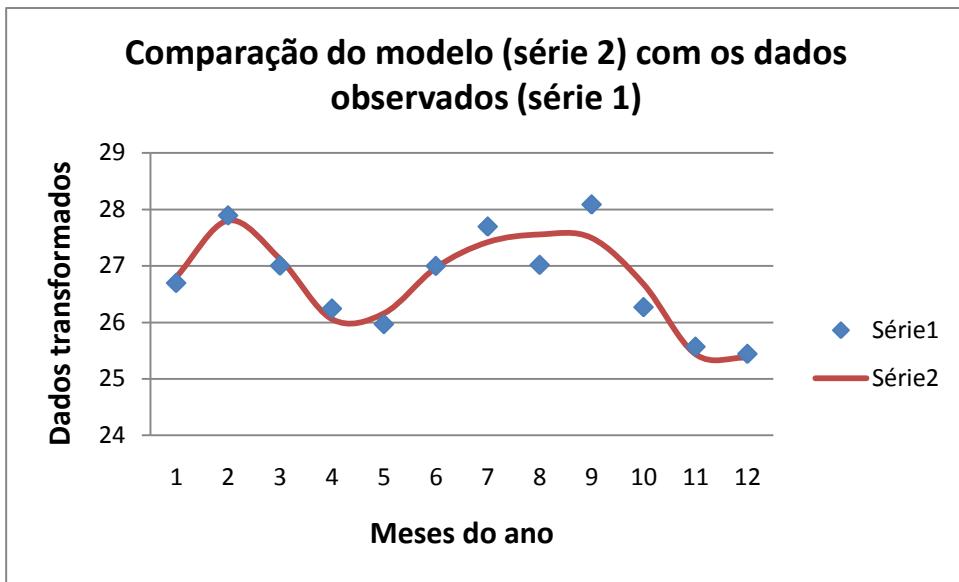


Figura ( 4.4 – 01 ) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 01, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.1 – 07).

Neste trabalho, procurou-se modelos que apresentem uma representação mínima de 80% da variabilidade dos dados, tendo em vista a natureza da variável (chuva), e suas características regionais (grande variabilidade).

Observa-se que o harmônico anual (eq. 4.4.1 – 03) representa apenas 11% da variabilidade dos dados do grupo 01, sendo um percentual modesto quando comparado com os 64% do harmônico semestral (eq. 4.4.1 – 01). Portanto, nem sempre a onda anual seria escolhida para o(s) modelo(s) pelo critério da magnitude de amplitude, entretanto, decidiu-se sempre incluir a onda anual em todos os modelos, tendo em vista o seu significado Físico, já que representa um ciclo do movimento da Terra na sua órbita elíptica em torno do Sol.

O comportamento do modelo apresentado na figura (4.4 – 01) concorda com o comportamento dos totais de chuva já conhecidos na literatura para esta região, considerando que esta é constituída de três EMs, tabela (3.2.1 – 01), as quais apresentam seus totais de precipitação pluvial dispostas nos diagramas climáticos

(não apresentados), de acordo com Buriol et al. (2007), sendo possível constatar que os máximos apresentados de Agosto a Setembro são encontrados para todas as EMs deste grupo, e que o máximo em Fevereiro é coerente com os encontrados para Pelotas e Santa Vitória do Palmar, pois para a EM de Rio Grande neste mês, apresenta uma diferença de aproximadamente 40 e 20mm, respectivamente as duas outras.

Observa-se ainda, que o modelo dado pela eq. (4.4.1 – 07), está em acordo com os modelos obtidos para a cidade de Pelotas por Amaral (1968) e posteriormente por Baptista da Silva, Basgalupp e Paz (2005), que indicaram as ondas semestral, quadrimestral e a anual como as mais representativas, e que o efeito da sobreposição das ondas semestral e quadrimestral originam os máximos observados na figura (4.4 – 01), conforme ilustrado por Amaral (1968).

#### 4.4.2 Grupo 02

O grupo 02 apresenta os seguintes harmônicos que apresentaram melhor representatividade

$$Y_t^{anual} = -(3,3049) \cos(0,52360t) - (1,3826) \sin(0,52360t) \quad (4.4.2 - 01)$$

$$Y_t^{quadrimestral} = (0,9701) \cos(1,5708t) + (3,3830) \sin(1,5708t) \quad (4.4.2 - 02)$$

$$Y_t^{semestral} = (1,2450) \cos(1,0472t) + (2,7205) \sin(1,0472t) \quad (4.4.2 - 03)$$

$$Y_t^{trimestral} = (1,2947) \cos(2,0944t) - (2,5685) \sin(2,0944t) \quad (4.4.2 - 04)$$

Os harmônicos foram selecionados pelos valores relevantes apresentados pelos seguintes coeficientes

$$R_{anual}^2 = 0,29; R_{quadrimestral}^2 = 0,28; R_{semestral}^2 = 0,20; R_{trimestral}^2 = 0,18$$

tal que

$$\sum R_n^2 = 0,95 \quad (4.4.2 - 05)$$

Neste caso tivemos que utilizar quatro ondas senoidais no modelo para atender a suposição de 80% de representatividade, mesmo faltando com o princípio de parcimônia (seção 3.2.4).

A função abaixo, adota a ordem dos harmônicos, de acordo com o seu percentual de representação:

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{anual} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{semestral} + Y_t^{trimestral} \quad (4.4.2 - 06)$$

Para este grupo

$$\bar{Y} = 68,378 \quad (4.4.2 - 07)$$

O comportamento da função (4.4.2 – 06), e dos dados observados, são comparados quando em função dos meses do ano, conforme ilustra-se a seguir:

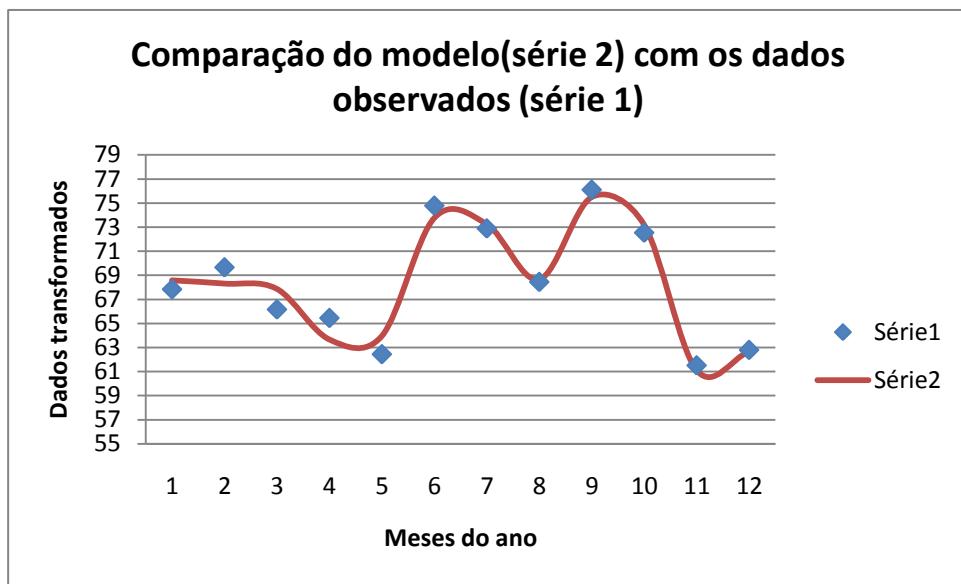


Figura ( 4.4 – 02) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 02, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.2 – 06).

Comparando o comportamento apresentado pelo modelo na figura (4.4 – 02), com os diagramas climáticos apresentados por Buriol et al. (2007), observa-se que o modelo dado pela eq.(4.4.2 – 06), concorda com os diagramas climáticos que caracterizam os totais de chuva nas localidades das EMs (tabela 3.2.1 – 01) que constituem esta região, onde os Máximos apresentados acima são coerentes com os encontrados para cada localidade.

O mínimo de Novembro também está de acordo, majoritariamente, discordando apenas do mínimo apresentado pelo modelo para Maio, que de forma geral, está deslocado para Março nos diagramas climáticos.

#### 4.4.3 Grupo 03

O grupo 03 apresenta os seguintes harmônicos mais destacados

$$Y_t^{sementral} = -(1,5775) \cos(1,0472t) + (0,5825) \sin(1,0472t) \quad (4.4.3 - 01)$$

$$Y_t^{trimestral} = (0,7852) \cos(2,0944t) - (0,7798) \sin(2,0944t) \quad (4.4.3 - 02)$$

$$Y_t^{anual} = (0,8654) \cos(0,52360t) + (0,4042) \sin(0,52360t) \quad (4.4.3 - 03)$$

Para o grupo 03, foram obtidos os seguintes coeficientes mais representativos, segundo (4.4.1 – 04):

$$R^2_{sementral} = 0,46; R^2_{trimestral} = 0,20; R^2_{anual} = 0,15$$

tal que

$$\sum R_n^2 = 0,81$$

A função que representa 81% do comportamento dos dados do grupo 03, em função dos meses do ano, é dada por

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{sementral} + Y_t^{trimestral} + Y_t^{anual} \quad (4.4.3 - 04)$$

onde:

$$\bar{Y} = 37,498 \quad (4.4.3 - 05)$$

Sendo seu comportamento em função dos meses do ano, comparado com o comportamento da média mensal dos dados observados, como ilustrado na figura (4.4 – 03).



Figura ( 4.4 – 03 ) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 03, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.3 – 04).

Nos diagramas climáticos encontrados em Buirol et al. (2007), para as localidades das EMs constituintes do grupo 03 (tabela 3.2.1 – 01), é possível constatar que o modelo dado pela eq. (4.4.3 – 04), descreve adequadamente, de modo geral, o comportamento dos totais mensais de precipitação pluvial ao longo dos meses do ano, sendo que as representações mais expressivas são para as localidades de Uruguaiana, São Borja e Alegrete.

#### 4.4.4 Grupo 04

Os harmônicos selecionados para o grupo 04, são

$$Y_t^{quadrimestral} = (0,3869) \cos(1,5708t) + (0,5864) \sin(1,5708t) \quad (4.4.4 - 01)$$

$$Y_t^{trimestral} = (0,2867) \cos(2,0944t) - (0,4138) \sin(2,0944t) \quad (4.4.4 - 02)$$

$$Y_t^{semestral} = -(0,3727) \cos(1,0472t) + (0,3202) \sin(1,0472t) \quad (4.4.4 - 03)$$

$$Y_t^{anual} = (0,0403) \cos(0,52360t) - (0,3779) \sin(0,52360t) \quad (4.4.4 - 04)$$

Os harmônicos foram selecionados pelos valores relevantes apresentados pelos coeficientes

$$R^2_{quadrimestral} = 0,39; R^2_{trimestral} = 0,20; R^2_{semestral} = 0,19; R^2_{anual} = 0,11$$

tal que:

$$\sum R_n^2 = 0,89$$

Da mesma forma que para o grupo 02 (seção 4.4.2), no grupo 04, tivemos de abrir mão (abdicar) do princípio de parcimônia.

A função que representa 89% da variabilidade dos dados observados para este grupo, é dada por

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{trimestral} + Y_t^{semestral} + Y_t^{anual} \quad (4.4.4 - 05)$$

Sendo que para este grupo:

$$\bar{Y} = 29,374 \quad (4.4.4 - 06)$$

A comparação da eq. (4.4.4 – 05) com comportamento dos dados observados, é obtida no gráfico que segue:

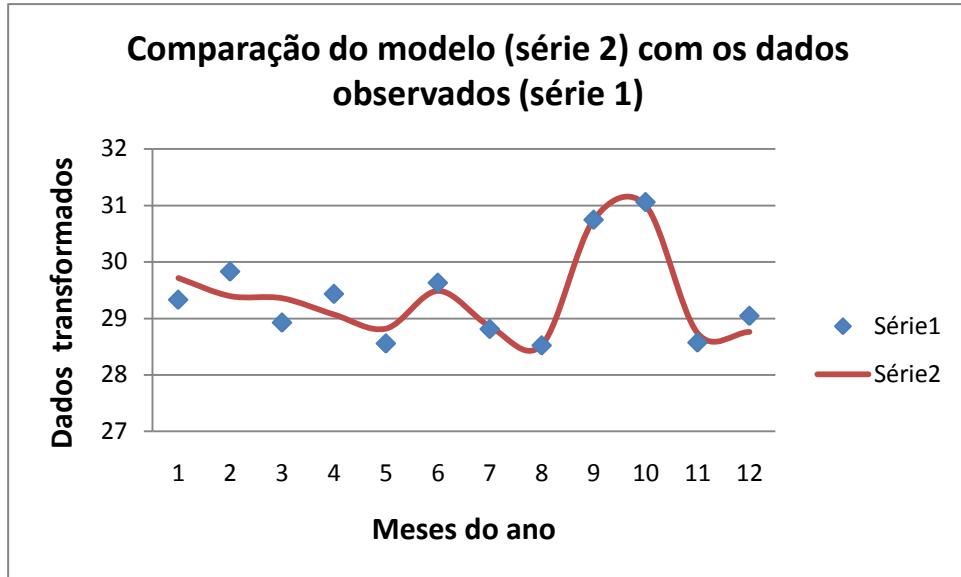


Figura ( 4.4 – 04) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 04, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.4 – 05).

Comparando o comportamento do modelo dado pela eq. (4.4.4 – 05), na figura acima, com os diagramas climáticos de Buriol et al. (2007), pode-se dizer que o modelo é capaz de descrever o comportamento, de modo geral, dos totais de precipitação pluvial mensal, para as localidades de suas EMs constituintes (tabela 3.2.1 – 01), considerando que nos diagramas para as localidades de Santa Maria e Santa Rosa, o mínimo de Novembro apresenta-se deslocado para Dezembro.

#### 4.4.5 Grupo 05

Os harmônicos são selecionados para o grupo 05

$$Y_t^{quadrimestral} = (5,7135) \cos(1,5708t) + (7,6707) \sin(1,5708t) \quad (4.4.5 - 01)$$

$$Y_t^{anual} = -(3,6057) \cos(0,52360t) - (7,3521) \sin(0,52360t) \quad (4.4.5 - 02)$$

$$Y_t^{trimestral} = (2,1724) \cos(2,0944t) - (7,4860) \sin(2,0944t) \quad (4.4.5 - 03)$$

A representatividade destes harmônicos é de 83%, como pode ser observado pelos coeficientes

$$R^2_{quadrimestral} = 0,35 \quad R^2_{anual} = 0,25; \quad R^2_{trimestral} = 0,23$$

tal que:

$$\sum R_n^2 = 0,83$$

A função para o grupo 05, é dada por

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{anual} + Y_t^{trimestral} \quad (4.4.5 - 04)$$

A média das médias mensais

$$\bar{Y} = 154,339$$

$$(4.4.5 - 05)$$

A seguir, compara-se o modelo com o comportamento dos dados observados:

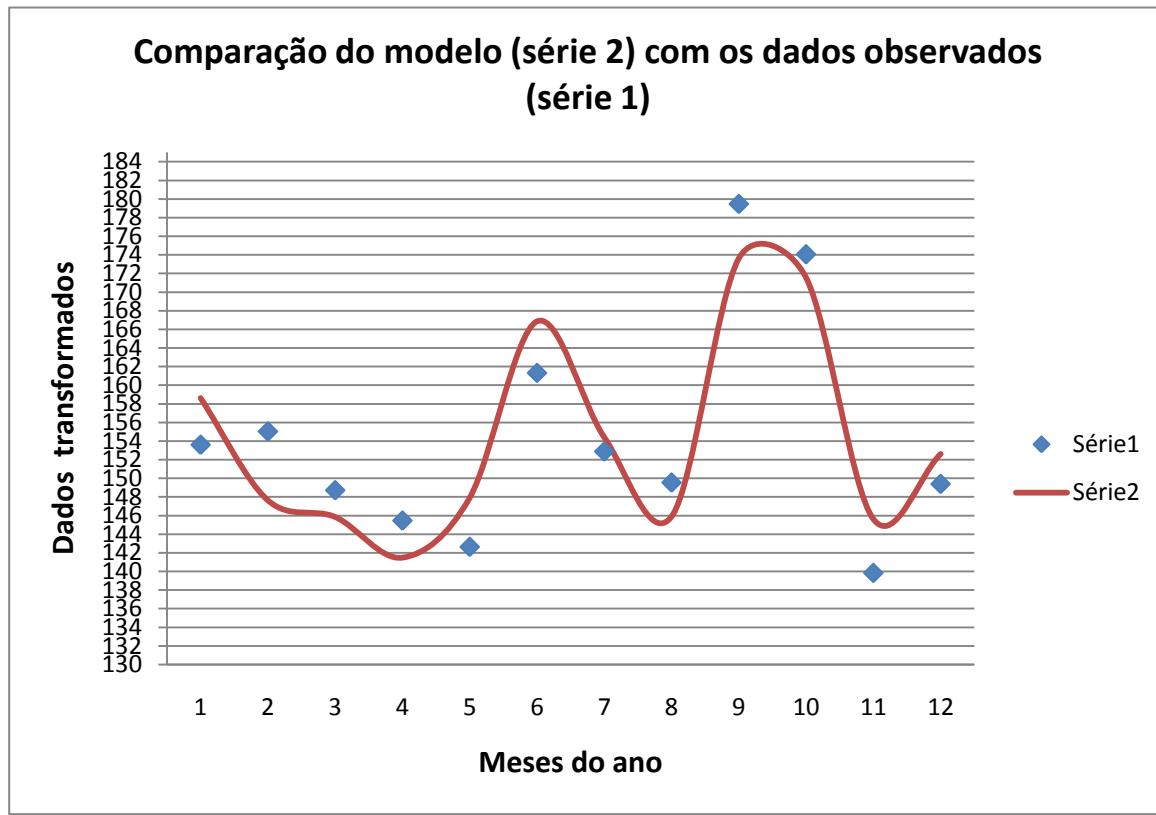


Figura ( 4.4 – 05 ) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 05, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.5 – 04).

Na figura (4.4 – 05), é possível observar que a variabilidade dos dados entre os meses do ano é considerável, apresentando uma diferença máxima de  $40\text{mm}^{1-a}$ .

O modelo dado pela eq. (4.4.5 – 04), consegue representar o comportamento dos totais de chuva apresentados pelos diagramas climatológicos de Buriol et al. (2007), de uma forma geral, com algumas discrepâncias, a exemplo dos deslocamentos do mínimo de Abril apresentado pelo modelo, para Fevereiro no diagrama de Caçapava do Sul, e para Março no diagrama de Julio de Castilho.

#### 4.4.6 Grupo 06

O grupo 06, apresenta seus harmônicos mais representativos

$$Y_t^{sementral} = (0,3529) \cos(1,0472t) + (1,1420) \sin(1,0472t) \quad (4.4.6 - 01)$$

$$Y_t^{anual} = (0,1930) \cos(0,52360t) - (1,0353) \sin(0,52360t) \quad (4.4.6 - 02)$$

$$Y_t^{quadrimestral} = (0,4626) \cos(1,5708t) + (0,5983) \sin(1,5708t) \quad (4.4.6 - 03)$$

Os quais satisfazem 81% de representatividade da variabilidade dos dados:

$$R^2_{semestral} = 0,37 \quad R^2_{anual} = 0,29; \quad R^2_{quadrimestral} = 0,15$$

tal que:

$$\sum R_n^2 = 0,81$$

A autofunção para este grupo

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{semestral} + Y_t^{anual} + Y_t^{quadrimestral} \quad (4.4.6 - 04)$$

Sendo a média para este grupo, dada por

$$\bar{Y} = 35,578 \quad (4.4.6 - 05)$$

Segue-se a comparação entre o modelo e o comportamento dos dados observados:

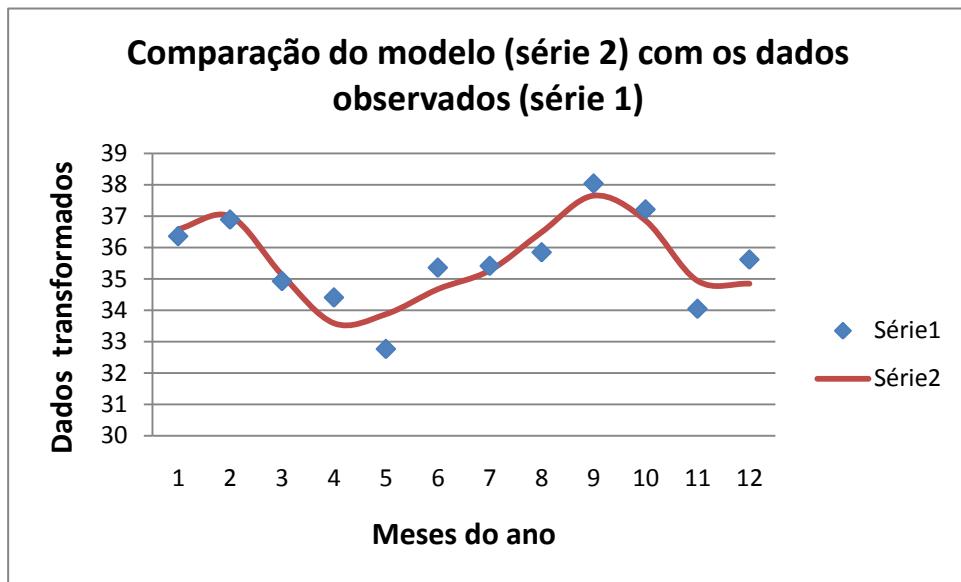


Figura ( 4.4 – 06) – Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, para o grupo 06, comparado com o modelo dado pela eq.(4.4.5 – 04).

De modo geral, o modelo (4.4.5 – 04), concorda com a representação dos totais de chuva apresentados nos diagramas climáticos, acompanhando os máximos e mínimos ao longo do ano, para os meses de Fevereiro, Setembro e Novembro.

As comparações entre os comportamentos ao longo dos meses do ano, dos modelos obtidos para cada grupo, e os seus dados, respectivamente, permitem dizer que os modelos apresentam um bom ajuste (de 81 a 95%), sendo capazes de representar adequadamente o comportamento dos dados observados. Foi possível constatar que as diferenças máximas entre as estimativas dos modelos, e os valores dos dados mensais é de 0,6, 4,4, 1,5, 0,44, 7,4 e 0,9  $mm^{1-a}$ , para os grupos 01, 02, 03, 04, 05 e 06, respectivamente.

Podemos observar os harmônicos que se demonstraram mais importantes para os modelos, por meio da tabela abaixo que apresenta a freqüência das ocorrências de um harmônico apresentar-se mais importante.

Tabela ( 5 – 01 ) - Freqüência de ocorrência de ondas senoidais (harmônicos periódicos), que apresentaram maior importância para os seis modelos, as ondas grifados em vermelho, são as que se destacaram em cada modelo, as grifadas em verde, não participaram dos modelos.

Modelo	n.º de Ondas	Onda Anual	Onda Semestral	Onda Quadrimestral	Onda trimestral	Onda Bimestral
1	3	0,11	<b>0,64</b>	0,12	<b>0,03</b>	<b>0,026</b>
2	4	<b>0,29</b>	0,2	0,27	0,18	<b>0,028</b>
3	3	0,14778	<b>0,46</b>	0,149	0,2	<b>0,02</b>
4	4	0,11	0,19	<b>0,38</b>	0,2	0,14
5	3	0,25	<b>0,136</b>	<b>0,35</b>	0,23	<b>0,03</b>
6	3	0,28	<b>0,37</b>	0,15	<b>0,12</b>	<b>0,1</b>
<b>Freqüência</b>		1	3	2	0	0

De acordo com a tabela (5 – 01), podemos afirmar que o harmônico semestral destacou-se em 50% dos modelos, devido que sua representação da variabilidade dos dados foi a mais significativa em 3 dos 6 modelos. Os harmônicos quadrimestral e anual mostraram-se mais importantes em 33,33% e 16,66% dos modelos, respectivamente. Sendo que os demais harmônicos da classificação, não apresentaram maior representatividade em nenhum dos modelos.

## 4.5 Previsão

Na seção anterior, os modelos obtidos representaram o comportamento dos dados observados de forma satisfatória, sendo que seus percentuais de representatividade foram superiores a 80% (seção 4.4). Segundo Morettin (2004), o fato de um modelo apresentar um ajuste adequado não o credencia como um bom previsor. Portanto, testa-se os modelos para previsão comparando-os com o comportamento dos 60 dados restantes da série, que não participaram da modelagem.

Para um modelo previsor, este deve representar uma série temporal que satisfaça a eq. (2.2.4 – 01), ou seja, deve apresentar os termos que representam a sazonalidade, a tendência e a aleatoriedade dos dados.

Os modelos descritos na seção (4.4), representam<sup>20</sup> apenas a sazonalidade e a aleatoriedade dos 660 dados de cada grupo, apresentando a ausência da tendência de seus dados, isso devido ao requisito de estacionariedade dos dados para a obtenção do modelo harmônico (seção 4.3). Com isto, introduz-se nos modelos um termo que represente a tendência dos dados.

Considerando a tendência<sup>21</sup> das series temporais de cada grupo (seção 4.3), e os modelos da seção (4.4), obtém-se os modelos para previsão, apresentados abaixo na ordem de seus grupos

$$Y_t^{G.01} = \bar{Y} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + Y_t^{\text{anual}} \quad (4.5 - 01)$$

$$Y_t^{G.02} = \bar{Y} + Y_t^{\text{anual}} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{trimestral}} + b_1(660 + h) \quad (4.5 - 02)$$

$$Y_t^{G.03} = \bar{Y} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{trimestral}} + Y_t^{\text{anual}} \quad (4.5 - 03)$$

$$Y_t^{G.04} = \bar{Y} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + Y_t^{\text{trimestral}} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{anual}} + b_2(660 + h) \quad (4.5 - 04)$$

$$Y_t^{G.05} = \bar{Y} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + Y_t^{\text{anual}} + Y_t^{\text{trimestral}} + b_3(660 + h) \quad (4.5 - 05)$$

$$Y_t^{G.06} = \bar{Y} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{anual}} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + b_4(660 + h) \quad (4.5 - 06)$$

sendo que “h”, é número de meses a frente de 660(Dezembro de 2002).

---

<sup>20</sup> Com exceção dos grupos 01 e 03, os quais não apresentaram tendência significativas, não participando da 2º transformação, logo apresentam todas as componentes de uma série temporal.

<sup>21</sup> Nos modelos (4.5 – 01, 02, 03, 04, 05 e 06), consideram a tendência dos dados respectivos a cada, mesmo quando algum destes não apresentaram tendência significativa, sendo este o caso dos grupos 01 e 03.

Os coeficientes angulares das retas de regressão (seção 4.3), são dados por  $b_1 = 0,0126$ ,  $b_2 = 0,0015$ ,  $b_3 = 0,0172$ ,  $b_4 = 0,0021$

Utilizando as eq. (4.5 – 01, 02, 03, 04 , 05 e 06), estende-se os modelos para a previsão de 5 anos a frente no tempo, fazendo  $h = 1, 2, 3, \dots, 60$ .

#### **4.5.1 Verificação dos modelos para previsão**

Para verificar a validade dos modelos (4.5 – 01, 02,...,06), realiza-se a análise dos resíduos, conforme descrita na seção (2.2.7). Se os modelos são verdadeiros, os desvios devem ser normais e independentes, ou seja, constituir-se num ruído branco. Se os modelos são adequados, os desvios estimados devem estar próximos dos reais e aproximadamente não correlacionados.

##### **4.5.1.1 Autocorrelação dos resíduos**

Para verificar o ajuste dos modelos, realizou-se a análise dos resíduos para cada um dos modelos pela eq. (2.2.7 – 01), assumindo  $k = 1, 2, 3, \dots, 15$ , para uma amostra de tamanho  $n = 60$ , pois de acordo com Box, Jenkis e Reinsel (1994), o número de lag(s) não deve ser superior a  $n/4$ .

O teste foi conduzido ao nível de significância de 5%, aceitando que apenas este percentual dos valores de  $r_k$  apresente-se fora do intervalo  $\pm 2\sigma(r_k)$ .

Antecipa-se aqui, que os valores de  $r_k$  , em todos os grupos, apresentaram-se dentro do intervalo de  $\pm 2/\sqrt{n}$ , sendo este igual a  $\pm 0,258$ .

#### **4.5.2 Previsão para o grupo 01**

O modelo (4.5 – 01) é comparado com o comportamento dos 60 dados (meses), compreendidos no intervalo de Janeiro de 2003 à Dezembro de 2007.

Nota-se (figura 4.5 – 01) que o modelo, de forma geral, atenua as amplitudes mais destacadas, ajustando-se entre os dados, descrevendo o comportamento destes.

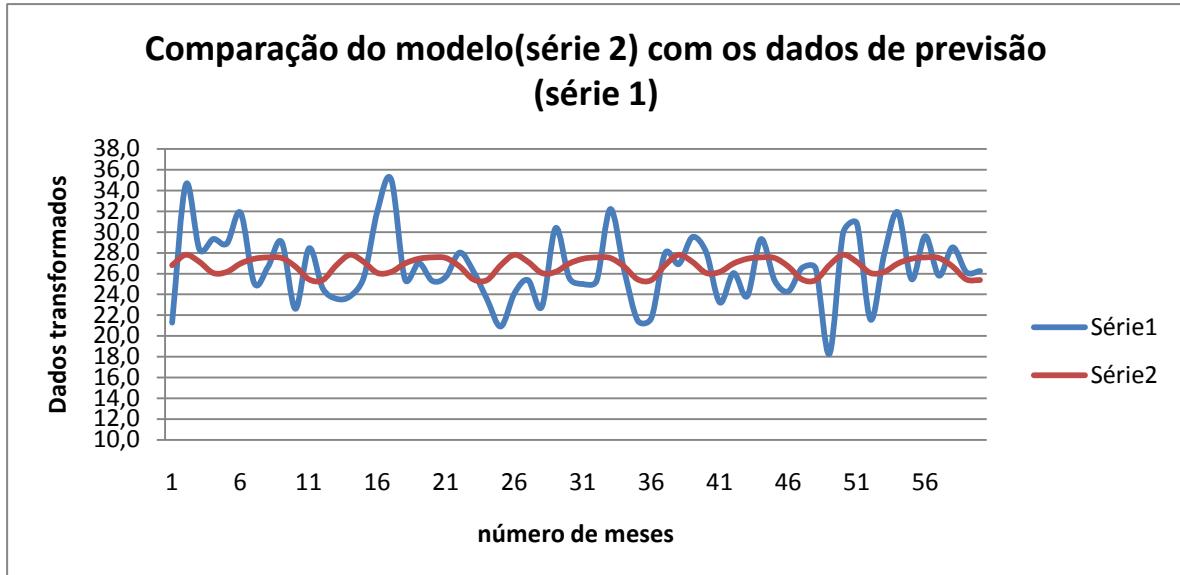


Figura (4.5 – 01) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 01.

#### 4.5.2.1 Autocorrelação<sup>22</sup> dos resíduos do grupo 01

O grupo 01 apresentou um ajuste satisfatório, ao passo que nenhum dos valores de  $r_k$  apresentaram-se fora do intervalo  $\pm 2\sigma(r_k)$ , conforme ilustra-se

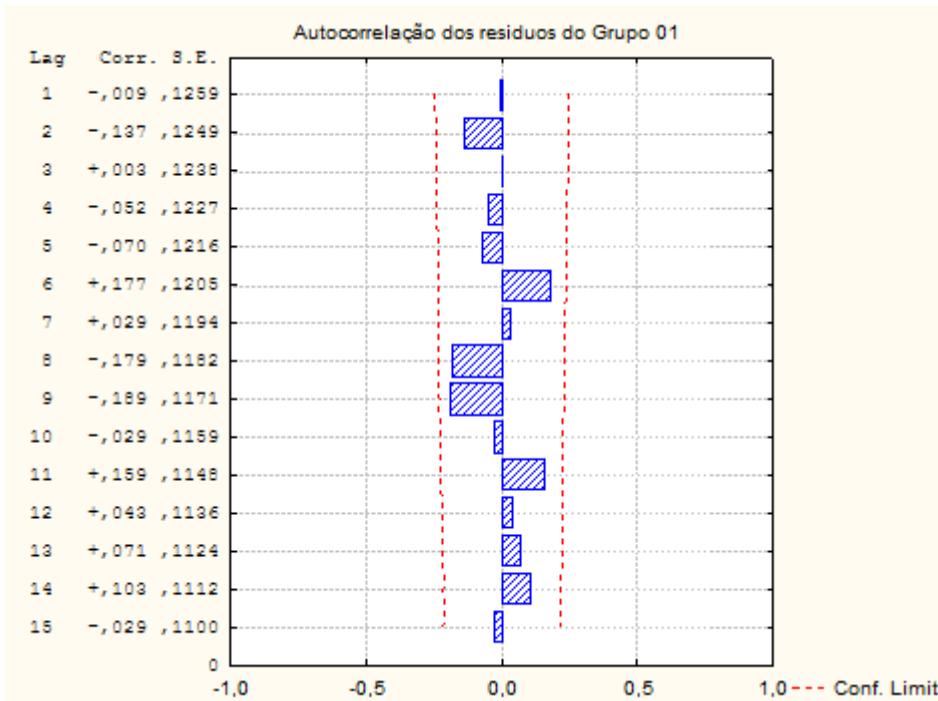


Figura (4.5 – 02) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 01

<sup>22</sup> As tabelas para a comparação entre  $r_k$  e  $\pm 2\sigma(r_k)$ , estão dispostas no Apêndice B.

#### 4.5.3 Previsão para o grupo 02

O modelo (4.5 – 02) é comparado com o comportamento dos 60 dados (meses), compreendidos no intervalo de Janeiro de 2003 à Dezembro de 2007. Sendo possível observar na figura (4.5 – 03), que apesar do modelo representar um comportamento médio para este grupo, apresenta-se desvios de até  $42 \text{ mm}^{1-a}$ .

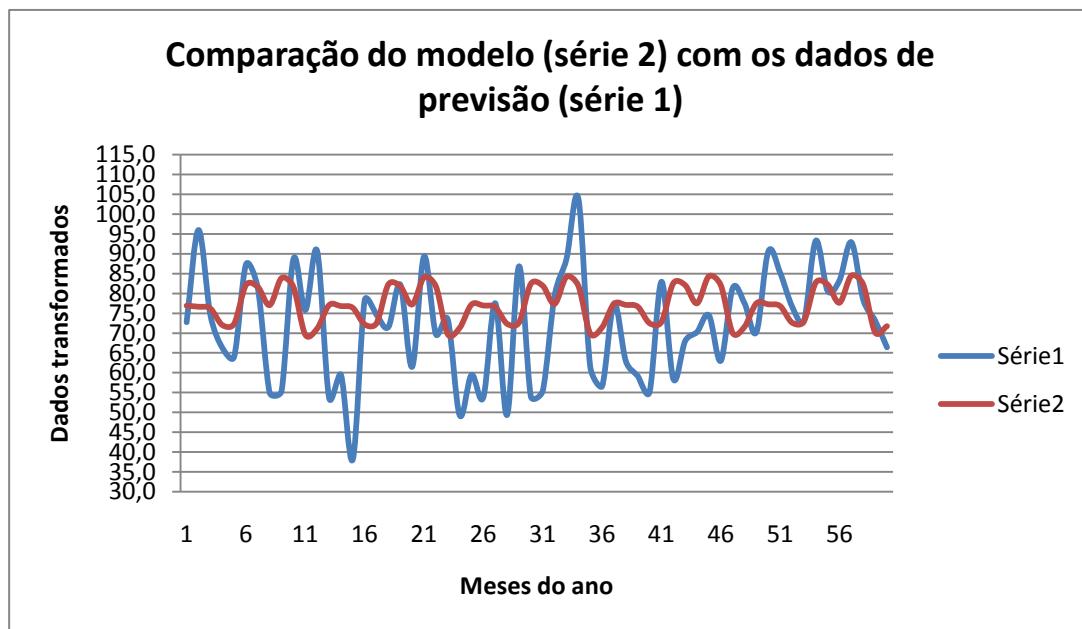


Figura (4.5 – 03) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 02.

A figura (4.5 – 03), possibilita observar que modelo, em alguns meses superestima o comportamento dos dados de previsão do grupo 02, pois as maiores diferenças são negativas, assumindo o modelo como referência.

Portanto, verifica-se a validade deste modelo, para previsão, analisando a autocorrelação dos resíduos deste grupo, como expresso na seção (4.4.3.1).

#### 4.5.3.1 Autocorrelação dos resíduos do grupo 02

O modelo apresenta-se ajustado, satisfazendo que nenhum dos valores de  $r_k$  apresentaram-se fora do intervalo  $\pm 2\sigma(r_k)$

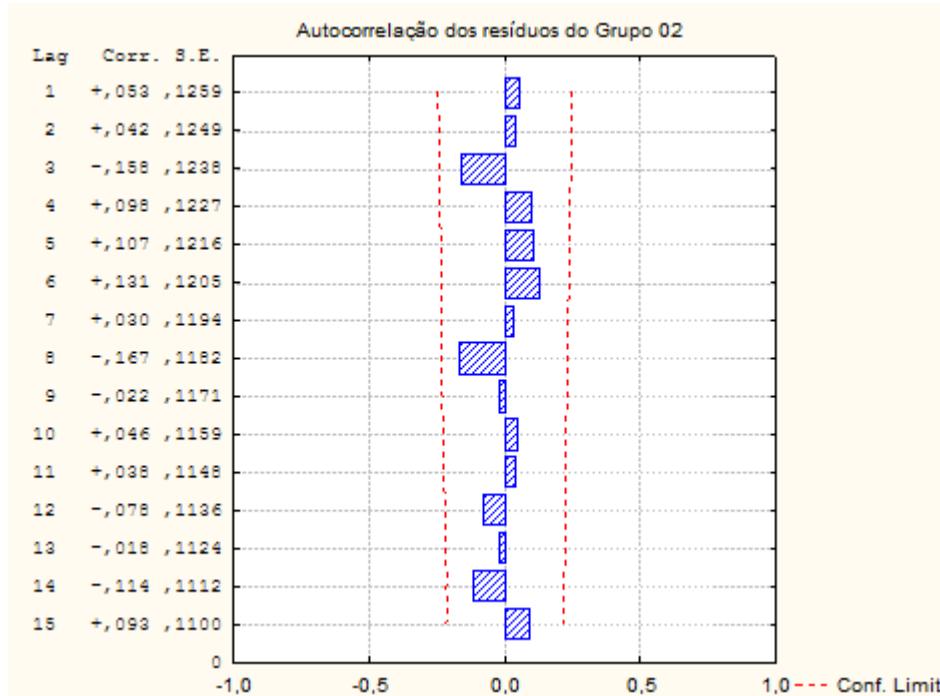


Figura (4.5 – 04) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 02

#### 4.5.4 Previsão para o grupo 03

O modelo (4.5 – 03), atenua as amplitudes apresentadas pelo comportamento dos dados destes grupos, sendo que estes diferem no máximo de  $12 \text{ mm}^{1-\alpha}$ .

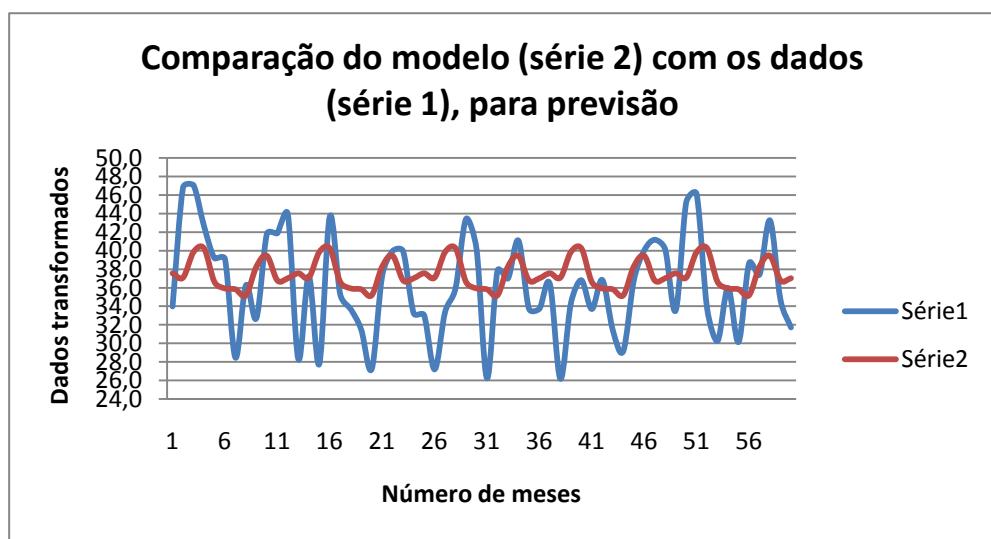


Figura (4.5 – 05) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 03.

#### 4.5.4.1 Autocorrelação dos resíduos do grupo 03

O modelo ajusta-se adequadamente, como verifica-se na figura abaixo

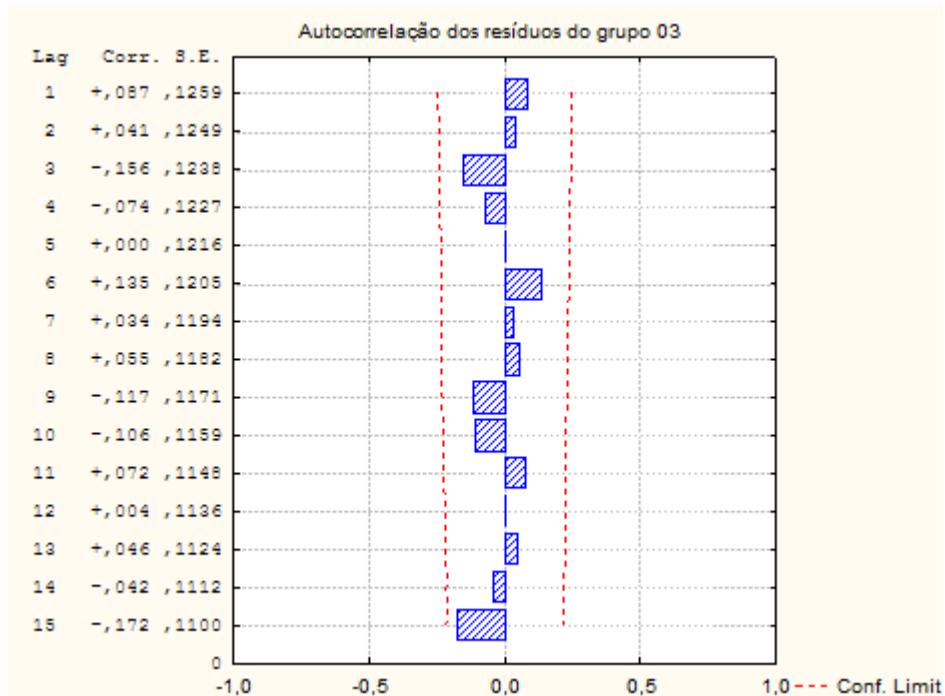


Figura (4.5 – 06) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 03

#### 4.5.5 Previsão para o grupo 04

O modelo (4.5 – 04), atenua as amplitudes apresentadas pelo comportamento dos dados destes grupos, sendo que estes diferem no máximo de  $8 \text{ mm}^{1-a}$ .

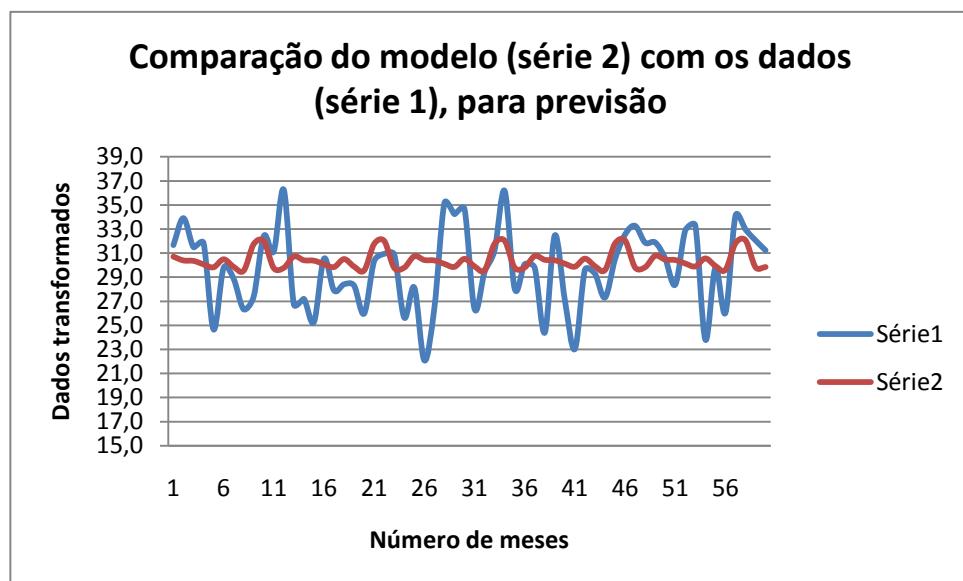


Figura (4.5 – 07) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 04.

#### 4.5.5.1 Autocorrelação dos resíduos do grupo 04

O ajuste do modelo é satisfatório, como observa-se

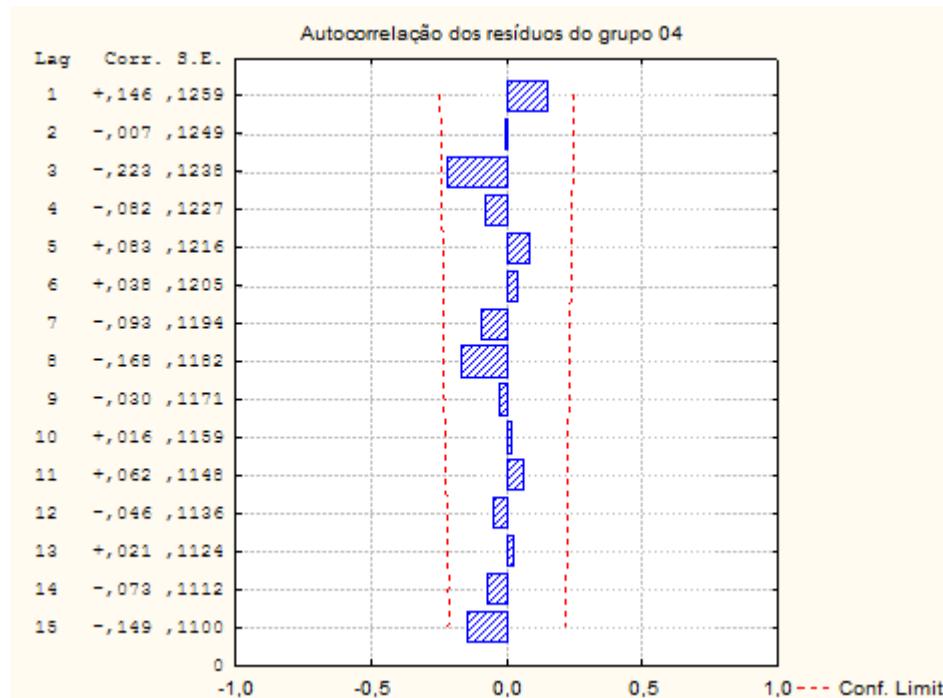


Figura (4.5 – 08) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 04

#### 4.5.6 Previsão para o grupo 05

O modelo (4.5 – 05), difere de forma considerável do comportamento dos dados de previsão, chegando a diferir de aproximadamente  $90mm^{1-a}$ .

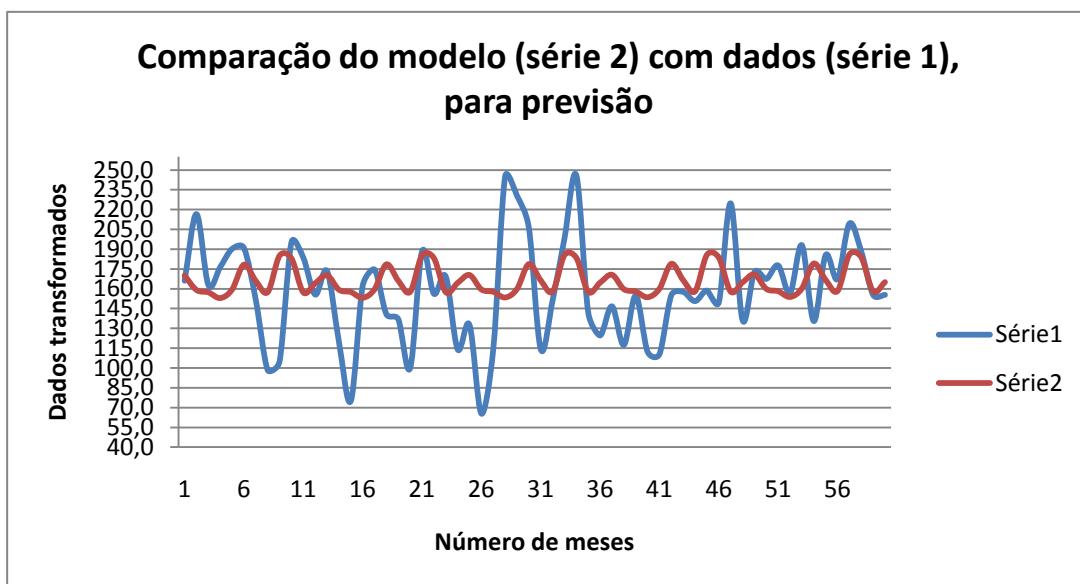


Figura (4.5 – 09) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 05.

#### 4.5.6.1 Autocorrelação dos resíduos do grupo 05

O modelo ajusta-se, contrariando os valores discrepantes de sua diferença com os dados de previsão, conforme pode-se observar.

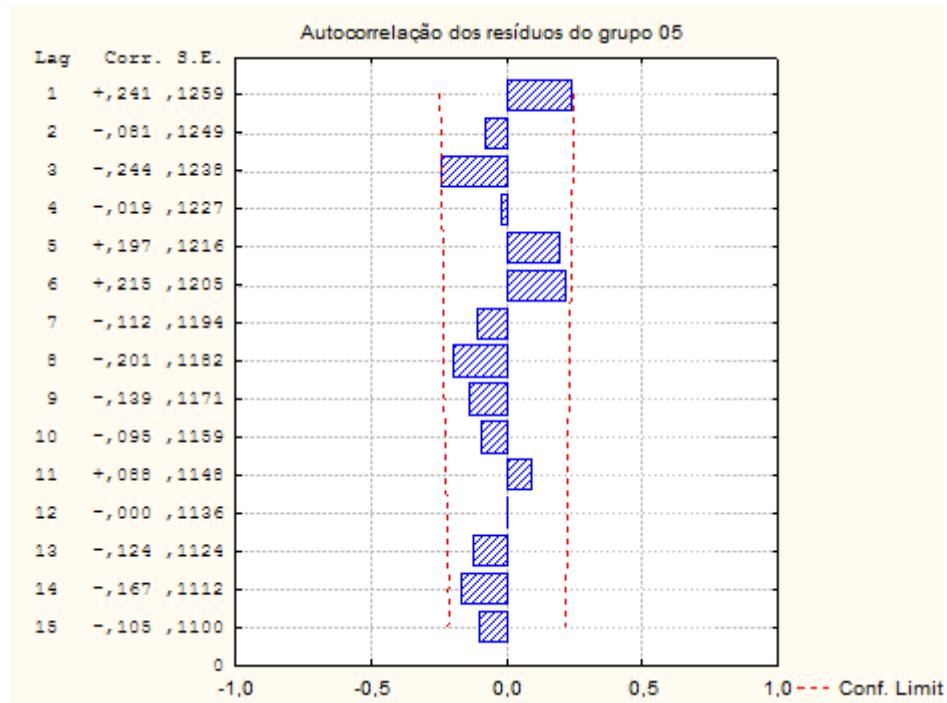


Figura (4.5 – 10) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 05

#### 4.5.7 Previsão para o grupo 06

O modelo (4.5 – 06) representa o comportamento dos dados de previsão, diferindo no máximo de  $12mm^{1-a}$ .

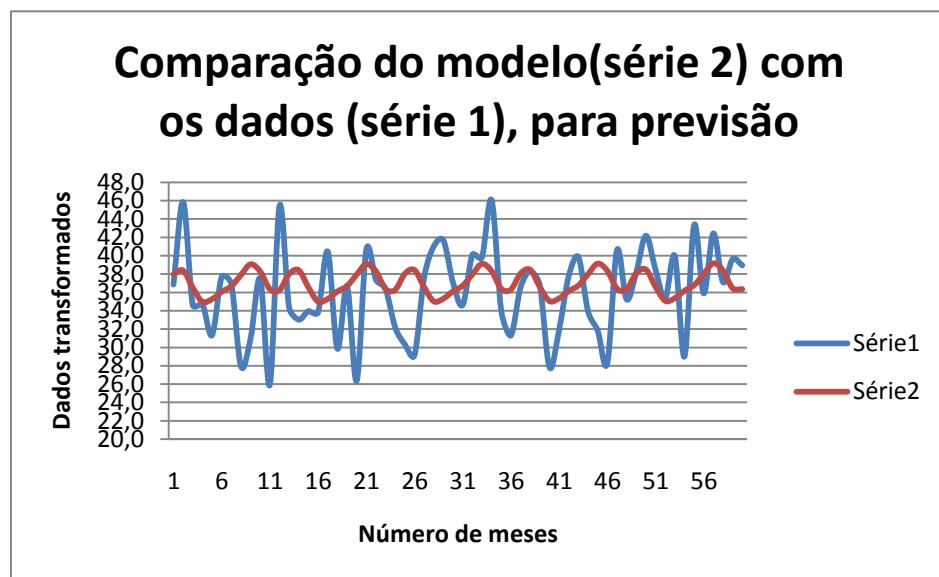


Figura (4.5 – 11) – Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 06.

#### 4.5.7.1 Autocorrelação dos resíduos do grupo 06

O modelo (4.5 – 06), apresenta o ajuste esperado, como observa-se

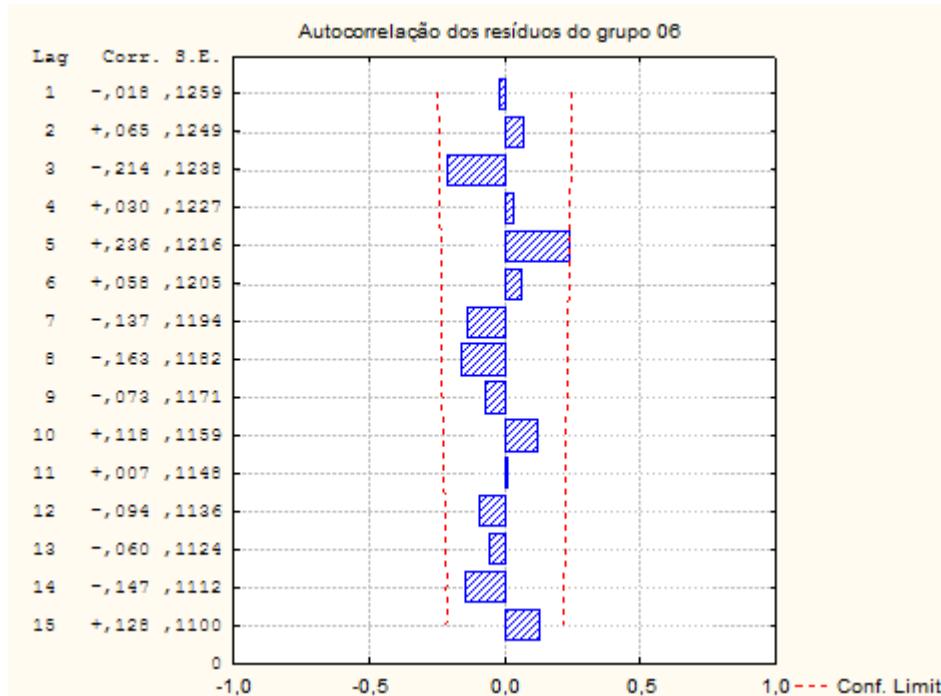


Figura (4.5 – 12) – Autocorrelação dos resíduos do grupo 06

As análises efetuadas mostraram que, de modo geral, os modelos representam o comportamento dos dados de previsão, atenuando os extremos de seus valores. Como observa-se nas figuras, o acordo entre os modelos e os valores observados é adequado para a maioria dos meses em todos os grupos, embora as maiores discrepâncias ocorridas nas observações não sejam acompanhadas, de modo geral, pelos dados estimados, como se constata em outros trabalhos (MORETTIN, MESQUITA e ROCHA, 1983; MORETTIN e TOLOI, 2004).

Acompanhando as previsões, incluíram-se os erros de previsão, o erro quadrático médio (EQM), a raiz do erro quadrático médio (RMSE) e variância do erro. Essas funções de perda permitem avaliar a qualidade das previsões. Como pode-se ver nas tabelas do Apêndice A, os valores das funções de perda são relativamente baixos com exceção do grupo 05.

Conclui-se aqui, que os modelos apresentaram um ajuste satisfatório, e que capazes de prever valores futuros, do comportamento dos dados de precipitação pluvial das seis regiões homogêneas.

#### 4.5.8.8 Previsão em longo prazo

Os trabalhos de modelagem dos dados nem sempre incluem a previsão como um dos objetivos. Segundo Morettin e Toloi (2004), modelos que se ajustam bem nem sempre são bons previsores.

A técnica da modelagem tem duas importantes propriedades, quais sejam, a simplicidade e a representatividade. Na prática nem sempre é possível atende-las simultaneamente. Modelos parcimoniosos são aqueles que conseguem um equilíbrio entre elas, satisfazendo-as razoavelmente.

Os modelos, quando adequados, permitem estimar valores por interpolação, isto é, para aqueles pontos que estão dentro do intervalo de variação da variável independente. Para valores fora deste intervalo tem-se o que se chama de extração que, de modo geral, não são validas. Em condições especiais, sob a hipótese de que o comportamento da variável em estudo permanecerá inalterado, podem-se extrapolar alguns passos a frente, isto é, fazer previsões. É evidente que quanto maior o número de passos a frente, maior é a probabilidade de fazerem-se previsões inadequadas.

O procedimento mais correto é estabelecer-se o modelo a partir de um grande número de dados e fazer previsões para poucos passos a frente (sob a condição, já descrita anteriormente). Para novas previsões o processo de modelagem deve ser refeito, incluindo os novos dados e prevendo, novamente, para poucos passos a frente. Previsões de longo prazo são sempre muito arriscadas, tendo em vista o caráter dinâmico da atmosfera, bem como os seus ciclos de mudanças, nem sempre fáceis de detectar.

No apêndice C, encontra-se uma tabela que apresenta um exemplo de previsão a longo prazo (20 anos a partir de Janeiro de 2003), usando os modelos estabelecidos para as seis regiões homogêneas, tendo-se em conta as ressalvas apresentadas acima.

## **5 Conclusão**

O estudo do comportamento da precipitação pluvial média mensal de cada região homogênea, possibilitou comprovar sua variabilidade ao longo do RS, através da comparação de suas médias mensais, em acordo com a literatura. O aumento relativo da tendência ao longo de 60 anos, variou de 2,7 a 13,3% nas seis regiões homogêneas, sendo os maiores percentuais encontrados para as regiões que estão sob o eixo Norte-Sul, onde Marques (2005) constatou um forte gradiente da variável.

A região homogênea 01, mesmo estando sob esse eixo, não apresentou destaque de seu aumento relativo, possivelmente porque a tendência de sua série não foi significativa ao nível de 5% (nível de significância adotado), bem como para a região homogênea 03. Estas regiões apresentaram os menores aumentos médios mensais (mm), sendo que estes não foram relevantes para nenhum dos grupos.

As seis regiões homogêneas estudadas neste trabalho, têm os seus regimes de chuvas (Janeiro de 1948/Dezembro de 2002) bem representados pelos modelos estabelecidos por meio de análise harmônica. Os modelos propostos são constituídos por 3 ou 4 ondas senoidais (harmônicos), e apresentaram representatividades de 81 a 95% da variabilidade dos dados.

Verificou-se que o harmônico semestral destacou-se em 50% dos modelos, seguido dos harmônicos quadrimestral e anual que mostraram-se mais importantes em 33,33% e 16,66% dos modelos, respectivamente.

O harmônico anual foi incluído em todos os modelos, devido sua comprovada realidade física. Os demais harmônicos da classificação, não apresentaram maior representatividade em nenhum dos modelos.

Os modelos estabelecidos para previsão, evoluem no tempo de acordo com a tendência da série temporal respectiva à cada região homogênea. Estes modelos foram testados para previsão de uma série de 60 meses (Janeiro de 2003/Dezembro de 2007), apresentando um ajuste satisfatório, mostrando-se adequados para a previsão de valores futuros, havendo persistência climática.

## Referencias bibliográficas

AMARAL, E. **Análise harmônica.** Pesquisa agropecuária brasileira, Brasília – DF, v.3, p. 7-34, 1968.

AMARAL, E.; BAPTISTA DA SILVA, J. **Periodicidades climáticas.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE CLIMATOLOGIA DO HEMISFÉRIO SUL, 1997, Campinas, Anais..., Campinas, SP: Organização Meteorológica Mundial, v. 1, p. 1-7, 1977.

BAPTISTA DA SILVA, J.; AMARAL, E. **Probabilidades das precipitações pluviométricas em Pelotas, RS.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, ISSN 0104-1347, v. 2, p. 167-177, 1987.

BAPTISTA DA SILVA, J.; CUNHA, F. B.; GAVIÃO NETO, W. P. **Modelagem das chuvas trimestrais por regiões homogêneas no Estado do Ceará.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, ISSN 0104-1347, v. 9, n. 2, p. 317-324, 2001.

BAPTISTA DA SILVA, J.; BURGUEÑO, L. E. T.; FERREIRA, C. C.. **Umidade relativa em Pelotas, RS. II – Tabelas de probabilidades das médias e máximas pentadais.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, ISSN 0104-1347, v. 10, n. 2, p. 323-331, 2002.

BAPTISTA DA SILVA, J.; BASGALUPP, Marcio Porto. **ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS CHUVAS ANUAIS EM PELOTAS, RS,** 49º Reunião da RBRAS, 2004.

BAPTISTA DA SILVA, J.; BASGALUPP, Marcio Porto; PAZ, Sheila Radmann. **Comportamento das precipitações pluviais mensais em Pelotas, Rio Grande do Sul.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, ISSN 0104-1347, v. 13, n. 1, p. 115-159, 2005.

BERGAMASHI, H.; RADIN, B.; ROSA, L. M. G.; BERGONCI, J. I.; ARAGONES, R.; SANTOS, A. O.; FRANÇA, S.; LANGENSIEPEN, M. **Estimating water requirements using agrometeorological data.** Revista Argentina de Agrometeorologia, v.1, p.23-27, 2001.

BERGAMASCHI, H.; DALMAGO, G. A.; BERGONCI, J.; BIANCHI, C. A.; MÜLLER, A. G.; COMIRAN, F.; HECKLER, B. M. **Distribuição hídrica no período crítico do milho e produção de grãos.** Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília, V. 39, n. 9, p. 831-839, set. 2004.

BLISS, C. I. **Periodic regression in biology and climatology.** Bol. 615, Connecticut Agr. Exp. Sta, New Haven, 1958.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time series analysis: forecasting and control** 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1994, 598p.

BRENA, D. A.; SILVA, J. N. M.; SCHNEIDER, P. R. **Metodologia para verificação das condicionantes da Análise de Regressão.** Santa Maria, Floresta, v. 9, n. 2, p. 25-45, 1978.

BURIOL, Galileo Adeli; ESTEFANEL, Valduino; DE CHAGAS, Álvaro Chagas; EBERHARDT, Denise. **CLIMA E VEGETAÇÃO NATURAL DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL SEGUNDO O DIAGRAMA CLIMÁTICO DE WALTER E LIETH.** Ciência Florestal, ISSN 0103-9954, Santa Maria, v. 17, n. 2, p. 91-100, abr-jun, 2007.

BUTKOV, E. **Mathematical Physics**, Addison-Wesley, Rading, Mass., 1968.

COCHRAN, W.G. **The distribution of the largest of a set estimated variances as a fraction of their total.** Annals of Eugenics, v11 p 47 – 51, 1941.

COCHRAN, W. G. **Some consequences when the assumptions for the analysis of variance are not satisfied.** Biometrics, Washington, D. C., 3(1): 22--38, 1947.

CONAGIN, Armando; NAGAI, Violeta; IGUE, Toshio; AMBRÓSIO, A. Luís. **Efeito da falta de Normalidade em testes de Homogeneidade das Variâncias.** Braganita, Campinas, 52(2): 173-180, 1993.

CURI, P. R. **Análise de agrupamento: Métodos seqüências, aglomerativos e hierárquicos.** Ciência e Cultura, S. Paulo, v.35, n.10, p. 1678-1685, 1983.

DINIZ, Geraldo L.; FONSECA, Marcio; CAMPELO Jr., José Holanda. **Análise harmônica do regime de precipitação em duas localidades da baixada cuiabana.** Biomatemática, ISSN 1679-365X, n. 18, p. 37-48, 2008.

DINIZ, Gilberto Barbosa. **PREDITORES VISANDO A OBTENÇÃO DE UM MODELO DE PREVISÃO CLIMÁTICA DE TEMPERATURAS MÁXIMA E MÍNIMA PARA REGIÕES HOMOGÊNEAS DO RIO GRANDE DO SUL.** Tese de Doutorado – Universidade Fedderal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Agronomia, Programa de Pós graduação em Fitotecnia, Proto Alegre, 2002.

DIXON, W. J.; MASSEY JR., F. J. **Introduction to statistical analysis.** Tokio: McGraw-Hill Kogakusha Ltda. 1969, 639 p.

DUTRA, L. V. **Identificação estatística preliminar de imagens de radar: Modelos autorregressivos e médias móveis (ARMA).** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO. 5, Natal, 11-15 out., 1988.

EVERITT, B. **Cluster Analysis.** London: Heinemann Books, 135 p., 1974.

FOCHEZATO, Adelar; GRANDO, Z. MARINÉS. **Efeitos da estiagem na Economia do Rio Grande do Sul: uma abordagem multisectorial** – Fundação de Economia e Estatística: textos para Discussão FEE, ISSN 1984-5588, n. 62, pag. 21, 2009.

GAUSSSEN, H. **Theories et classification des climats et microclimats.** In: Congres Internationale de Botanique, 8., 1954, Paris. Compte-Rendu... Paris, section 7 et 13, p. 125-130, 1954.

HARTER, H. L. **Expected values of normal order statistics.** Biometrika, 48, 151-65, 1961.

IGUE, Toshio; CONAGIN, Armando; NAGAI, Violeta; AMBRÓSIO, Luis A. **Erro adequado para comparação de médias em casos de heterogeneidade das variâncias.** Bragantia, Campinas, 52(2): 181-186, 1993.

JENKINS, G.M. **Practical experiences with modelling and forecasting time series.** Gwilym & Partners (overseas) Ltd., Jersey, 1979, 146 p.

JOÃO, Milena Machado. **Análise do Comportamento das temperaturas Máximas e Mínimas Médias Mensais para o Rio Grande do Sul.** 2009, 137p. Dissrtação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Meteorologia. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.

LEGENDRE, Pierre; BOCARD, Daniel. **Statistical comparison of univariate tests of homogeneity of variances.** Submitted for publication, 2007.

MAITELLI, G. T. (1994). **Uma abordagem tridimensional de clima urbano em área tropical continental: o exemplo de Cuiabá-MT.** Tese de Doutorado, FAFILCH – USP, São Paulo/SP.

MARQUES, J. R. **Variabilidade espacial e temporal de precipitação pluvial no Rio Grande do Sul e sua relação com indicadores oceânicos.** 2005. 210f. Tese (Doutorado-Agrometeorologia) - Programa de Pós-graduação em Fitotecnia, Faculdade de Agronomia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

MATZENAUER, Ronaldo; BERGAMASCHI, Homero; BERLATO, M. Antônio; RIBOLDI, João. **Relação entre rendimento de milho e variáveis hídricas.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, v. 3, p. 85-92, 1995.

MEZZONO, Diunisio. **Análise espectral da temperatura mínima média numa região homogênea do Rio Grande do Sul.** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Piracicaba, ISSN 0104-1347, v. 15, n. 2, p. 121-132, 2007.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Modelos para Previsão de Séries Temporais.** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, v. 1 e 2, 1981. 623 p.

MORETTIN, P. A.; MESQUITA, A. R.; ROCHA, J. G. C. **Rainfall at Fortaleza, Ceará, Brasil, revisited.** São Paulo: Departamento de Estatística, IME/Universidade de São Paulo, 1983, 33p. (Relatório Técnico RT-MAE-8303)

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais.** Edgar Blücher, São Paulo, SP, 2004.

MOURÃO JÚNIOR, M. **Análise de agrupamentos: Propriedades e Aplicações.** Boa Vista: Embrapa Roraima (Documentos,9), p. 31, 2005.

NETER, J. & WASSERMAN, W. **Applied linear statistical models: regression, analysis of variance, and experimental design.** Georgetown, Richard D. Irwin, 1974. 842p.

NIMER, E. (1979). E. **Climatologia do Brasil.** 2 ed., Rio de Janeiro: SUPREN/IBGE. Departamento de Recursos Naturais e Estudos Ambientais, 421, 1989.

PITTOCK, A. Barrie. **Climate Change: Turning up the heat.** London, Earthscan, CSIRO PUBLISHING, ISBN 1 – 84407-300-9, 329 p., 2005

SANTOS, Mario J. C.; NASCIMENTO, Ana V. S.; GARCIA, Alessandra R. **Aplicação da Análise Harmônica na Caracterização Pluviométrica da Vertente Atlântica Sergipana como Critério de Decisão Agrícola.** Revista da Fapese, v. 3, n. 2, p. 63-70, jul./dez. 2007.

S.S.Shapiro; M. B. Wilk. **An Analysis of Variance Test for Normality (complete Samples).** Biometrika, Vol. 52, No. 3/4.(Dec., 1965), pp. 591-611.

SIOTANI, Minoru. **The significance of the discordant variance estimates.**

Received Aug. 10, 1955.

SPIEGEL, Murray Ralph. **Probabilidade e estatística.** Tradução (de) Alfredo Alves de Farias. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, coleção Schaum, 520p., 1978.

TARSIA, R. D. **O Calendário Gregoriano.** Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 17, nº 1, 1995.

TOGRUL, I. T.; TOGRUL, H. **Global Solar radiation over Turkey: Comparison of predictedand measured data.** Renewable Eergy, Turkey, v.25, p. 55-67, 2002.

TORMAN, V. B. L.; BIRCK, Alan Rodrigues; RIBOLDI, João. **Comparação dos Testes de Aderência à Normalidade Kolmogorov – Smirnov, Anderson – Darling, Cramer – von Mises e Shapiro – Wilk por simulação.** In: 11 Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO), 2005. Anais da 50ª RBRAS e do 11 SEAGRO, 2005.

UNDERWOOD, A. J. (1997) Experiments in ecology – **Their logical design and interpretation using analysis of variance.** Cambridge University Press.

VAREJÃO-SILVA, Adelmo Mário. **Meteorologia e Climatologia** – Versão Digital 2, Recife, p. 463, 2006.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; PIROLA, Fabio Luis; YADA, Inês Fumiko Ubukata; GOMES, José Carlos. **Análise harmônica aplicada a dados de precipitação pluviométrica.** Londrina, Moira, V.1. p. 1 – 5, 2005.

WALTER, H.; LIETH, H. **Klimadiagramm-Weltatlas.** Jena: Pusl. Gustav Fischer, 1967.

WARD, J. H. **Hierachical grouping to optimize an objective function.** J. Am. Statist. Assoc. 58, 236-244, 1963.

WILKS, D. S. **Statistical Methods in the Atmospheric Sciences**. San Diego – CA:  
Academic Press, 1995. 467 p.

## **Apêndices**

## Apêndice A – Tabelas dos valores dos dados e modelos da série de 60 meses

Tabela (01) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 01.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
21,2827	26,8079	-5,5252	32,9029	95,6894	11,086	3,330	11,052
34,5826	27,8063	6,7763	310,7448	113,3223			
28,3209	27,1204	1,2005	123,3531	100,9589			
29,3428	26,0578	3,285	145,3312	83,9186			
28,9055	26,1626	2,7429	135,5787	85,4904			
31,8687	26,9716	4,8972	212,93	98,4219			
25,0808	27,4239	-2,3431	70,3217	106,2909			
26,6571	27,5595	-0,9025	93,2246	108,7451			
29,0525	27,4977	1,5548	138,798	107,621			
22,6123	26,6785	-4,0662	43,5479	93,5709			
28,4429	25,4396	3,0033	125,8315	75,0975			
24,5831	25,3783	-0,7952	64,096	74,2642			
23,5808	26,8079	-3,2271	52,8704	95,6894			
23,8215	27,8063	-3,9848	55,4131	113,3223			
25,6512	27,1204	-1,4692	78,0313	100,9589			
32,085	26,0578	6,0272	219,6965	83,9186			
35,0719	26,1626	8,9093	331,6073	85,4904			
25,4738	26,9716	-1,4978	75,5657	98,4219			
27,0436	27,4239	-0,3802	99,6438	106,2909			
25,3059	27,5595	-2,2536	73,2894	108,7451			
25,715	27,4977	-1,7827	78,9323	107,621			
28,0322	26,6785	1,3537	117,6435	93,5709			
26,2224	25,4396	0,7828	86,3989	75,0975			
23,534	25,3783	-1,8443	52,3865	74,2642			
20,9101	26,8079	-5,8978	30,3223	95,6894			
24,1118	27,8063	-3,6945	58,6064	113,3223			
25,3682	27,1204	-1,7522	74,1281	100,9589			
22,8023	26,0578	-3,2555	45,2662	83,9186			
30,3867	26,1626	4,2241	170,8361	85,4904			
25,6014	26,9716	-1,3702	77,3323	98,4219			
25,0057	27,4239	-2,4181	69,354	106,2909			
25,3107	27,5595	-2,2488	73,3539	108,7451			
32,228	27,4977	4,7303	224,2631	107,621			
26,4097	26,6785	-0,2688	89,2891	93,5709			
21,4748	25,4396	-3,9648	34,2996	75,0975			
21,7299	25,3783	-3,6484	36,2254	74,2642			
27,9872	26,8079	1,1793	116,7726	95,6894			
26,9231	27,8063	-0,8832	97,6058	113,3223			
29,5358	27,1204	2,4154	149,8042	100,9589			

Tabela (01) - Continuação

28,0693	26,0578	2,0114	118,365	83,9186
23,2194	26,1626	-2,9432	49,2252	85,4904
26,0587	26,9716	-0,9128	83,9322	98,4219
23,837	27,4239	-3,5869	55,58	106,2909
29,3311	27,5595	1,7716	145,0624	108,7451
25,3339	27,4977	-2,1637	73,6657	107,621
24,2907	26,6785	-2,3878	60,6444	93,5709
26,5538	25,4396	1,1142	91,5655	75,0975
26,4937	25,3783	1,1154	90,6117	74,2642
18,2582	26,8079	-8,5497	16,1934	95,6894
29,92	27,8063	2,1137	159,0333	113,3223
30,8688	27,1204	3,7484	183,7391	100,9589
21,5777	26,0578	-4,4801	35,0663	83,9186
27,8676	26,1626	1,705	114,4823	85,4904
31,9225	26,9716	4,9509	214,5966	98,4219
25,4678	27,4239	-1,9561	75,4829	106,2909
29,6165	27,5595	2,057	151,7074	108,7451
25,8037	27,4977	-1,694	80,199	107,621
28,5372	26,6785	1,8588	127,7724	93,5709
26,1521	25,4396	0,7125	85,3322	75,0975
26,2596	25,3783	0,8813	86,9666	74,2642

Tabela (02) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 02.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
72,7265	76,9115	-4,1849	112,8827	128,9757	209,15	14,46	184,891
95,9818	76,6556	19,3262	218,6042	127,9558			
74,5641	76,2224	-1,6584	119,7957	126,2402			
66,3116	72,0285	-5,7168	90,5937	110,3187			
63,9828	72,332	-8,3492	83,1981	111,4294			
87,3046	82,167	5,1376	174,4342	150,9694			
81,2626	81,6566	-0,394	147,0411	148,7449			
54,8773	77,0721	-22,1948	57,7161	129,6181			
55,4022	83,938	-28,5358	59,0399	158,8362			
88,6747	81,635	7,0396	181,026	148,6515			
75,7615	69,557	6,2045	124,4295	101,5147			
90,6395	71,1351	19,5045	190,7277	107,0872			
53,6767	77,0627	-23,386	54,7536	129,5805			
59,4695	76,8068	-17,3373	69,8934	128,5578			
38,1128	76,3736	-38,2608	24,2193	126,8375			
78,2762	72,1797	6,0966	134,4944	110,8711			
74,5742	72,4832	2,091	119,8344	111,9851			
71,5281	82,3182	-10,7901	108,5019	151,632			
82,203	81,8078	0,3952	151,127	149,4019			

Tabela (02) - Continuação

61,4774	77,2233	-15,7459	75,6463	130,2246
89,3117	84,0892	5,2225	184,1392	159,5186
69,6909	81,7862	-12,0953	101,9808	149,3082
73,4525	69,7082	3,7443	115,5853	102,0412
49,2607	71,2863	-22,0256	44,6269	107,6302
59,4495	77,2139	-17,7644	69,8374	130,187
53,7883	76,958	-23,1696	55,0253	129,1615
77,5234	76,5248	0,9986	131,4335	127,4365
49,3381	72,3309	-22,9928	44,794	111,4252
86,8325	72,6344	14,1981	172,1957	112,5423
53,982	82,4694	-28,4874	55,4984	152,2962
55,3994	81,959	-26,5596	59,0328	150,0605
79,391	77,3745	2,0165	139,1018	130,8328
88,6976	84,2404	4,4573	181,1376	160,2027
103,933	81,9374	21,9955	264,2376	149,9665
61,498	69,8594	-8,3614	75,707	102,5692
56,5648	71,4375	-14,8727	62,034	108,1748
77,4466	77,3651	0,0815	131,1237	130,7951
62,9033	77,1092	-14,2059	79,8931	129,7668
59,1788	76,676	-17,4973	69,0822	128,0371
55,1174	72,4821	-17,3646	58,3196	111,9808
82,9326	72,7856	10,1469	154,3415	113,1012
58,4025	82,6206	-24,2181	66,9432	152,9622
67,9902	82,1102	-14,12	96,1523	150,7208
70,2599	77,5257	-7,2658	103,9753	131,4427
74,4467	84,3916	-9,9449	119,3471	160,8885
62,9972	82,0886	-19,0915	80,1774	150,6266
81,3182	70,0106	11,3075	147,2806	103,0988
77,4898	71,5887	5,9012	131,298	108,7209
70,2489	77,5163	-7,2674	103,9366	131,4048
90,5678	77,2604	13,3074	190,3681	130,3738
85,1961	76,8272	8,3689	164,566	128,6393
76,7248	72,6333	4,0916	128,2313	112,5381
73,0555	72,9368	0,1187	114,1026	113,6617
93,2913	82,7718	10,5195	204,2896	153,6299
80,6121	82,2614	-1,6493	144,2527	151,3827
83,281	77,6769	5,6041	155,8907	132,0541
92,9105	84,5428	8,3677	202,3086	161,576
78,3705	82,2398	-3,8694	134,8803	151,2883
73,142	70,1618	2,9802	114,4247	103,63
66,3834	71,7399	-5,3565	90,8273	109,2687

Tabela (03) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 03.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
33,9724	37,5711	-3,5987	79,6069	114,1454	27,203	5,216	25,637
46,809	37,0973	9,7117	250,7119	109,0771			
47,0604	39,8567	7,2037	255,564	141,011			
42,652	40,2649	2,3871	179,7272	146,2484			
39,1776	36,6317	2,546	132,5996	104,2555			
39,0998	35,9402	3,1596	131,6588	97,3813			
28,4443	35,8403	-7,396	42,1594	96,4161			
36,2585	35,1942	1,0643	100,5039	90,3391			
32,7062	38,2913	-5,585	69,4886	122,1717			
41,8194	39,4565	2,3629	167,4831	136,0083			
41,8683	36,797	5,0713	168,1852	105,949			
43,9273	37,0349	6,8924	199,7148	108,4216			
28,2863	37,5711	-9,2848	41,3271	114,1454			
37,2376	37,0973	0,1402	110,56	109,0771			
27,7553	39,8567	-12,1014	38,617	141,011			
43,6807	40,2649	3,4158	195,7302	146,2484			
35,268	36,6317	-1,3637	91,0184	104,2555			
33,6761	35,9402	-2,2641	77,1498	97,3813			
31,4633	35,8403	-4,377	60,4911	96,4161			
27,2131	35,1942	-7,9811	35,9844	90,3391			
37,2747	38,2913	-1,0165	110,9553	122,1717			
39,961	39,4565	0,5046	142,3367	136,0083			
39,9142	36,797	3,1172	141,7405	105,949			
33,2524	37,0349	-3,7825	73,7318	108,4216			
33,021	37,5711	-4,5501	71,9122	114,1454			
27,1718	37,0973	-9,9255	35,7895	109,0771			
33,3714	39,8567	-6,4853	74,6804	141,011			
35,9414	40,2649	-4,3235	97,393	146,2484			
43,4251	36,6317	6,7934	191,6617	104,2555			
40,1562	35,9402	4,2161	144,841	97,3813			
26,2182	35,8403	-9,6221	31,4935	96,4161			
37,8415	35,1942	2,6473	117,1131	90,3391			
36,9826	38,2913	-1,3086	107,8747	122,1717			
41,0773	39,4565	1,6209	157,0877	136,0083			
33,7345	36,797	-3,0625	77,6299	105,949			
33,7195	37,0349	-3,3154	77,5066	108,4216			
36,3886	37,5711	-1,1825	101,8008	114,1454			
26,1605	37,0973	-10,9369	31,246	109,0771			
34,2972	39,8567	-5,5595	82,3654	141,011			
36,8091	40,2649	-3,4557	106,0744	146,2484			
33,6889	36,6317	-2,9428	77,255	104,2555			
36,8285	35,9402	0,8884	106,2745	97,3813			
31,4211	35,8403	-4,4192	60,2008	96,4161			

Tabela (03) - Continuação

29,1478	35,1942	-6,0465	46,0116	90,3391
36,7411	38,2913	-1,5502	105,3743	122,1717
40,0141	39,4565	0,5576	143,0143	136,0083
41,1732	36,797	4,3762	158,4034	105,949
40,1257	37,0349	3,0908	144,4468	108,4216
33,5251	37,5711	-4,046	75,9193	114,1454
45,1873	37,0973	8,09	220,9879	109,0771
46,1043	39,8567	6,2476	237,4637	141,011
33,7539	40,2649	-6,511	77,7899	146,2484
30,2416	36,6317	-6,3901	52,4964	104,2555
35,9723	35,9402	0,0321	97,6931	97,3813
30,1351	35,8403	-5,7051	51,8382	96,4161
38,6177	35,1942	3,4234	125,9404	90,3391
37,4149	38,2913	-0,8764	112,4555	122,1717
43,2576	39,4565	3,8011	189,0289	136,0083
34,6787	36,797	-2,1183	85,6911	105,949
31,7029	37,0349	-5,332	62,1559	108,4216

Tabela (04) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 04.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
31,6629	30,7067	0,9562	171,2385	149,3404	10,383	3,222	9,926
33,9094	30,3886	3,5209	232,5127	142,5595			
31,4952	30,3531	1,1421	167,2304	141,819			
31,8437	30,0651	1,7786	175,6472	135,9113			
24,6496	29,8183	-5,1687	56,0239	131,0036			
29,7719	30,4869	-0,715	130,0961	144,6293			
28,8659	29,8613	-0,9954	113,3377	131,848			
26,3238	29,5329	-3,2091	75,1137	125,5002			
27,3868	31,7502	-4,3634	89,6274	173,3571			
32,4099	32,0027	0,4073	190,0184	179,5927			
31,1497	29,7483	1,4014	159,1975	129,6369			
36,2567	29,7708	6,4859	313,442	130,0754			
26,7296	30,7247	-3,9951	80,4209	149,7315			
27,1935	30,4066	-3,2131	86,838	142,9367			
25,2622	30,3711	-5,1089	62,5096	142,1946			
30,5321	30,0831	0,449	145,5893	136,2748			
27,8976	29,8363	-1,9388	97,3302	131,3569			
28,4064	30,5049	-2,0985	105,5066	145,0108			
28,3021	29,8793	-1,5771	103,7887	132,203			
25,966	29,5509	-3,5849	70,6639	125,8419			
30,3312	31,7682	-1,437	141,3626	173,796			
30,9365	32,0207	-1,0841	154,3933	180,0439			
30,8776	29,7663	1,1113	153,086	129,9873			

Tabela (04) - Continuação

25,6368	29,7888	-4,152	66,7531	130,4267
28,1315	30,7427	-2,6112	101,0251	150,1233
22,0774	30,4246	-8,3472	34,2606	143,3147
26,4412	30,3891	-3,9479	76,6201	142,5711
35,1614	30,1011	5,0603	273,3439	136,639
34,2367	29,8543	4,3823	242,6934	131,7108
34,6848	30,5229	4,1619	257,1946	145,393
26,3681	29,8973	-3,5292	75,679	132,5587
29,419	29,5689	-0,1499	123,3547	126,1843
31,2512	31,7862	-0,535	161,5251	174,2359
36,1784	32,0387	4,1397	310,4301	180,496
28,0498	29,7843	-1,7345	99,7232	130,3384
30,0806	29,8068	0,2737	136,2234	130,7787
29,7678	30,7607	-0,9929	130,0166	150,5159
24,391	30,4426	-6,0516	53,4478	143,6934
32,4747	30,4071	2,0675	191,7179	142,9483
27,1011	30,1191	-3,018	85,529	137,004
23,0229	29,8723	-6,8494	41,311	132,0656
29,6145	30,5409	-0,9264	127,0545	145,776
29,2874	29,9153	-0,6279	120,911	132,9152
27,3029	29,5869	-2,2841	88,4074	126,5274
30,4972	31,8042	-1,307	144,8468	174,6766
32,5462	32,0567	0,4895	193,609	180,9489
33,2674	29,8023	3,4651	213,5011	130,6902
31,8678	29,8248	2,043	176,2413	131,1315
31,8885	30,7787	1,1098	176,7527	150,9093
30,5613	30,4606	0,1007	146,2109	144,0729
28,3769	30,4251	-2,0482	105,018	143,3263
32,8927	30,1371	2,7556	202,9775	137,3697
33,2922	29,8903	3,4019	214,2138	132,421
23,8041	30,5589	-6,7548	47,9434	146,1597
29,7898	29,9333	-0,1435	130,4451	133,2725
26,0317	29,6049	-3,5732	71,4657	126,8713
34,1051	31,8222	2,2829	238,5607	175,1182
32,9602	32,0747	0,8856	204,8449	181,4028
32,0582	29,8203	2,2379	180,9876	131,0428
31,226	29,8428	1,3831	160,9441	131,485

Tabela (05) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 05.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
166,0774	169,9884	-3,911	145,8999	152,0482	1463,206	38,252	1403,572
216,5889	159,0281	57,5608	233,6519	135,0986			
162,835	157,256	5,579	140,8866	132,4403			
176,4337	152,9094	23,5243	162,4212	126,0181			
190,2367	159,3572	30,8796	185,6328	135,5947			
190,8868	178,3084	12,5783	186,7591	165,4944			
151,2856	165,8757	-14,5901	123,6547	145,5857			
98,2373	157,3876	-59,1503	57,4999	132,6369			
104,879	185,1266	-80,2476	64,5732	176,882			
195,2573	183,0576	12,1997	194,4091	173,3916			
183,5102	157,1614	26,3487	174,1524	132,2991			
155,5898	164,1774	-8,5876	129,9621	142,953			
173,2904	170,1948	3,0956	157,3252	152,3758			
119,8872	159,2345	-39,3473	81,8573	135,4097			
74,902	157,4624	-82,5604	35,5464	132,7488			
162,1972	153,1158	9,0814	139,9095	126,3199			
174,5814	159,5636	15,0178	159,4096	135,9063			
140,6747	178,5148	-37,8401	108,6939	165,8342			
136,8918	166,0821	-29,1902	103,5645	145,9071			
99,8151	157,594	-57,7789	59,1478	132,9455			
188,2342	185,333	2,9012	182,1817	177,2318			
156,1835	183,264	-27,0806	130,8427	173,7384			
169,2413	157,3678	11,8735	150,8652	132,6074			
114,0964	164,3838	-50,2874	74,977	143,2718			
132,5623	170,4012	-37,8389	97,8271	152,7036			
65,3652	159,4409	-94,0758	27,9194	135,7211			
114,0553	157,6688	-43,6135	74,9291	133,0575			
245,0628	153,3222	91,7406	290,8671	126,622			
230,4679	159,77	70,6979	260,8581	136,2182			
206,2553	178,7212	27,5341	214,249	166,1744			
114,1926	166,2885	-52,0959	75,0891	146,2288			
151,2511	157,8004	-6,5492	123,6047	133,2544			
198,2593	185,5394	12,7199	199,7411	177,582			
245,8576	183,4704	62,3871	292,542	174,0856			
141,9299	157,5742	-15,6443	110,4197	132,916			
124,5518	164,5902	-40,0384	87,5899	143,591			
146,7051	170,6076	-23,9025	117,0934	153,0318			
117,3693	159,6473	-42,2781	78,8332	136,0328			
154,7549	157,8752	-3,1203	128,7279	133,3665			
112,2614	153,5286	-41,2672	72,8519	126,9245			
110,4358	159,9764	-49,5406	70,7642	136,5304			
155,1452	178,9276	-23,7825	129,3041	166,5149			
157,6026	166,4949	-8,8923	132,9584	146,5509			

Tabela (05) - Continuação

150,599	158,0068	-7,4078	122,6612	133,5637
158,6349	185,7458	-27,1108	134,5068	177,9325
149,6234	183,6768	-34,0535	121,2556	174,433
224,7511	157,7806	66,9705	249,4936	133,2249
136,1138	164,7966	-28,6828	102,5231	143,9105
172,596	170,814	1,782	156,209	153,3603
167,4206	159,8537	7,5669	147,999	136,3449
177,6819	158,0816	19,6003	164,4645	133,6759
156,6289	153,735	2,894	131,5053	127,2272
192,9613	160,1828	32,7786	190,3736	136,8429
135,4518	179,134	-43,6822	101,6405	166,8557
185,513	166,7013	18,8118	177,5373	146,8732
167,3316	158,2132	9,1184	147,8594	133,8732
209,4007	185,9522	23,4485	220,0772	178,2833
188,2226	183,8832	4,3394	182,1617	174,7808
155,3651	157,987	-2,622	129,6293	133,5341
155,4007	165,003	-9,6024	129,682	144,2302

Tabela (06) - Valores dos dados e modelos da série de 60 meses, para o grupo 06.

Previsão (mm <sup>1-a</sup> )	Modelo (mm <sup>1-a</sup> )	Resíduos (mm <sup>1-a</sup> )	Previsão (mm)	Modelo (mm)	EQM	RMSE	Variância
36,8428	37,9746	-1,1318	132,0846	147,9318	24,392	4,939	23,418
45,8286	38,3814	7,4472	299,086	153,9545			
34,5955	36,5201	-1,9246	104,3515	127,8049			
34,7332	34,9859	-0,2527	105,9155	108,8297			
31,3268	35,2786	-3,9517	71,9593	112,2782			
37,6935	36,0776	1,616	143,8733	122,1007			
36,9095	36,676	0,2335	132,9832	129,8596			
27,9419	37,8985	-9,9566	46,8945	146,8244			
30,9947	39,0582	-8,0635	69,1436	164,3678			
37,4646	38,2657	-0,801	140,6285	152,2226			
25,9382	36,3521	-10,4139	35,49	125,6167			
45,442	36,2632	9,1788	289,7461	124,4697			
34,3108	37,9998	-3,689	101,1717	148,2997			
33,0183	38,4066	-5,3883	87,6217	154,3334			
33,9604	36,5453	-2,585	97,356	128,1355			
33,8227	35,0111	-1,1883	95,8868	109,1235			
40,4318	35,3038	5,128	187,0808	112,5788			
29,8598	36,1028	-6,243	60,1292	122,4204			
36,6728	36,7012	-0,0284	129,8173	130,194			
26,3447	37,9237	-11,579	37,6179	147,1904			
40,6393	39,0834	1,556	190,7026	164,7653			
37,3788	38,2909	-0,9121	139,4257	152,5983			

Tabela (06) - Continuação

36,3598	36,3773	-0,0175	125,7158	125,9431
32,1725	36,2884	-4,1158	79,5078	124,7939
30,3346	38,025	-7,6904	63,7887	148,6683
29,1414	38,4318	-9,2904	54,8883	154,7129
37,6114	36,5705	1,0408	142,7023	128,4667
41,0166	35,0363	5,9803	197,4169	109,4179
41,6441	35,329	6,3151	208,966	112,88
37,0374	36,128	0,9094	134,716	122,7407
34,6297	36,7264	-2,0967	104,7386	130,5291
40,0862	37,9489	2,1374	181,1637	147,557
39,8125	39,1086	0,7039	176,5738	165,1635
46,0307	38,3161	7,7146	304,0551	152,9748
33,9858	36,4025	-2,4167	97,6297	126,2702
31,2914	36,3136	-5,0222	71,6552	125,1188
36,5471	38,0502	-1,5031	128,1583	149,0376
38,3281	38,457	-0,1289	153,155	155,0932
36,7456	36,5957	0,1499	130,785	128,7985
27,8309	35,0615	-7,2306	46,2005	109,7129
31,9204	35,3542	-3,4338	77,199	113,1818
37,7792	36,1532	1,6261	145,1018	123,0616
39,8416	36,7516	3,09	177,0576	130,8648
33,9307	37,9741	-4,0434	97,038	147,9242
31,8271	39,1338	-7,3066	76,358	165,5624
28,2688	38,3413	-10,0725	48,9821	153,3519
40,588	36,4277	4,1603	189,8025	126,5978
35,227	36,3388	-1,1118	111,6649	125,4442
38,1579	38,0754	0,0825	150,624	149,4076
42,1714	38,4822	3,6892	219,0489	155,4741
38,4678	36,6209	1,8468	155,2555	129,1309
35,3056	35,0867	0,219	112,6014	110,0085
39,9418	35,3794	4,5624	178,7305	113,4842
28,9943	36,1784	-7,1841	53,8577	123,3831
43,3103	36,7768	6,5335	242,0357	131,2012
35,8854	37,9993	-2,1138	119,6835	148,2922
42,4305	39,159	3,2716	224,1317	165,962
37,1079	38,3665	-1,2586	135,6791	153,7296
39,622	36,4529	3,1691	173,4309	126,9261
38,9365	36,364	2,5725	162,4583	125,7703

## Apêndice B – Tabelas das Autocorrelações dos resíduos

Tabela (07) – Autocorrelação dos resíduos dos grupos.

	<b>Grupo 01</b>		<b>Grupo 02</b>		<b>Grupo 03</b>	
Lag(s)	Auto correlação	Desvio padrão	Auto correlação	Desvio padrão	Auto correlação	Desvio padrão
1	-0,008700	0,125900	0,053100	0,125900	0,086800	0,125900
2	-0,137000	0,124900	0,042500	0,124900	0,040800	0,124900
3	0,003000	0,123800	-0,158200	0,123800	-0,156400	0,123800
4	-0,052400	0,122700	0,097800	0,122700	-0,074200	0,122700
5	-0,070200	0,121600	0,107400	0,121600	0,000100	0,121600
6	0,177200	0,120500	0,130600	0,120500	0,135300	0,120500
7	0,029200	0,119400	0,030200	0,119400	0,033700	0,119400
8	-0,179100	0,118200	-0,167200	0,118200	0,054600	0,118200
9	-0,188700	0,117100	-0,022200	0,117100	-0,117300	0,117100
10	-0,029500	0,115900	0,046300	0,115900	-0,106300	0,115900
11	0,158800	0,114800	0,038300	0,114800	0,072400	0,114800
12	0,042700	0,113600	-0,078000	0,113600	0,004200	0,113600
13	0,071300	0,112400	-0,018400	0,112400	0,045900	0,112400
14	0,102700	0,111200	-0,113700	0,111200	-0,042100	0,111200
15	-0,029300	0,110000	0,093000	0,110000	-0,172200	0,110000

Tabela (07) – Continuação.

	<b>Grupo 04</b>		<b>Grupo 05</b>		<b>Grupo 06</b>	
Lag(s)	Auto correlação	Desvio padrão	Auto correlação	Desvio padrão	Auto correlação	Desvio padrão
1	0,145900	0,125900	0,241300	0,125900	-0,017500	0,125900
2	-0,007100	0,124900	-0,081400	0,124900	0,064900	0,124900
3	-0,222600	0,123800	-0,244100	0,123800	-0,213900	0,123800
4	-0,082000	0,122700	-0,019400	0,122700	0,029500	0,122700
5	0,082600	0,121600	0,196500	0,121600	0,235600	0,121600
6	0,037900	0,120500	0,214600	0,120500	0,058100	0,120500
7	-0,092900	0,119400	-0,112300	0,119400	-0,137100	0,119400
8	-0,167600	0,118200	-0,200700	0,118200	-0,162600	0,118200
9	-0,029900	0,117100	-0,139400	0,117100	-0,073100	0,117100
10	0,016300	0,115900	-0,094500	0,115900	0,117800	0,115900
11	0,062500	0,114800	0,088300	0,114800	0,006600	0,114800
12	-0,046400	0,113600	-0,000400	0,113600	-0,093700	0,113600
13	0,021300	0,112400	-0,123700	0,112400	-0,060200	0,112400
14	-0,073400	0,111200	-0,166900	0,111200	-0,147100	0,111200
15	-0,149100	0,110000	-0,104800	0,110000	0,127900	0,110000

## Apêndice C – Previsão para 20 anos

Tabela (08) – Previsão dos modelos para 20 anos, valores em mm (mês de 30 dias).

<b>Mês/ano</b>	<b>Modelo (G. 01)</b>	<b>Modelo (G. 02)</b>	<b>Modelo (G. 03)</b>	<b>Modelo (G. 04)</b>	<b>Modelo (G. 05)</b>	<b>Modelo (G. 06)</b>
jan/03	95,6894	128,9757	114,1454	149,3404	152,0482	147,9318
fev/03	113,3223	127,9558	109,0771	142,5595	135,0986	153,9545
mar/03	100,9589	126,2402	141,011	141,819	132,4403	127,8049
abr/03	83,9186	110,3187	146,2484	135,9113	126,0181	108,8297
maio/03	85,4904	111,4294	104,2555	131,0036	135,5947	112,2782
jun/03	98,4219	150,9694	97,3813	144,6293	165,4944	122,1007
jul/03	106,2909	148,7449	96,4161	131,848	145,5857	129,8596
ago/03	108,7451	129,6181	90,3391	125,5002	132,6369	146,8244
set/03	107,621	158,8362	122,1717	173,3571	176,882	164,3678
out/03	93,5709	148,6515	136,0083	179,5927	173,3916	152,2226
nov/03	75,0975	101,5147	105,949	129,6369	132,2991	125,6167
dez/03	74,2642	107,0872	108,4216	130,0754	142,953	124,4697
jan/04	95,6894	129,5805	114,1454	149,7315	152,3758	148,2997
fev/04	113,3223	128,5578	109,0771	142,9367	135,4097	154,3334
mar/04	100,9589	126,8375	141,011	142,1946	132,7488	128,1355
abr/04	83,9186	110,8711	146,2484	136,2748	126,3199	109,1235
maio/04	85,4904	111,9851	104,2555	131,3569	135,9063	112,5788
jun/04	98,4219	151,632	97,3813	145,0108	165,8342	122,4204
jul/04	106,2909	149,4019	96,4161	132,203	145,9071	130,194
ago/04	108,7451	130,2246	90,3391	125,8419	132,9455	147,1904
set/04	107,621	159,5186	122,1717	173,796	177,2318	164,7653
out/04	93,5709	149,3082	136,0083	180,0439	173,7384	152,5983
nov/04	75,0975	102,0412	105,949	129,9873	132,6074	125,9431
dez/04	74,2642	107,6302	108,4216	130,4267	143,2718	124,7939
jan/05	95,6894	130,187	114,1454	150,1233	152,7036	148,6683
fev/05	113,3223	129,1615	109,0771	143,3147	135,7211	154,7129
mar/05	100,9589	127,4365	141,011	142,5711	133,0575	128,4667
abr/05	83,9186	111,4252	146,2484	136,639	126,622	109,4179
maio/05	85,4904	112,5423	104,2555	131,7108	136,2182	112,88
jun/05	98,4219	152,2962	97,3813	145,393	166,1744	122,7407
jul/05	106,2909	150,0605	96,4161	132,5587	146,2288	130,5291
ago/05	108,7451	130,8328	90,3391	126,1843	133,2544	147,557
set/05	107,621	160,2027	122,1717	174,2359	177,582	165,1635
out/05	93,5709	149,9665	136,0083	180,496	174,0856	152,9748
nov/05	75,0975	102,5692	105,949	130,3384	132,916	126,2702
dez/05	74,2642	108,1748	108,4216	130,7787	143,591	125,1188
jan/06	95,6894	130,7951	114,1454	150,5159	153,0318	149,0376
fev/06	113,3223	129,7668	109,0771	143,6934	136,0328	155,0932
mar/06	100,9589	128,0371	141,011	142,9483	133,3665	128,7985
abr/06	83,9186	111,9808	146,2484	137,004	126,9245	109,7129
maio/06	85,4904	113,1012	104,2555	132,0656	136,5304	113,1818
jun/06	98,4219	152,9622	97,3813	145,776	166,5149	123,0616
jul/06	106,2909	150,7208	96,4161	132,9152	146,5509	130,8648
ago/06	108,7451	131,4427	90,3391	126,5274	133,5637	147,9242
set/06	107,621	160,8885	122,1717	174,6766	177,9325	165,5624

Tabela (09) - Continuação

out/06	93,5709	150,6266	136,0083	180,9489	174,433	153,3519
nov/06	75,0975	103,0988	105,949	130,6902	133,2249	126,5978
dez/06	74,2642	108,7209	108,4216	131,1315	143,9105	125,4442
jan/07	95,6894	131,4048	114,1454	150,9093	153,3603	149,4076
fev/07	113,3223	130,3738	109,0771	144,0729	136,3449	155,4741
mar/07	100,9589	128,6393	141,011	143,3263	133,6759	129,1309
abr/07	83,9186	112,5381	146,2484	137,3697	127,2272	110,0085
maio/07	85,4904	113,6617	104,2555	132,421	136,8429	113,4842
jun/07	98,4219	153,6299	97,3813	146,1597	166,8557	123,3831
jul/07	106,2909	151,3827	96,4161	133,2725	146,8732	131,2012
ago/07	108,7451	132,0541	90,3391	126,8713	133,8732	148,2922
set/07	107,621	161,576	122,1717	175,1182	178,2833	165,962
out/07	93,5709	151,2883	136,0083	181,4028	174,7808	153,7296
nov/07	75,0975	103,63	105,949	131,0428	133,5341	126,9261
dez/07	74,2642	109,2687	108,4216	131,485	144,2302	125,7703
jan/08	95,6894	132,0162	114,1454	151,3035	153,689	149,7782
fev/08	113,3223	130,9824	109,0771	144,4532	136,6572	155,8557
mar/08	100,9589	129,2432	141,011	143,705	133,9856	129,464
abr/08	83,9186	113,0969	146,2484	137,7362	127,5303	110,3047
maio/08	85,4904	114,2238	104,2555	132,7773	137,1558	113,7872
jun/08	98,4219	154,2992	97,3813	146,5443	167,1968	123,7052
jul/08	106,2909	152,0464	96,4161	133,6305	147,1958	131,5381
ago/08	108,7451	132,6673	90,3391	127,2159	134,1831	148,6608
set/08	107,621	162,2652	122,1717	175,5606	178,6343	166,3623
out/08	93,5709	151,9517	136,0083	181,8575	175,1288	154,1081
nov/08	75,0975	104,1628	105,949	131,3962	133,8436	127,255
dez/08	74,2642	109,8181	108,4216	131,8393	144,5503	126,097
jan/09	95,6894	132,6292	114,1454	151,6986	154,0181	150,1495
fev/09	113,3223	131,5926	109,0771	144,8343	136,9699	156,238
mar/09	100,9589	129,8488	141,011	144,0846	134,2955	129,7977
abr/09	83,9186	113,6574	146,2484	138,1035	127,8337	110,6014
maio/09	85,4904	114,7875	104,2555	133,1342	137,4689	114,0908
jun/09	98,4219	154,9703	97,3813	146,9296	167,5382	124,028
jul/09	106,2909	152,7117	96,4161	133,9892	147,5188	131,8757
ago/09	108,7451	133,2821	90,3391	127,5612	134,4933	149,03
set/09	107,621	162,9561	122,1717	176,0039	178,9857	166,7633
out/09	93,5709	152,6168	136,0083	182,3131	175,4772	154,4872
nov/09	75,0975	104,6971	105,949	131,7502	134,1534	127,5845
dez/09	74,2642	110,3691	108,4216	132,1943	144,8708	126,4243
jan/10	95,6894	133,2439	114,1454	152,0944	154,3475	150,5215
fev/10	113,3223	132,2045	109,0771	145,2161	137,2828	156,621
mar/10	100,9589	130,4559	141,011	144,4649	134,6058	130,132
abr/10	83,9186	114,2194	146,2484	138,4715	128,1374	110,8988
maio/10	85,4904	115,3528	104,2555	133,4919	137,7824	114,395
jun/10	98,4219	155,643	97,3813	147,3158	167,8799	124,3514
jul/10	106,2909	153,3787	96,4161	134,3487	147,842	132,214
ago/10	108,7451	133,8985	90,3391	127,9072	134,8038	149,4
set/10	107,621	163,6487	122,1717	176,4481	179,3374	167,165
out/10	93,5709	153,2836	136,0083	182,7695	175,8258	154,8671
nov/10	75,0975	105,2331	105,949	132,1051	134,4636	127,9146
dez/10	74,2642	110,9217	108,4216	132,55	145,1915	126,7523

Tabela (09) - Continuação

jan/11	95,6894	133,8602	114,1454	152,491	154,6772	150,8942
fev/11	113,3223	132,818	109,0771	145,5988	137,5961	157,0046
mar/11	100,9589	131,0648	141,011	144,846	134,9164	130,467
abr/11	83,9186	114,7831	146,2484	138,8403	128,4414	111,1967
maio/11	85,4904	115,9197	104,2555	133,8504	138,0962	114,6998
jun/11	98,4219	156,3174	97,3813	147,7027	168,2218	124,6754
jul/11	106,2909	154,0475	96,4161	134,7089	148,1656	132,5529
ago/11	108,7451	134,5166	90,3391	128,254	135,1146	149,7706
set/11	107,621	164,343	122,1717	176,8932	179,6894	167,5674
out/11	93,5709	153,9521	136,0083	183,2269	176,1748	155,2476
nov/11	75,0975	105,7706	105,949	132,4606	134,7741	128,2454
dez/11	74,2642	111,4759	108,4216	132,9065	145,5125	127,0808
jan/12	95,6894	134,4782	114,1454	152,8884	155,0072	151,2675
fev/12	113,3223	133,4332	109,0771	145,9822	137,9097	157,389
mar/12	100,9589	131,6752	141,011	145,2279	135,2274	130,8026
abr/12	83,9186	115,3484	146,2484	139,2098	128,7457	111,4952
maio/12	85,4904	116,4882	104,2555	134,2096	138,4103	115,0051
jun/12	98,4219	156,9935	97,3813	148,0904	168,5641	125
jul/12	106,2909	154,7179	96,4161	135,0699	148,4895	132,8924
ago/12	108,7451	135,1363	90,3391	128,6015	135,4257	150,1419
set/12	107,621	165,039	122,1717	177,3391	180,0417	167,9705
out/12	93,5709	154,6222	136,0083	183,6852	176,524	155,6288
nov/12	75,0975	106,3097	105,949	132,8169	135,0848	128,5768
dez/12	74,2642	112,0317	108,4216	133,2637	145,8338	127,41
jan/13	95,6894	135,0978	114,1454	153,2866	155,3375	151,6415
fev/13	113,3223	134,05	109,0771	146,3664	138,2236	157,774
mar/13	100,9589	132,2873	141,011	145,6105	135,5386	131,1388
abr/13	83,9186	115,9153	146,2484	139,5801	129,0503	111,7943
maio/13	85,4904	117,0583	104,2555	134,5695	138,7247	115,3111
jun/13	98,4219	157,6713	97,3813	148,4789	168,9068	125,3252
jul/13	106,2909	155,3899	96,4161	135,4316	148,8137	133,2325
ago/13	108,7451	135,7577	90,3391	128,9497	135,7371	150,5139
set/13	107,621	165,7367	122,1717	177,7859	180,3942	168,3744
out/13	93,5709	155,2941	136,0083	184,1443	176,8736	156,0107
nov/13	75,0975	106,8504	105,949	133,1739	135,3959	128,9088
dez/13	74,2642	112,5891	108,4216	133,6217	146,1555	127,7398
jan/14	95,6894	135,7191	114,1454	153,6857	155,6681	152,0162
fev/14	95,6894	134,6685	109,0771	146,7514	138,5378	158,1598
mar/14	113,3223	132,9011	141,011	145,994	135,8501	131,4757
abr/14	100,9589	116,4838	146,2484	139,9512	129,3553	112,094
maio/14	83,9186	117,6301	104,2555	134,9302	139,0394	115,6177
jun/14	85,4904	158,3508	97,3813	148,8682	169,2497	125,651
jul/14	98,4219	156,0637	96,4161	135,7941	149,1382	133,5733
ago/14	106,2909	136,3807	90,3391	129,2986	136,0489	150,8865
set/14	108,7451	166,4362	122,1717	178,2335	180,7471	168,7789
out/14	107,621	155,9676	136,0083	184,6043	177,2235	156,3932
nov/14	93,5709	107,3927	105,949	133,5317	135,7073	129,2415
dez/14	75,0975	113,1481	108,4216	133,9804	146,4774	128,0702
jan/15	74,2642	136,342	114,1454	154,0855	155,9991	152,3916
fev/15	95,6894	135,2887	109,0771	147,1371	138,8524	158,5462
mar/15	113,3223	133,5165	141,011	146,3782	136,162	131,8132

Tabela (09) - Continuação

abr/15	100,9589	117,054	146,2484	140,323	129,6605	112,3942
maio/15	83,9186	118,2035	104,2555	135,2916	139,3544	115,9248
jun/15	85,4904	159,032	97,3813	149,2582	169,5929	125,9775
jul/15	98,4219	156,7392	96,4161	136,1573	149,463	133,9147
ago/15	106,2909	137,0054	90,3391	129,6483	136,3609	151,2598
set/15	108,7451	167,1373	122,1717	178,6821	181,1003	169,1842
out/15	107,621	156,6429	136,0083	185,0653	177,5736	156,7765
nov/15	93,5709	107,9366	105,949	133,8903	136,019	129,5748
dez/15	75,0975	113,7087	108,4216	134,3399	146,7997	128,4013
jan/16	74,2642	136,9666	114,1454	154,4861	156,3303	152,7676
fev/16	95,6894	135,9105	109,0771	147,5237	139,1672	158,9333
mar/16	113,3223	134,1336	141,011	146,7632	136,4742	132,1513
abr/16	100,9589	117,6257	146,2484	140,6956	129,9661	112,6951
maio/16	83,9186	118,7785	104,2555	135,6538	139,6697	116,2326
jun/16	85,4904	159,7149	97,3813	149,6491	169,9364	126,3046
jul/16	98,4219	157,4164	96,4161	136,5213	149,7881	134,2568
ago/16	106,2909	137,6318	90,3391	129,9987	136,6733	151,6338
set/16	108,7451	167,8402	122,1717	179,1315	181,4538	169,5902
out/16	107,621	157,3198	136,0083	185,5271	177,9241	157,1604
nov/16	93,5709	108,4821	105,949	134,2495	136,3311	129,9087
dez/16	75,0975	114,2709	108,4216	134,7001	147,1223	128,733
jan/17	74,2642	137,5929	114,1454	154,8876	156,6618	153,1443
fev/17	95,6894	136,5339	109,0771	147,911	139,4824	159,3211
mar/17	113,3223	134,7523	141,011	147,149	136,7866	132,4901
abr/17	100,9589	118,1991	146,2484	141,069	130,272	112,9965
maio/17	83,9186	119,3551	104,2555	136,0167	139,9854	116,5409
jun/17	85,4904	160,3995	97,3813	150,0408	170,2802	126,6323
jul/17	98,4219	158,0952	96,4161	136,8861	150,1135	134,5995
ago/17	106,2909	138,2598	90,3391	130,3499	136,986	152,0085
set/17	108,7451	168,5447	122,1717	179,5818	181,8076	169,9969
out/17	107,621	157,9984	136,0083	185,9898	178,2749	157,5451
nov/17	93,5709	109,0292	105,949	134,6095	136,6434	130,2432
dez/17	75,0975	114,8347	108,4216	135,0611	147,4451	129,0653
jan/18	74,2642	138,2208	114,1454	155,2898	156,9937	153,5217
fev/18	95,6894	137,159	109,0771	148,2992	139,7978	159,7096
mar/18	113,3223	135,3726	141,011	147,5356	137,0994	132,8294
abr/18	100,9589	118,774	146,2484	141,4431	130,5782	113,2986
maio/18	83,9186	119,9333	104,2555	136,3804	140,3013	116,8499
jun/18	85,4904	161,0858	97,3813	150,4332	170,6243	126,9607
jul/18	98,4219	158,7758	96,4161	137,2515	150,4392	134,9429
ago/18	106,2909	138,8895	90,3391	130,7017	137,299	152,3839
set/18	108,7451	169,251	122,1717	180,0329	182,1617	170,4043
out/18	107,621	158,6787	136,0083	186,4534	178,626	157,9304
nov/18	93,5709	109,5779	105,949	134,9703	136,956	130,5784
dez/18	75,0975	115,4001	108,4216	135,4228	147,7683	129,3983
jan/19	74,2642	138,8504	114,1454	155,6929	157,3258	153,8998
fev/19	95,6894	137,7858	109,0771	148,6881	140,1136	160,0988
mar/19	95,6894	135,9946	141,011	147,9229	137,4125	133,1695
abr/19	113,3223	119,3506	146,2484	141,818	130,8848	113,6012
maio/19	100,9589	120,5131	104,2555	136,7449	140,6176	117,1594
jun/19	83,9186	161,7738	97,3813	150,8265	170,9687	127,2896

Tabela (09) - continuação

jul/19	85,4904	159,458	96,4161	137,6178	150,7652	135,2868
ago/19	98,4219	139,5208	90,3391	131,0544	137,6123	152,7599
set/19	106,2909	169,959	122,1717	180,485	182,5161	170,8124
out/19	108,7451	159,3607	136,0083	186,9179	178,9773	158,3164
nov/19	107,621	110,1282	105,949	135,3318	137,269	130,9142
dez/19	93,5709	115,9672	108,4216	135,7852	148,0918	129,7318
jan/20	75,0975	139,4816	114,1454	156,0968	157,6583	154,2786
fev/20	74,2642	138,4142	109,0771	149,0778	140,4297	160,4887
mar/20	95,6894	136,6183	141,011	148,3111	137,7259	133,5102
abr/20	113,3223	119,9289	146,2484	142,1937	131,1916	113,9044
maio/20	100,9589	121,0946	104,2555	137,1101	140,9342	117,4696
jun/20	83,9186	162,4634	97,3813	151,2205	171,3135	127,6192
jul/20	85,4904	160,142	96,4161	137,9848	151,0916	135,6315
ago/20	98,4219	140,1538	90,3391	131,4077	137,9259	153,1366
set/20	106,2909	170,6687	122,1717	180,9379	182,8707	171,2212
out/20	108,7451	160,0444	136,0083	187,3833	179,329	158,7031
nov/20	107,621	110,6801	105,949	135,6941	137,5823	131,2506
dez/20	93,5709	116,5359	108,4216	136,1484	148,4156	130,066
jan/21	75,0975	140,1145	114,1454	156,5015	157,991	154,6581
fev/21	74,2642	139,0443	109,0771	149,4683	140,7461	160,8793
mar/21	95,6894	137,2436	141,011	148,7	138,0397	133,8515
abr/21	113,3223	120,5087	146,2484	142,5701	131,4987	114,2083
maio/21	100,9589	121,6777	104,2555	137,476	141,2511	117,7803
jun/21	83,9186	163,1548	97,3813	151,6154	171,6585	127,9494
jul/21	85,4904	160,8276	96,4161	138,3526	151,4182	135,9767
ago/21	98,4219	140,7884	90,3391	131,7618	138,2398	153,514
set/21	106,2909	171,3801	122,1717	181,3917	183,2257	171,6308
out/21	108,7451	160,7298	136,0083	187,8496	179,681	159,0905
nov/21	107,621	111,2336	105,949	136,0571	137,8959	131,5877
dez/21	93,5709	117,1061	108,4216	136,5124	148,7397	130,4009
jan/22	75,0975	140,749	114,1454	156,907	158,3241	155,0382
fev/22	74,2642	139,676	109,0771	149,8596	141,0628	161,2705
mar/22	95,6894	137,8706	141,011	149,0897	138,3537	134,1934
abr/22	113,3223	121,0902	146,2484	142,9473	131,8062	114,5127
maio/22	100,9589	122,2625	104,2555	137,8428	141,5683	118,0917
jun/22	83,9186	163,8479	97,3813	152,011	172,0038	128,2802
jul/22	85,4904	161,515	96,4161	138,7211	151,7452	136,3227
ago/22	98,4219	141,4248	90,3391	132,1167	138,554	153,8921
set/22	106,2909	172,0933	122,1717	181,8464	183,581	172,0411
out/22	108,7451	161,4169	136,0083	188,3168	180,0332	159,4786
nov/22	107,621	111,7887	105,949	136,4209	138,2097	131,9254
dez/22	93,5709	117,678	108,4216	136,8771	149,0642	130,7363